

边界效应确定混凝土断裂能的简化计算

姜义高¹ 赵艳华² 徐世烺²

(1. 中信国际合作公司, 北京 100004; 2. 大连理工大学国家海岸及近海工程重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要 : 从试件边界条件对韧带上断裂性能分布的影响出发, 合理假定局部断裂能的光滑连续曲线分布, 给出了与试件尺寸无关的混凝土断裂能及边界效应参数的计算模型。以不同高度的三点弯曲梁试验数据进行了分析计算并讨论了试件尺寸的选取问题。结果表明用两个试件尺寸就可以确定与试件尺寸无关的混凝土基本断裂参数, 从而简化了模型中对多个试件尺寸的要求, 但只有适当选取试件的两个尺寸, 才能正确给出混凝土的断裂能和边界效应参数。

关键词 : 混凝土 ; 断裂能 ; 边界效应

中图分类号 : TU31 ; TU528

文献标识码 : A

文章编号 : 1006-764X(2006)06-0043-04

Simplified calculation of fracture energy of concrete with consideration of boundary effect // JIANG Yi-gao¹, ZHAO Yan-hua², XU Shi-lang² (1. CITIC International Cooperation Co., Ltd., Beijing 100004, China; 2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract : In consideration of influences of the boundary condition of specimens on the fracture properties of ligament, a smooth continuous distribution of local fracture energy was rationally assumed, and a calculation model for boundary effect parameter and fracture energy of concrete irrelative with the sizes of specimens was given. The analysis and calculation of the experimental data of three-point bending beams with different depths and discussion of rational sizes of specimens show that the basic fracture parameters of concrete irrelative with the sizes of specimens can be determined based on only two sizes of specimens, thus, the present method simplifies the requirement for multiple sizes of specimens. However, the correct result of fracture energy and boundary effect parameter of concrete can be obtained only by rational selection of two sizes of specimens.

Key words : concrete; fracture energy; boundary effect

断裂能的确定是混凝土断裂力学研究领域中的一个热门话题。Hillerborg 在混凝土直接拉伸条件下定义断裂能为裂缝扩展单位面积所吸收的能量, 也就是混凝土软化曲线所包围的面积^[1]。从定义看, 它与较早形成的能量释放率概念是有区别的。能量释放率反映的是裂缝向前扩展单位面积所需要的能量, 是一个瞬态概念, 而断裂能是混凝土试件上的某个点完全分开过程中所消耗能量的平均值。对普通混凝土而言, 临界状态对应的能量释放一般要小于断裂能。只有大尺寸或脆性明显的试件, 混凝土近似符合线弹性规律, 在这种条件下两者在数值上才保持一致。Bazant 在由尺寸效应推导混凝土断裂能过程中就包含着这样一个条件^[2], 所以在其给出的断裂能计算过程中采用的数据是临界状态下的极值荷载。根据材料与结构试验和研究实验室联合会(RILEM)的建议方法^[3], 断裂能计算结果具有明显的尺寸效应, 在此

基础上发展了不同的计算模型^[2-5]。近年来针对断裂能的边界效应也进行了众多的研究工作^[5-7]。笔者根据混凝土断裂过程中的能量分析研究, 给出了边界效应确定断裂能的光滑曲线模型^[8]。在这个模型中, 笔者认为由于试件边界条件的影响, 断裂性能在韧带上的分布是非均匀的, 体现在局部断裂能分布上, 就是在韧带上分布的非常数性。导致的结果就是混凝土断裂能的尺寸相关性。在此基础上, 笔者给出了表征材料特性的混凝土断裂能表达式, 并通过若干不同初始裂缝长度的混凝土试件验证了模型的有效性。在计算过程中, 为保证结果的有效性和可靠性, 要采用一定数量的试件进行试验。实际上, 断裂能的计算公式只涉及到两个未知数, 理论上讲只需要两个不同尺寸的试件就可以确定断裂能, 但这两个尺寸如何选取, 是一个值得研究的问题。本文就针对这个问题进行初步探讨。

