

渗流场排水子结构法有限元分析的局部非协调网格解法

周桂云 李同春

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 在分析用排水子结构法求解渗流场的基础上, 针对排水子结构网格疏密交界处的网格非协调问题, 提出了局部非协调网格的协调水头解法。该方法根据结点性质将总自由度分为主要自由度和从属自由度, 基于线性内插原理, 用牛顿迭代法计算插值系数。以江口水电站工程为例, 对江口拱坝坝基渗流场进行了求解, 计算得正常蓄水位工况渗流量为 93.2 L/s, 死水位工况渗流量为 42.4 L/s, 校核洪水位工况渗流量为 119.6 L/s, 这些结果均小于设计的抽排能力(150 L/s), 满足工程要求, 说明本文方法是合理的。

关键词 渗流场 排水孔 排水子结构 局部非协调网格 协调水头解法 江口水电站

中图分类号: TV223.6 ; O241.82 文献标识码: A 文章编号: 1006-764X(2007)02-0026-04

Local incompatible meshes for finite element analysis in drainage substructure method for solution of seepage field // ZHOU Gui-yun, LI Tong-chun(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on an analysis of the drainage substructure method for solution of seepage field, the compatible water level method for local incompatible meshes was proposed to deal with the problem of incompatible meshes at the intersection of dense meshes and sparse meshes of the drainage substructure. In the method, the degrees of freedom corresponding to each node were divided into the main degrees of freedom and the dependent degrees of freedom, and the Newton iteration method, based on linear interpolation principle, was adopted for calculation of the interpolation coefficient. As a case study, the seepage field of Jiangkou arch dam foundation was calculated. The seepage quantities were 93.2 L/s, 42.4 L/s and 119.6 L/s at normal water level, dead water level, and check flood level, respectively, and the results were less than the design pumping capacity of the dam, therefore, the method was verified to be reasonable.

Key words: seepage field; drain hole; drainage substructure; local incompatible mesh; compatible water level method; Jiangkou Hydropower Station

排水孔和排水幕是水工建筑物中对渗流场进行排水降压的主要措施, 应用广泛, 尤其在以排水为主的渗控设计中, 排水孔对渗流场水头分布的影响很大。关于渗控分析中对排水孔的模拟, 大致有 4 种方法: 以沟代井法^[1-2], 节点水位约束法^[3], 排水子结构法^[4-5], 排水孔解析解和有限元耦合计算方法^[6]。其中排水子结构法应用最为广泛, 基本思想是根据排水孔的走向, 布置较为合适的母单元, 于母单元内围绕排水孔再布置尺寸小的单元, 逐步过渡到与母体周边单元相衔接, 从而形成一个“子结构”, 并根据排水孔的性质, 将排水孔壁面上的节点视为约束点。同时, 为解决存储量过大问题, 将子结构中排水孔的作用效应“凝聚”到母单元上, 较真实全面地模拟排水孔的作用机制和效应。

在渗流有限元分析中, 常在排水孔局部区域用

网格加密的方法模拟排水孔的渗流行为。当 1 个母单元内只有 1 个单数孔的排水子结构时, 有限元网格很容易协调^[7]; 当 1 个母单元内有多个排水子结构, 或为双数孔排水子结构时, 往往会出现网格不协调现象。若在建模时考虑协调问题将会给有限元网格剖分带来麻烦, 容易出现不好的单元形式。针对上面的问题, 本文提出采用非协调网格的协调水头解法来处理这种复杂的排水孔, 即在疏密网格交界处利用水头线性插值使其水头在计算域内连续, 如图 1 所示, 节点 A 处的水头可由其两端节点 B 的水头线性插值得到, 这样建模时就方便得多, 且单元形式较好。本文以江口水电站拱坝坝基渗流场为例进行有限元计算分析, 采用非协调网格的协调水头解法来处理复杂的排水孔子结构。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90510017)

作者简介: 周桂云(1981—), 女, 江苏泰州人, 博士研究生, 从事水工结构数值分析研究。E-mail: guiyunzhou@hhu.edu.cn

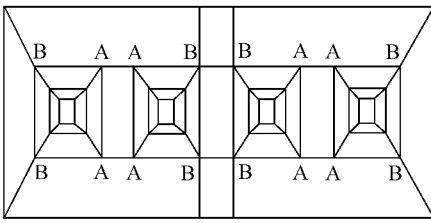


图1 排水孔非协调网格示意图

1 局部非协调网格的协调水头解法

1.1 概述

局部非协调网格的协调水头解法的基本思想是在有限元网格局部不协调处(如图2b)中的1-2-3-4-5界面)建立协调点集与非协调点集之间的插值关系^[8],以协调点集的水头为基本未知量,以非协调点集的水头为从变量,通过线性插值关系建立基本未知量与从变量之间的关系,从而导出以基本变量作为未知量的总体线性方程组。图中点1、3、5为协调点集,点2和4为非协调点集。利用此种方法建立起来的方程组的阶次要比完全协调位移网格下建立的方程组的阶次低得多,从而大大缩短了求解方程组所用的时间。

