

土体各向异性弹塑性模型的改进

张坤勇¹,陈 芸²,梅国雄³

(1.河海大学岩土工程研究所,江苏 南京 210098;2.南京工业大学建筑与城市规划学院,江苏 南京 210009;
3.南京工业大学土木工程学院,江苏 南京 210009)

摘要 指出剑桥模型不能反映具有初始各向异性的天然地基的变形特性;关口太田模型通过采用新的应力比,能从一定程度上反映初始各向异性。在修正剑桥模型和关口太田模型的基础上,对 p - q 平面上的硬化轴和屈服轨迹形状再次调整得到改进模型。分别采用剑桥模型、修正剑桥模型、关口太田模型及修正关口太田模型对地基变形进行有限元数值分析,在计算结果的基础上对各种模型所形成的柔度矩阵进行比较,验证了改进模型的有效性。

关键词 剑桥模型;关口太田模型;初始各向异性;柔度矩阵

中图分类号:TU45 文献标识码:A 文章编号:1006-7647(2006)06-0051-03

Modification of elastic-plastic anisotropic constitutive models for soil //ZHANG Kun-yong¹, CHEN Yun², MEI Guo-xiong³ (1. Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Architecture and Urban Planning, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China; 3. College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract: In consideration of the fact that the Cam-Clay model is incapable of reflecting the deformation characteristics of initially anisotropic soil, and that the Ohta-Sekiguchi model can reflect the initial anisotropy of soil to some extent by adoption of a new stress ratio, the two models are modified by readjustment of the yielding locus and hardening axis in p - q plane. Then, the Cam-Clay model, the modified Cam-Clay model, the Ohta-Sekiguchi model, and the modified Ohta-Sekiguchi model are applied to analysis of soil foundation deformation with FEM. The flexibility matrixes of the above four models are compared, and the effectiveness of the modified models is verified.

Key words: Cam-Clay model; Ohta-Sekiguchi model; initial anisotropy; flexibility matrix

剑桥弹塑性模型^[1-2]建立在等向固结的试验基础上,不能合理地反映具有初始各向异性天然土体的变形特性^[3]。关口太田模型^[4]建立在 K_0 固结试验的基础上,能从一定程度上反映初始各向异性,但计算变形一般偏大^[5]。本文以修正剑桥模型为基础,借鉴关口太田模型的建模思想,首先将关口太田模型弹头形屈服轨迹修正成为椭圆形屈服轨迹以适应等向固结应力路径;再通过变化硬化轴的角度,调整弹性区的范围得到新模型;对 4 种弹塑性模型有限元计算结果进行比较分析,验证结果表明本文修正模型可以改善关口太田模型过大的计算变形,从而更好地反映初始各向异性。

1 关口太田模型及其对剑桥模型的修正

关口太田模型是一个能够反映土体非等向固结

及应力轴旋转的各向异性弹塑性模型,采用塑性体积应变硬化规律和相关联流动法则,通过引入新的应力比参数 η^* 来考虑由初始 K_0 固结状态所引起的应力诱导各向异性,进而考虑应力轴旋转所产生的塑性变形。模型采用塑性体积应变作为硬化参数,采用相关联流动法则,考虑塑性体积应变由两部分组成:一部分即固结,另一部分即剪胀,因此可表达为

$$\epsilon_V^p = \epsilon_V^{pc} + \epsilon_V^{pd} \tag{1}$$

式中: ϵ_V^{pc} 为固结引起的塑性体积应变; ϵ_V^{pd} 为剪胀引起的塑性体积应变。

与剑桥模型的推导类似,由压缩回弹曲线可以得到固结引起的塑性体积应变:

$$\epsilon_V^{pc} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} \tag{2}$$

式中： λ 为压缩指数； κ 为回弹指数； e_0 为初始孔隙比； p_0 为初始平均应力。各参数意义和剑桥模型中的一致。根据黏性土的剪胀特性，定义剪胀系数：

$$D = \frac{\lambda - \kappa}{M(1 + e_0)} \tag{3}$$

由剪胀引起的塑性体积应变为

$$\epsilon_V^{pl} = D\eta^* = \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \eta^* \tag{4}$$

式中： M 为临界状态应力比； η^* 为归一化的应力比，

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})}。$$

综合式(1) ~ (4)可以得到关口太田模型的屈服方程：

$$\epsilon_V^p = \epsilon_V^{pc} + \epsilon_V^{pl} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \eta^* \tag{5}$$