基金项目 : 国家自然科学基金重点资助项目(50438010); 国家重点基础研究发展计划项目(2002CB412709)

作者简介 : 姜义高(1973—), 男, 湖北天门人, 硕士, 从事混凝土结构工程研究。E-mail: jiangyigao@yahoo.com

1 边界效应确定混凝土断裂能

根据 RILEM 建议的方法所得到的断裂能有明显的尺寸效应,而混凝土断裂能作为材料参数是应该与尺寸无关的。为区别起见,记 G_f 为 RILEM 方法得到的试验断裂能数值,而混凝土真正意义上与尺寸无关的断裂能为 G_F 。由于试件边界条件的影响,局部断裂能在断裂韧带上的分布是不均匀的,可以近似用二次曲线拟合^[9]。这里记边界影响参数为 a_b^* ,量纲同长度单位,具体含义见图 1。它反映的是边界条件对局部断裂能在韧带上非均匀分布的影响。在此范围内,局部断裂能 g_f 的分布不同于韧带的其他部分,而是呈现下降的趋势。根据能量守恒可以给出 G_f 与 G_F 的关系^[8]

$$G_f(a) = \begin{cases} G_F \left[1 - \frac{\frac{a_b^*}{W}}{3 \left(1 - \frac{a}{W} \right)} \right] & a_b^* < l \\ G_F \left[\frac{1 - \frac{a}{W}}{\frac{a_b^*}{W}} - \frac{\left(1 - \frac{a}{W} \right)^2}{3 \left(\frac{a_b^*}{W} \right)^2} \right] & l < a_b^* \end{cases}$$

(1)

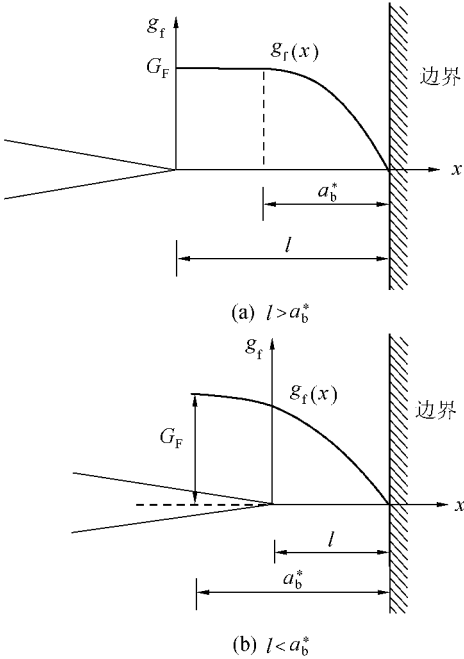


图 1 局部断裂能 g_f 在韧带上的光滑连续分布

式中: W 为试件的高度; a 为试件的预制裂缝长度; l 为试件的韧带长度, $l = W - a$ 。

G_f 可以通过试验直接由公式 (2) 计算:

$$G_f = \frac{\int P d\delta}{A_{lig}} = \frac{\int P d\delta}{Bl}$$

(2)

式中: $\int P d\delta$ 为外力 P 在裂缝扩展全过程中在其位移 δ 上做的功; A_{lig} 为裂缝扩展的面积,等于试件宽度 B 与韧带长度 l 的乘积。

根据公式 (1) 计算混凝土断裂能 G_F 时,一般选取若干个不同初始裂缝长度 a 的试件,得到关于 2 个未知数(G_F 和 a_b^*)的 1 个超静定非线性方程组。通过优化求解,给出断裂能 G_F 和 a_b^* 的数值解。选取若干个不同尺寸的试件是为了保持数值解与混凝土真实断裂参数尽可能接近。从方程组 (1) 本身来看,由于有两个未知数(G_F 和 a_b^*),从理论上讲只要两个方程就可以确定 G_F 和 a_b^* ,也就是说只要不同预制裂缝长度的两个试件就可以得到 G_F 和 a_b^* 的解。但带来的一个问题就是如何选取这两个尺寸,因为不同的试件尺寸求得的解是不同的。下面通过计算实例来说明这个问题。