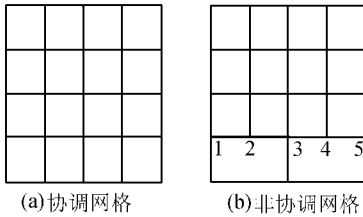


图2 协调网格和非协调网格示意图

1.2 基本原理及插值系数的求解

1.2.1 基本原理

常规渗流场有限元求解可归结为求解方程组:

$$H\varphi = F \quad (1)$$

式中: φ 为结点水头列阵; H 和 F 分别为整体传导矩阵及荷载列阵,可由单元的 H^e 及 F^e 组装而成。

对于完全协调网格,可直接用式(1)求解。对局部非协调网格,因水头列阵 φ 中只包含基本变量集,因此在将包含从变量的单元传导矩阵、单元荷载列阵叠加到总体传导矩阵和总体荷载列阵中时需进行适当转换方能叠加,下面对基本原理加以说明。

设某单元 i 的水头列阵为 $\varphi^e = \{h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{ij1}, h_{ij2}, \dots, h_{in}\}^T$, n 为单元自由度总数,其中 h_{ij1} 和 h_{ij2} 隶属于从变量,其余隶属于基本变量, h_{ij1} 和 h_{ij2} 可分别表示成某些基本变量的线性函数,即

$$h_{ij1} = \sum_{k_1=1}^{n_{j1}} a_{j1, k_1} h_{ij1, k_1} \quad (2)$$

$$h_{ij2} = \sum_{k_2=1}^{n_{j2}} a_{j2, k_2} h_{ij2, k_2} \quad (3)$$

式中: n_{j1} 、 n_{j2} 分别为用于求解 i 单元 $j1$ 和 $j2$ 自由度的基本变量数; h_{ij1, k_1} 和 h_{ij2, k_2} 为基本变量($k_1 = 1 \sim n_{j1}$, $k_2 = 1 \sim n_{j2}$); a_{j1, k_1} 和 a_{j2, k_2} 为相应的插值系数。根据式(2)、式(3)有

$$\varphi^e = C\varphi'^e \quad (4)$$

式中: φ'^e 为包括从变量的水头列阵; C 为过渡矩阵^[8]。

单元平衡方程为 $H^e\varphi^e = F^e$,将式(4)代入其中得

$$H^e C\varphi'^e = F^e \quad (5)$$

其中 $F^e = \iint_{\Delta R} NQ dx dy dz - \iint_{\Delta C} Nv_n ds$, N 为形函数, Q 为内源, v_n 为法向流速。

式(5)两端乘以 C^T 得

$$C^T H^e C\varphi'^e = C^T F^e \text{ 或 } H'^e \varphi'^e = F'^e \quad (6)$$

因此对局部非协调网格问题,只要对包含从变量的单元在求解单元总体传导矩阵和荷载列阵时用 H'^e 和 F'^e 代替原来的 H^e 和 F^e 即可,其余与常规渗流场有限元解法相同。

1.2.2 插值点和插值系数的求解

上述对局部非协调网格问题求解的关键是确定与式(2)、式(3)对应的基本变量和相应的插值系数。根据等参单元的特点,将所有单元分成两组,即包含从变量节点的所有单元组成的单元组1和其余单元组成的单元组2,则对于任意从变量节点,至少可以在单元组2中找到一个单元包含该节点。假设单元组2中包含从变量节点 i 的单元有 N_e 个,节点 i 位于单元 j ($j = 1 \sim N_e$)中的局部坐标为 (ξ_j, η_j, ζ_j) ,则节点 i 的水头变量可以用单元 j 中节点的水头变量插值得得,即

$$h_i = \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_d} N_k(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) h_{jk} \quad (7)$$

式中: N_k 为 j 单元的形函数; N_d 为单元节点数。

只要求得包含 i 节点的所有单元及该节点位于这些单元的局部坐标,则式(2)、式(3)可非常方便地获得。这里给出一种简单的求解方法,等参单元中任一点的整体坐标可由局部坐标表示为

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^n N_i x_i \\ y = \sum_{i=1}^n N_i y_i \\ z = \sum_{i=1}^n N_i z_i \end{cases} \quad (8)$$