2 对关口太田模型的再修正

2.1 关口太田模型的不足

关口太田模型对等向固结初始状态的模拟具有原始剑桥模型一样的缺陷，如图 1 所示^[6]。关口太田模型的屈服轨迹和剑桥模型类似，都具有奇异点，偏应力减少时弹性区范围偏小，直接进入塑性区，导致计算结果偏大。为减少过小的弹性区范围，可以采用光滑其屈服轨迹并调整硬化轴角度的方法。

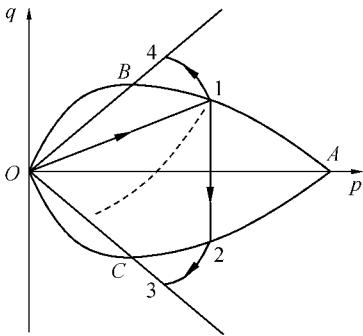


图 1 剑桥模型和关口太田模型的屈服轨迹

2.2 屈服轨迹的修正

剑桥模型和关口太田模型最关键的区别在于应力比的定义不同。将修正剑桥模型的屈服函数写成：

$$\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right) = \epsilon_V^p \tag{6}$$

式(6)左边第一项表示等向固结引起的塑性体积应变，第二项表示偏应力引起的塑性体积应变。参考关口太田模型，引入归一化的应力比 η^* 替换修正剑桥模型中的应力比参数 η ，容易得到

$$\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{\eta^{*2}}{M^2} \right) = \epsilon_V^p \tag{7}$$

这样就将屈服轨迹的奇异点修正为光滑曲线，将图 1 水滴形屈服轨迹变化为如图 2 所示的椭圆的屈服轨迹，一方面可以适当增加塑性区大小，有效改善关口太田模型弹性区偏小的缺陷；另一方面又能反映 K_0 固结的影响，成为介于原始关口太田模型和修正剑桥模型之间的一个新模型。当退化为修正剑桥模型后，对于等向固结的初始状态更具适应性。

2.3 硬化轴的修正

从图 2 中可以看到，采用 η_0 作为硬化轴，在从 p_0 减少偏应力的时候弹性区的范围仍然偏小，会导致变形计算结果偏大。要增加弹性区的范围，可以将椭圆屈服轨迹沿一小于 η_0 的直线硬化，不同的硬化轴可以不同程度地控制塑性区范围。本文将第一次修正后的椭圆屈服轨迹沿 $\eta_0/2$ 轴硬化，则式(7)中应力比调整为

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{ij} - \frac{\eta_{ij0}}{2})(\eta_{ij} - \frac{\eta_{ij0}}{2})} \tag{8}$$

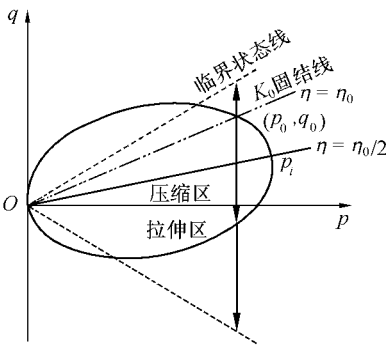


图 2 修正和再次修正关口太田模型的屈服轨迹
调整后的屈服函数为

$$\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_i} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{\eta^{*2}}{M^2} \right) = \epsilon_V^p \tag{9}$$

式中各参数的意义和关口太田模型中的一致。因硬化轴作了偏转，屈服轨迹和硬化轴的交线不再是初始状态的 p_0 ，而要用 p_i 表示：

$$p_i = p_0 \left(1 + \frac{\eta_0^2}{4M^2} \right) \tag{10}$$

对于初始应力为 K_0 的状态，则有

$$\eta_{110} = \frac{2(1 - K_0)}{1 + 2K_0} \tag{11}$$

$$\eta_{220} = \eta_{330} = \frac{K_0 - 1}{1 + 2K_0} \tag{12}$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{3}{2} \eta_{ij0} \eta_{ij0}} \tag{13}$$

从而

p_i = p_0 [1 + \frac{9}{4} \frac{(1 - K_0)^2}{(1 + 2K_0)^2 M^2}] (14)

在等向固结的初始条件下,式(14)退化为修正剑桥模型的屈服函数。

2.4 几种弹塑性模型的比较

剑桥模型、关口太田模型、修正剑桥模型以及二次修正的关口太田模型的主要区别在于:①屈服轨迹形状不同,导致不等向固结变形的差异,椭圆形屈服轨迹更符合等向固结应力路径时候的变形特征;②硬化轴不同,即弹性区范围不同,影响塑性体积应变的计算结果。具体如表 1 所示。