2 计算实例

取 1 组不同高度的三点弯曲梁试验结果进行计算。混凝土材料的抗压强度大约为 55 MPa,梁为标准试件(即长跨比等于 4),裂缝长度与试件高度的比 a/W 取 0.05、0.1、0.3 和 0.5,试验结果列于表 1。

以 $W = 100\text{ mm}$ 为例对计算过程进行说明。对于 $W = 100\text{ mm}$ 的三点弯曲梁试件,4 组不同初始裂缝长度与试件高度比 a/W 分别为 0.05、0.1、0.3 和 0.5。最小相对长度 0.05 和最大相对长度 0.5 的取值是考虑了两个试件尺寸在一个合理范围内使根据这两个值求得的断裂参数尽可能接近准确值。作为参照,先求出根据 4 个尺寸试件解得的 G_F 和 a_b^* 。具体过程就是将试件尺寸和试验测得的 G_f 代入到公式 (1),因为方程的个数大于未知数个数,可视为一组超静定非线性方程组,属于优化问题。要使方程的解尽可能满足各个方程,这里给出一个判定标准,就是让方程的近似解与原方程的误差的平方和最小。采用 Matlab 优化工具中的有约束多元函数最

表 1 三点弯曲梁试验的断裂能数值^[10]

a/W	$G_f/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$				变异系数 $C_v/\%$			
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 300\text{ mm}$	$W = 400\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 300\text{ mm}$	$W = 400\text{ mm}$
0.05	101.0	104.8	110.0	116.0	0.7	3.4	6.4	2.5
0.1	88.8	96.6	101.0	109.0	20.2	21.5	12.7	10.0
0.3	82.0	85.8	98.9	104.0	6.4	8.9	4.6	13.2
0.5	65.2	69.0			5.2	6.3		

小值的函数 `fmincon` 来求解方程的最优解 ,计算结果如下 :对 $W = 100\text{ mm}$ 的试件 , $G_F = 145.9\text{ N/m}$, $a_b^*/W = 0.95$;对 $W = 200\text{ mm}$ 试件 , $G_F = 147.4\text{ N/m}$, $a_b^*/W = 0.877$;对 $W = 300\text{ mm}$ 试件 , $G_F = 131.4\text{ N/m}$, $a_b^*/W = 0.53$;对 $W = 400\text{ mm}$ 的试件 , $G_F = 141.4\text{ N/m}$, $a_b^*/W = 0.56$ 。

从计算结果可知 ,断裂能 G_F 是基本上与尺寸无关的材料参数 ,而边界影响参数却随试件尺寸的不同而变化。下一步就涉及到如果仅用两个试件尺寸 ,那么究竟选用哪两个尺寸合适的问题。仍然以 $W = 100\text{ mm}$ 的试件为例进行说明。把 4 个尺寸两两组合 ,得到 6 种情况的组合 ,把这 6 种组合中的相关数据代入到公式 (1) 中 ,就得到了关于断裂能和边界影响参数的两个方程。通过求解包含两个未知数的两个方程就可以得到 1 组 G_F 和 a_b^* 的数值。在求解过程中 ,应该注意 a_b^* 范围不同则适用的公式也不一样 ,也就是说方程是带约束条件的方程组。因此不是所有的组合都能求出合适的解 ,表 2 列出了

表 2 $W = 100\text{ mm}$ 和 $W = 200\text{ mm}$ 的试件断裂能和边界影响参数计算结果

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.05 0.1	320.6	252.4	122.8	129.8	- 3.3	- 16.1	1.952	1.667	0.505	0.550	0.085	- 0.300

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.05 0.3			116.2	120.8					0.375	0.379		
0.05 0.3	154.2	158.0	173.4	168.2	167.4	167.5	0.983	0.960	1.191	1.094	1.135	1.067
0.05 0.3			183.8	205.6					1.284	1.397		