反之,若已知一点的整体坐标,可通过牛顿迭代法求

解与之相对应的局部坐标。设第 n 次迭代求得的局部坐标为 $(\xi, \eta, \zeta)^n$,则第 $n+1$ 次迭代过程为

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix}^n + \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \eta \\ \Delta \zeta \end{Bmatrix}^{n+1} \tag{9}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \eta \\ \Delta \zeta \end{Bmatrix}^{n+1} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{T} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x - \sum_{i=1}^n N_i x_i \\ y - \sum_{i=1}^n N_i y_i \\ z - \sum_{i=1}^n N_i z_i \end{Bmatrix} \tag{11}$$

迭代收敛控制标准采用 $\sqrt{\Delta \xi_{n+1}^2 + \Delta \eta_{n+1}^2 + \Delta \zeta_{n+1}^2} \leq 1.0 \times 10^{-6}$,对全部单元循环 ,寻找满足 $|\xi| \leq 1$ 以及 $|\eta| \leq 1$ 和 $|\zeta| \leq 1$ 的单元可获得包含该节点的单元集和相应的局部坐标。计算结果表明上述迭代方法收敛较快。

2 江口拱坝坝基渗流场求解

江口水电站位于重庆市武隆县江口镇芙蓉江河口以上约 2 km 处 ,是以发电为主的综合利用工程 ,是芙蓉江干流梯级开发中的最大一级 ,工程所在位置距用电负荷中心重庆市区约 130 km。江口水电站枢纽布置型式为河床布置双曲拱坝 ,坝身布置中、表孔泄水 ,坝后接水垫塘消能 ,左岸布置地下厂房 ,右岸布置导流隧洞 ,渗控工程由防渗帷幕和排水幕等组成。排水幕布置在大坝基础廊道和两岸灌浆平硐内防渗帷幕的下游。左岸由于结合厂房围岩排水 ,全线布置排水孔。右岸出坝肩 50 m 后灌浆平硐内不再布置排水孔。排水幕高程 :左岸山体从高程 290.00 ~ 185.00 m ,右岸山体从高程 290.00 ~ 200.00 m ,河床区从高程 170.00 ~ 100.00 m ,排水孔深度 50 m ,孔距 3 m。水库运行期特征水位见表 1。

表 1 水库运行期特征水位 m

工 况	库水位	相应下游水位
正常蓄水位	300.00	183.79
设计洪水位	300.01(300.59)	208.00
校核洪水位	303.33(303.92)	214.07
死 水 位	260.00	183.79

注 :括号内的数值为东北勘测科学研究院坝体泄洪水工模型试验实测水位。

有限元计算模型见图 3、图 4 和图 5。其中图 3 为渗流场有限元计算总体网格 ,图 4、图 5 为排水子结构的排水孔网格图布置 ,在建模时将排水孔网格插入到总体网格中。在排水子结构网格和整体网格过渡处会出现网格不协调现象 ,此处用协调水头解法来处理。

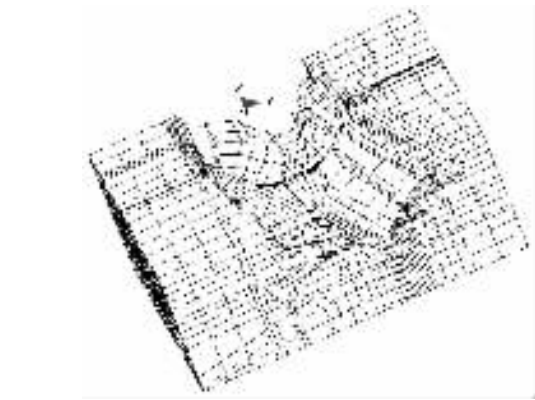


图 3 渗流场网格



图 4 排水孔竖向布置

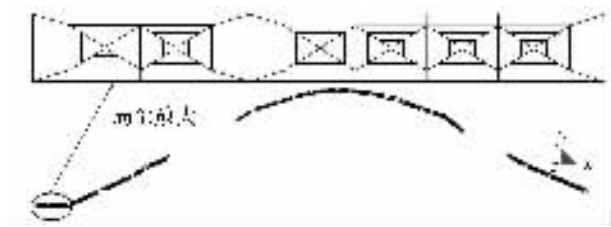


图 5 排水孔横向布置

计算成果见图 6 和图 7 ,由渗流场顺河向剖面图(图 6)可知 ,在布置排水孔处渗透压力明显降低 ,降低值为 16.7% ,说明排水孔起到了排水降压的作用。根据渗流计算原理计算得到不同水位时的渗流量如下 :正常蓄水位工况为 93.2 L/s ,死水位工况为 42.4 L/s ,校核洪水位工况为 119.6 L/s ,所得结果均小于设计的抽排能力 150 L/s ,满足工程要求。