3 几种各向异性弹塑性模型计算结果比较

3.1 计算程序及计算参数

为检验上述修正的效果,对河海大学 BCF 平面有限元程序进行相应部分修改,得到各向异性弹塑性平面有限元程序,用简单算例比较几种弹塑性模型的计算结果,以检验修正模型的合理性。算例采用一长 20 m、高 15 m 的均质地基,两侧及底部约束(其中底部在图 3 所示的 x 和 y 方向都有约束,两侧只有 x 方向约束、y 方向自由)。偏荷载分布在 2.5 m 范围内,分两次施加,q_1 = 50 kPa,q_2 = 100 kPa。计算采用的参数如下:ρ = 1.9 kg/m³,φ = 22°,c = 44.0 kPa,ν = 0.3,G = 125 Pa,e_o = 2.54,λ = 0.3,κ = 0.075。

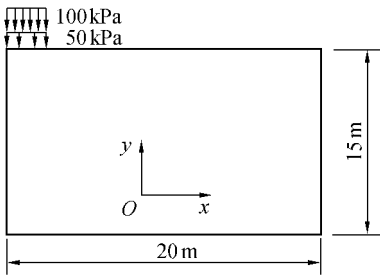


图 3 计算简图

3.2 计算结果及分析

几种模型计算得到的不同荷载下的最大沉降值如表 2 所示。

表 1 4 种模型屈服函数比较

模 型	屈服方程	p-q 平面上屈服轨迹形态
剑桥模型	f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \frac{q}{p} - \epsilon \psi = 0	沿 p 轴等向硬化的弹头形
关口太田模型	f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \eta - \epsilon \psi = 0	沿 \eta_0 不等向硬化的弹头形
修正剑桥模型	f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right) - \epsilon \psi = 0	沿 p 轴等向硬化的椭圆
二次修正关口太田模型	f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{\eta^{*2}}{M^2} \right) - \epsilon \psi = 0	沿 \eta_0/2 不等向硬化的椭圆

表 2 最大沉降计算值 cm

模 型	第一级荷载	第二级荷载
修正剑桥模型	28	90
关口太田模型	60	110
修正关口太田模型	50	95
二次修正关口太田模型	44	85

通过分析计算区域内典型单元在计算中形成的弹塑性柔度矩阵,可以直观地了解计算结果差异的原因[7]。典型单元在第一级偏荷载作用下的应力分量为

(\sigma_x \sigma_y \tau_{xy})^T = (52.7 \ 102.7 \ -3.225)^T (15)

用修正剑桥模型计算形成的弹塑性柔度矩阵为

C = \begin{bmatrix} 0.0000467 & -0.0001216 & 0.0000165 \\ -0.0001216 & 0.0008247 & -0.0001167 \\ 0.0000165 & -0.0001167 & 0.0000972 \end{bmatrix} (16)

用关口太田模型计算形成的弹塑性柔度矩阵为

C' = \begin{bmatrix} 0.0002670 & -0.0006719 & 0.0001032 \\ -0.0006719 & 0.0018187 & -0.0002785 \\ 0.0001032 & -0.0002785 & 0.0001234 \end{bmatrix} (17)

用修正关口太田模型计算形成的弹塑性柔度矩阵为

C'' = \begin{bmatrix} 0.0000983 & -0.0002797 & 0.0000384 \\ -0.0002797 & 0.0011143 & -0.0001539 \\ 0.0000384 & -0.0001539 & 0.0001018 \end{bmatrix} (18)

用二次修正关口太田模型计算形成的弹塑性柔度矩阵为

C''' = \begin{bmatrix} 0.0000662 & -0.0001882 & 0.0000244 \\ -0.0001882 & 0.0009351 & -0.0001331 \\ 0.0000244 & -0.0001331 & 0.0000968 \end{bmatrix} (19)

比较上述柔度矩阵,可见对应柔度矩阵元素一

C' > C'' > C''' > C (20)

从计算结果分析,几种模型计算的沉降等值线

象,压缩模量 6 ~ 10 MPa,属中等压缩性土 50 kPa 的线胀率达到 3% ~ 8%,达到中 ~ 强膨胀性土的范围。掺 5% 的石灰改良后,压实度 95% 的土在养护 28 d 后,自由膨胀率 8% ~ 17%,比一般黏土更低。浸水过程中基本不产生膨胀现象,50 kPa 的线胀率为 0 ~ 0.26%。压缩模量达到 20 ~ 35 MPa,因此,改良土的胀缩性和压缩性很小,是优良的路基填土。

