

明渠断面水流流速与边界剪切应力横向分布模型

傅春¹, 张念强², 曹志先³

(1. 南昌大学水利系, 江西 南昌 330029; 2. 中国水利水电科学研究院防洪减灾研究所, 北京 100038;
3. 武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

摘要:天然河流的横断面多为由主槽和漫滩组成的复式断面,水流在这种断面中比在单一断面中受到更多因素影响,流态也更加复杂。通过将明渠横断面上微元体在水流方向的 N-S 控制方程沿水深积分,得出描述垂线平均流速和边界剪切应力横向分布的模型,并通过对实验数据的验证,确定了模型的实用性。

关键词:复式明渠;垂线平均流速;边界剪切应力;应力分布

中图分类号:TV131.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-7647(2006)04-0012-03

Depth-averaged model for lateral distribution of flow velocity and boundary shear stress in an open channel//FU Chun¹, ZHANG Nian-qiang², CAO Zhi-xian³(1. Water Resource Engineering Department, Nanchang University, Nanchang 330029, China; 2. Department of Water Hazard Research, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China; 3. School of Water Resource and Hydropower, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: Most cross-sections of natural rivers are compound ones composed of main river channels and flood plains. Flows in these sections are affected by many factors as compared with those in single sections, and flow patterns become more complicated. The N-S control equation for the micro-elements in flow direction in the cross section was integrated along the water depth, and thus a numerical model reflecting the lateral distribution of depth-averaged velocity and boundary shear stress was worked out. The practicability of the model was verified by comparison with the experimental data.

Key words: compound open channel; depth-averaged velocity; boundary shear stress; stress distribution

天然河流常会因洪水季节和枯水季节的交替而形成一种普遍的横断面形状——由主槽和河漫滩组成的复式断面。枯水季节时,水流多在主槽内流动,洪水季节时水流则会漫过主槽,形成漫滩流。两种流动状态相比,前者较简单,断面水流要素可用沿横向的平均值代替,能够满足实际工程需求,而后的流动受更多因素影响,尤其是在主槽和河漫滩交界处,主槽的高速水流和相对较低流速的河漫滩水流之间存在动量交换,使得河流流态变得复杂。水流在具有河漫滩形式的河道内流动,复杂的断面形状和两种流态下糙率值的不同,也增加了研究水流状态的困难^[1-2]。精确的模拟河流垂线平均流速和边界剪切应力的横向分布,对于防洪分析和研究冲刷型河流的泥沙输运显得非常重要。本文引用明渠横断面微元体沿河流方向的 N-S 方程,并沿水深积分,得出模拟单一明渠和复式明渠断面平面流场的模型,能够模拟垂线平均流速和边界剪切应力的横向

分布。通过验证,模型具有较高的精度,完全满足实际防洪和工程需求。

1 数学模型

在河流平面上,根据连续方程和水微元体沿水流流动方向的运动方程,可得出^[3]:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}\bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{U}\bar{W}}{\partial z} \right) = \rho g \sin \theta + \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{zx}}{\partial z} \quad (1)$$

式中: $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$ 分别为 x, y, z 方向的流速分量, x 为水流方向, y 为河宽方向, z 为垂直于河床的方向; ρ 为水密度, kg/m^3 ; θ 为渠底线与水平线之间的夹角; g 为重力加速度; $\bar{\tau}_{yx}$ 和 $\bar{\tau}_{zx}$ 分别为垂直于 y 方向平面沿 x 方向的雷诺力和垂直于 z 方向平面沿 x 方向的雷诺力, Pa 。

方程中存在 y 和 z 方向的流速 $\bar{V}$ 和 $\bar{W}$, 为简单、实用,假设 $\bar{W}(H) = \bar{W}(0) = 0$, 将式(1)沿水深对 z 积分^[3-5]:

$$\rho g H S_0 - \rho \frac{f}{8} U_d^2 \left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} +$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\rho \lambda H^2 \left(\frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} [H (\rho \bar{U} \bar{V})_d] \quad (2)$$

式中: H 为当地水深, m; S_0 为水流方向的河床底坡; U_d 为垂线平均流速, m/s; λ 为无量纲涡黏系数; $f = \frac{8\tau_b}{\rho U_d^2}$, 为达西-魏斯巴赫参数, 其中 τ_b 为边界剪切应力。对达西-魏斯巴赫参数 f , 公式中包含了未知数 U_d , 无法直接求解, 必须用已知条件代替, 引进动力流速 $U_* = \sqrt{\tau_b/\rho} = \sqrt{gRJ}$, 对于明渠均匀流中的断面平均流速, 由谢才公式 $U = C \sqrt{RJ}$ (C 为谢才系数; R 为水力半径; J 为水力坡度), 取 U 为垂线平均流速 U_d , 再根据曼宁公式 $C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$, 便可得出由水力半径和糙率表示的达西-魏斯巴赫参数:

$$f = \frac{8gn^2}{\sqrt{R}} \quad (3)$$

研究表明, 由次元流引起的剪切应力沿河宽方向为常数^[1-3], 即 $\frac{\partial}{\partial y} [H (\rho \bar{U} \bar{V})_d] = \Gamma$, 在求解式(2)时除给定沿河宽方向各结点的起点距 y 、水位 z 和当地糙率 n 外, 还需要精确率定 λ 值和 Γ 值^[3], 对于明渠均匀流及水面波动情况不是很大的非恒定流, 可假设 $\Gamma = 0$, 并在模拟计算时通过模拟结果与实测资料的比较, 适当调整 λ 值, 可得到较高的模拟精度^[3]。对于天然河流, 由于很难给出每个结点的糙率值, 并且河漫滩在无水时经常滋生杂草, 这些植被在不同的生长阶段, 对糙率大小的影响也不同^[4], 因此整个断面可以选用一个值来代替, 模拟计算时, 调整糙率值以使模拟结果与实测资料拟合得最好为止; λ 的取值一般小于 0.1, 但国际上也有取值为 0.7 的情况, 因此在实际计算应用时, 可根据实测资料与模拟结果的吻合程度根据经验调整选择。

2 数值计算方法

假定 $\Gamma = 0$, 将式(2)离散, 方程两边同时除以水密度 ρ 变成:

$$gHS_0 - \frac{f}{8} U_d^2 \left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} \lambda H^2 \left(\frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \frac{\partial}{\partial y} U_d^2 + \frac{1}{2} \lambda H^2 \left(\frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} U_d^2 = 0 \quad (4)$$

令 $U_d^2 = X$, $D = gHS_0$, $E = -\frac{f}{8} \left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$, $F = \frac{1}{2} \lambda H^2 \left(\frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}}$, 将式(4)变为

$$F \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial X}{\partial y} + EX + D = 0 \quad (5)$$

对于式(5)中的第一项, 一阶导数采用前差商, 二阶导数采用后差商, 第二项采用中心差商, E 中的边坡项也采用中心差商, 为增加方程的通用性和实用性, 采用变步长间距, 设断面沿河宽方向共有 m 个结点, 定义 $\Delta y_{i-1} = y_i - y_{i-1}$, 方程(5)变为

$$\left[\frac{F_i}{\Delta y_{i-1}^2} - \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})^2} \right] X_{i-1} + \left(E_i - \frac{\Delta y_i + \Delta y_{i-1}}{\Delta y_i \Delta y_{i-1}^2} F_i \right) X_i + \left[\frac{F_i}{\Delta y_i \Delta y_{i-1}} + \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})^2} \right] X_{i+1} = -D_i \quad (6)$$

其中 $i = 2, 3, \dots, m-1$, 补充两个边界条件: $X_1 = 0$, $X_m = 0$, 方程共有 $m-2$ 个未知数, 可利用追赶法求解式(6)的系数矩阵所组成的三对角方程。

通过求解式(6)得出横向垂线平均流速后, 将其代入达西-魏斯巴赫参数式, 经变形得式(7), 以求解各结点的边界剪切应力值。

$$\tau_{bi} = \frac{f_i}{8} \rho U_{di}^2 \quad (7)$$

3 数据获取和模型的扩展

对上述模型, 需要输入水深数据, 它可以通过多种方法获取, 如利用实测数据或利用数学模型计算得出。利用实测数据的方法比较简单, 本文不再赘述。以下详细介绍防洪演进计算中最常用的圣维南方程组, 选择它主要是因为所需要的初始条件与上述模型相似, 易于给出, 求解方法简单, 并且能得到其他更多的水流流态数据, 可以为工程应用或防洪等提供较大帮助; 另外可以将圣维南方程组与上述模型相结合, 扩展成一个模拟明渠平面流场的准二维模型, 以增加其实用性。

圣维南方程组由连续方程和动量方程两部分组成, 它有多种表达形式^[5-7], 根据模型实际需要, 选取 z , Q 为未知量的表达形式:

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = q \quad (8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} + \left[gA - B \left(\frac{Q}{A} \right)^2 \right] \frac{\partial z}{\partial s} = \left(\frac{Q}{A} \right)^2 \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_s - g \frac{Q^2}{AC^2 R} = N \quad (9)$$

式中: R 为水力半径, m; C 为谢才系数; B 为水面宽, m; q 为侧向汇流项。式(8)或式(9)主要有特征线法和直接差分法两种解法, 前者概念严谨, 精度较高, 并可求解包括间断涌波在内的各种非恒定流, 而后者用偏微商逼近作为数值计算方法, 求解方便, 但计算涌波时误差较大^[6]。两种方法各有优点, 均为水力计算所常用, 笔者根据所参加项目, 选择前者进

行简要介绍,方程组经处理后得出特征线方程和特征方程如下:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = v + \sqrt{g \frac{A}{B}} = \lambda^+ \\ B\lambda - \frac{dz}{dt} - \frac{dQ}{dt} = \lambda^- q - N \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = v - \sqrt{g \frac{A}{B}} = \lambda^- \\ B\lambda + \frac{dz}{dt} - \frac{dQ}{dt} = \lambda^+ q - N \end{cases} \quad (11)$$