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.95$		$0.95 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.05 0.5			109.8	114.0					0.229	0.232		
0.05 0.5	140.8	144.6	153.8	154.4	153.8	154.3	0.805	0.784	0.979	0.914	0.979	0.914
0.05 0.5			234.8	260.0					1.642	1.704		

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.1 0.3			115.0						0.433			
0.1 0.3	112.6	134.4	211.4	134.4	119.3	135.4	0.571	0.759	1.617	0.761	0.656	0.770
0.1 0.3			218.4						1.506			

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.9$		$0.9 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.1 0.5			97.8	106.2					0.250	0.244		
0.1 0.5	118.3	131.1	120.6	134.6	121.5	135.2	0.673	0.711	0.701	0.762	0.715	0.767
0.1 0.5			252.0	259.4					1.749	1.694		

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$						a_b^*/W					
	$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W$		$a_b^*/W < 0.5$		$0.5 < a_b^*/W < 0.7$		$0.7 < a_b^*/W$	
	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$	$W = 100\text{ mm}$	$W = 200\text{ mm}$
0.3 0.5			93.8	98.2					0.263	0.266		
0.3 0.5	124.0	127.8	136.8	134.8	134.5	134.7	0.711	0.690	0.841	0.765	0.822	0.763
0.3 0.5			156.0	174.8					0.996	1.069		

试件 $W = 100\text{ mm}$ 与 $W = 200\text{ mm}$ 的计算结果。考虑到计算过程的相似性 ,表 3 列出了试件 $W = 300\text{ mm}$ 与 $W = 400\text{ mm}$ 的计算结果。表 2、表 3 中黑体字是既满足方程又在约束条件内的解。

表 3 $W = 300\text{ mm}$ 和 $W = 400\text{ mm}$ 试件的
断裂能和边界影响参数计算结果

a/W 组合情况	$G_F/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$		a_b^*/W	
	$W = 300\text{ mm}$	$W = 400\text{ mm}$	$W = 300\text{ mm}$	$W = 400\text{ mm}$
0.05 0.3	141.4	149.6	0.628	0.640
0.1 0.3	108.4	126.5	0.183	0.324

3 结果分析

从表 2 的情况看 ,虽然每两组数据都可以求出一组断裂能和边界影响参数的数值 ,但并不是每一组都能满足约束条件。将其与相应尺寸的参考值比较 ,就会发现对于 $W = 100\text{ mm}$ 的试件 ,只有对应于尺寸 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.5$ 组合的解($G_F = 153.8\text{ N/m}$, $a_b^*/W = 0.979$)比较接近参考值。同样对于 $W = 200\text{ mm}$ 的试件 ,计算所得解($G_F =$

154.3 N/m, $a_b^*/W = 0.914$)与参考值比较接近,而且这个接近解对应的试件尺寸也是 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.5$ 的组合。对于 $W = 300$ mm 的试件的解($G_F = 141.4$ N/m, $a_b^*/W = 0.628$)和 $W = 400$ mm 的试件的解($G_F = 149.6$ N/m, $a_b^*/W = 0.640$)是最接近参考值的解。这两个解对应的试件尺寸是 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.3$ 的组合。如果取 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.5$ 时,所得结果是否能更接近参考值,因为缺乏试验数据,还不能下结论。

对于 $W = 100$ mm 的试件,将 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.5$ 这两个尺寸的计算结果($G_F = 153.8$ N/m, $a_b^*/W = 0.979$)代入公式(1),可以得到一个测试断裂能预测值与试件尺寸 a/W 的关系,将其与表1中的试验实测值进行比较,结果如图2(a)所示。对 $W = 200$ mm 的试件进行同样的处理,结果如图2(b)所示。