3 结 论

- a. 采用石灰改良后的过湿土含水率降低较快,易于破碎,碾压后板结性好,是良好的路基填筑材料。
- b. 石灰改良后的过湿土的材料击实试验应该用湿土法进行,改良土的最大干密度比素土的低,最佳含水率比素土的高。改良土的干密度对含水率的变化没有素土敏感。在现场碾压时,含水率在最佳含水率 + 4% 以下就可以顺利碾压。
- c. 石灰改良土的 CBR 强度和回弹模量比素土的高得多,在水下养护时,90 d 的 CBR 强度和回弹模量比 28 d 的值有所降低。

d. 对于具有弱 ~ 中等膨胀性的过湿土,石灰改良后,不再具有膨胀土的随含水率变化产生大的胀缩性和明显的软化特性等工程性质,压缩性很低,是优良的路基填土。

参考文献:

[1] JTJ034—2000,公路路面基层施工技术规范[S].
[2] JTJ013—95,公路路基设计规范[S].
[3] JTJ051—93,公路土工试验规程[S].
[4] 王保田,武良金,向文俊,等.改良膨胀土筑堤技术研究[J].岩土力学,2005,26(1):87-90.
[5] 刘爱兰,王保田,张福海.改良膨胀土填筑路堤与压实度控制标准研究[J].防灾减灾工程学报,2004,24(增刊):23-25.
[6] 向文俊,刘爱兰,吴育琦,等.改良土二次掺灰工艺的石灰剂量检测方法[J].河海大学学报:自然科学版,2004,32(3):313-315.
[7] 向文俊,牛宏斌,施接峰,等.宁淮高速公路改良膨胀土压实特性研究[J].河海大学学报:自然科学版,2004,32(4):434-436.

(收稿日期 2005-10-31 编辑 骆超)

(上接第 53 页)形态基本一致,差别仅在具体数值上。在第一级偏载作用下,修正剑桥模型计算的最大沉降值最小,用关口太田模型计算的最大沉降值最大。用修正关口太田模型计算的最大沉降值比关口太田模型计算的略小,用二次修正关口太田模型计算的沉降值更小。这是因为修正剑桥模型采用了过大的弹性区范围,而关口太田模型又过大地调整了弹性区范围。修正和二次修正关口太田模型对弹性区作了适当调整,所以计算结果介于修正剑桥模型和关口太田模型之间,其中因为二次修正关口太田模型的弹性区比修正关口太田模型的稍大,所以计算结果略小。第二级偏载作用下,发生最大沉降的区域的土体进入塑性区,导致 4 种模型计算的最大沉降值都显著增大。但是除关口太田模型外,其余 3 种修正模型的计算值都比较接近,其中二次修正关口太田模型的计算结果最小。

4 结 语

在修正剑桥模型椭圆屈服轨迹的基础上,借鉴关口太田模型可以反映 K_0 固结土体各向异性的建模思想,对关口太田模型进行了第一次修正。通过适当调整硬化轴的角度得到比较合理的弹性区范围,从而得到二次修正的关口太田模型。有限元计算所

反映的变形规律符合各模型在 $p-q$ 平面上的弹性区分布范围规律,说明通过修正屈服轨迹形态,调整弹性区范围的再次修正关口太田模型的方法是有效的,可以从一定程度上更好地反映天然地基所具有的初始各向异性。

参考文献:

[1] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJOH A. Yielding of clay in state wetter than critical[J]. Geotechnique, 1963, 13(3):211-240.
[2] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].2版.北京:中国水利水电出版社,1996:4-77.
[3] 孙德安,姚仰平,殷宗泽.初始应力各向异性土的弹塑性模型[J].岩土力学,2000,21(3):221-226.
[4] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clays[C]//MURAYAMAS, SCHOFIELD A N. Proc 9th ICSMFE, Specialty Session 9. Tokyo:JSSMFE, 1977:229-238.
[5] 韩国城,连镇营,姚仰平.一个适用于基坑开挖的三维各向异性模型[J].水利学报,2002,15(11):14-19.
[6] 孙德安,姚仰平,殷宗泽.SMP 准则的双屈服面弹塑性模型的三维化[J].岩土工程学报,1999,21(5):631-634.
[7] 卢海华.土体的弹塑性柔度矩阵研究及修正的双屈服面模型[D].南京:河海大学,1994.

(收稿日期 2006-04-20 编辑 高建群)