式中: λ^+ 表示顺特征线; λ^- 表示逆特征线;其他符号不具体介绍,请参阅相关文献。求解上述方程组时需要给定沿河流方向各断面的初始水位和初始流量,上边界的水位或流量,下边界的水位或流量或水位流量关系,具体差分近似时,可选用显式差分格式或隐式差分格式,前者需要判断柯朗条件,为增加计算的简易性,需要在程序中设有自动调整步长和差分的功能,或利用柯朗条件控制时间步长;而后者因可适当加大时间步长,为工程界所常用。通过上述圣维南方程求解得出水位后,得到水深数据,代入式(2)模拟得出垂线平均流速横向分布并进一步计算边界剪切应力。

4 模型计算结果与实测结果的比较

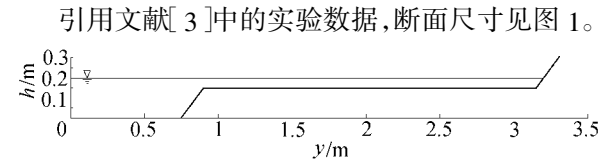


图1 断面尺寸及水深示意图

在实验中定义了相对水深 D_r ,用于控制河流横断面,它的值为河漫滩水深和主槽水深的比,由于对称性取右河道部分,主槽水深 198 mm,相对水深为 0.25,河床底坡为 0.001 027,河道糙率选常数值 0.01,当选取无量纲涡黏系数 $\lambda = 0.1$ 时,模拟结果如图2和图3所示,垂线平均流速与实测资料拟合较好,边界剪切应力在主河道部分比实测数据稍稍偏大,河漫滩部分基本吻合。出现该种现象的可能原因是选取的模拟初始数据 λ 与实验数据不完全相同,并且在实验中考虑了次元流项,而本次模拟则假设 $\Gamma = 0$,因此可通过适当调整 λ 值,使模型达到最好的效果,图中

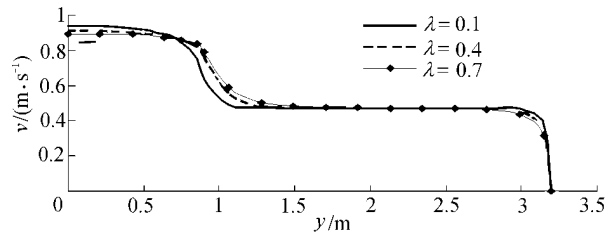


图2 沿河宽方向的流速分布

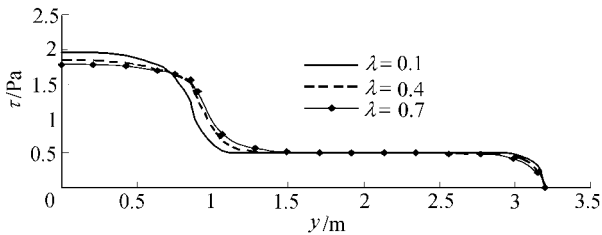


图3 沿河宽方向的边界剪切应力分布

还给出了适当增大 λ 时的模拟结果。对模拟数据和实测数据进行比较得出 $\lambda = 0.7$ 时边界剪切应力更接近实测数据。通过实验已经验证,在主槽部分随着 λ 值增大会使得流速和边界剪切应力减小^[1]。

5 结 语

以上引用了文献[3]中提供的实验数据,模拟计算结果与实测数据具有较好的一致性。但在实际河流中,如前所述,糙率常会受各种河道特性的影响,如选取不当会影响模拟效果,因此在大规模应用前,可适当选取实测河流数据与模拟数据进行比较,以选择适当的参数,提高模拟精度。为增加实用性,并结合圣维南方程组将其开发成准二维模型,通过实际模拟数据的比较,证明它符合实际情况,满足实际应用要求。由于文中所述横向模型是在假定水流为恒定均匀流的前提下推导完成的,加之圣维南方程组主要用于求解非恒定非均匀流,因此文中所述的横向模型或准二维模型只能应用于相对比较顺直的河流,且水流波动现象不是很大的准恒定近似均匀流或弱非恒定流。

参考文献:

[1] SHIONO K, KNIGHT D W. Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel[J]. J Fluid Mech, 1991, 222: 617-646.

[2] 胡春宏, 吉祖稳. 复式断面边界剪切应力分布规律研究[J]. 泥沙研究, 1999, 12(6): 52-55.

[3] KNIGHT D W. Refined calibration of a depth-averaged model for turbulent flow in a compound channel[J]. Proc Instn Civ Engrs Wat, Marit & Energy, 1996, 118(9): 151-159.

[4] DARBY S E. Effect of riparian vegetation on flow resistance and flood potential[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999(4): 443-454.

[5] 谢鉴衡. 河流模拟[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990: 86-120.

[6] 徐正凡. 水力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1986: 255-343.

[7] 周雪漪. 计算水力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995: 238-270.

[8] 童汉毅, 槐文信, 张礼卫. 复式断面明渠的速度比和流量比[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2003, 36(5): 9-13.

(收稿日期: 2005-09-07 编辑: 熊水斌)