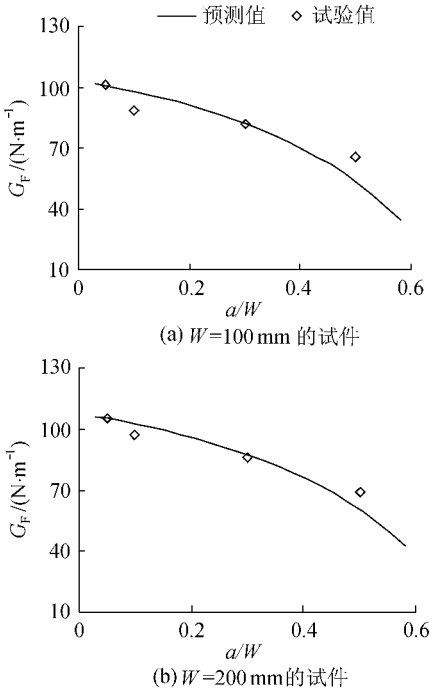


图2 预测值与试验值的比较

从图2可以看到,通过 $a/W = 0.05$ 和 $a/W = 0.5$ 这两个尺寸计算得出的 G_F 和 a_b^* 能较好地预测其他预制裂缝长度试件的测试断裂能数值。对于裂缝相对尺寸为 $a/W = 0.1$ 的结果而言,偏差较大一些。但从表1知道,无论对于 $W = 100$ mm 还是 $W = 200$ mm 的试件,在 $a/W = 0.1$ 处断裂能的试验值离散性本身就比较大。这就证实了只用两个试件尺寸就可以确定混凝土断裂能数值。当然笔者只进行了 $W = 100$ mm 和 $W = 200$ mm 两种试件的验证工作,而对于 $W = 300$ mm 和 $W = 400$ mm 的试件,由于没有 $a/W = 0.5$ 尺寸的试验断裂能数据,未能进行进一步的验证工作。

4 结 语

本文针对局部断裂能确定的光滑曲线模型,探讨了采用两个试件尺寸确定混凝土断裂能数值的可能性。选取三点弯曲梁试验数据进行计算,结果发现采用两个不同尺寸的试件就可以得到混凝土的断裂能和边界影响参数,这对原先采用若干个试件尺寸的计算手段而言,在保证计算结果稳定的基础上大大简化了工作程序和减小了工作量,适宜于实际操作。当然目前笔者所做的工作仅仅是对某个强度等级的混凝土进行了验证,至于对其他等级的混凝土适用与否,以及针对其他混凝土试件形式的讨论将是下一步需要开展的工作。

参考文献：

- [1] HILLERBORG A. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6: 773-782.
- [2] BAŽANT Z P. Determination of fracture energy from size effect and brittleness number [J]. ACI Materials Journal, 1987, 84: 463-480.
- [3] RILEM. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams [J]. Materials and Structures, 1985, 10(8): 285-290.
- [4] MATURANA P, PLANAS J, ELICES M. Evolution of fracture behavior of saturated concrete in the low temperature range [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 35(4/5): 827-834.
- [5] DUAN Kai, HU Xiao-zhi, WITTMANN F H. Boundary effect on concrete fracture and non-constant fracture energy distribution [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70: 2257-2268.
- [6] HU Xiao-zhi, DUAN Kai. Influence of fracture process zone height on fracture energy of concrete [J]. Cement and Concrete Research, 2004, 34(8): 1321-1330.
- [7] GILBERT R I. Effect of specimen size on the fracture energy and softening function of concrete [J]. Materials and Structures, 2000, 33: 309-316.
- [8] 赵艳华, 徐世烺, 聂玉强. 混凝土断裂能的边界效应 [J]. 水利学报, 2005, 36(11): 1320-1325.
- [9] 赵艳华. 混凝土基本断裂参数的确定和自密实混凝土断裂性能的研究 [R]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- [10] ABDALLA H M, KARIHALOO B L. Determination of size-independent specific fracture energy of concrete from three-point bend and wedge splitting test [J]. Magazine of Concrete Research, 2003, 55(2): 133-141.

(收稿日期: 2006-01-12 编辑: 高建群)