3 结 语

a. 在三维渗流场有限元法分析中排水子结构法可以很好地适应复杂渗流场问题的排水孔结构多变、计算域大、边界条件复杂等特点 ,应用最为广泛。

b. 在排水子结构局部区域常采用网格加密方法来模拟 ,局部非协调网格的协调水头解法有效地

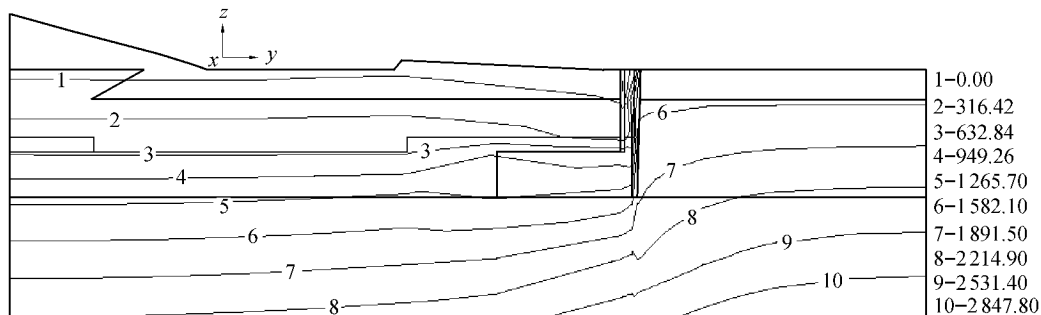


图 6 渗流场渗透压力顺河向剖面图($x = 0$ 单位 kPa)

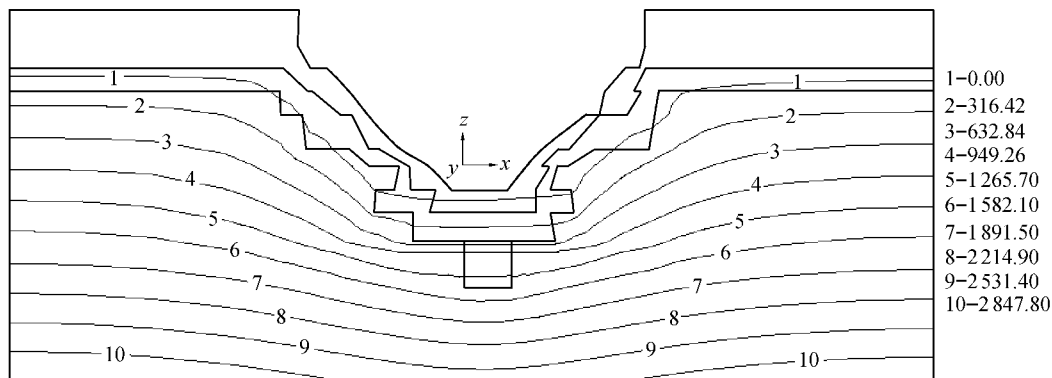


图 7 渗流场渗透压力横河向剖面图($y = 0$ 单位 kPa)

处理了加密时的网格非协调现象,如此有限元建模时可采用排水子结构网格后插的方法,子结构可以先单独建模并剖分网格,最后插入到整体网格中,避免出现不好的单元形式,且建模方便得多。

c. 算例采用非协调网格的协调水头解法处理排水孔网格的非协调现象。计算结果表明:排水孔明显起到了排水降压的作用,渗透压力降低值达 16.7%,渗流量也满足设计的抽排能力,说明了该方法是合理的。

参考文献:

- [1] 毛昶熙,李祖貽.堤坝渗流以沟代并列的计算力法[J].水利学报,1989(7):49-55.
- [2] 关锦荷,朱玉侠.用排水沟代替排水并列的有限单元分

析[J].水利学报,1984(3):10-18.

- [3] 毛昶熙.渗流计算分析与控制[M].北京:水利电力出版社,1990.
- [4] 王镭,刘中,张有天.有排水孔幕的渗流场分析[J].水利学报,1999(2):36-40.
- [5] 朱岳明,陈振雷.改进排水子结构法求解地下厂房洞室群区的复杂渗流场[J].水利学报,1999(9):79-85.
- [6] 余成学,刘先珊,叶查贵.改进的排水孔解析解和有限元耦合计算方法[J].岩土力学,2009(5):601-603.
- [7] 陈建余,朱岳明,龚道勇.江口拱坝坝基渗流场有限元法分析[J].水力发电,2009(12):22-26.
- [8] 李同春,李森,温召旺,等.局部非协调网格在高拱坝应力分析中的应用[J].河海大学学报:自然科学版,2003,31(3):42-45.

(收稿日期 2006-05-29 编辑 高建群)

·小资料·

2006 年我国电力建设中的 6 件大事

2006 年我国电力建设中的 6 件大事 ①电力新增装机容量超过 1 亿 kW,从而使我国电力总装机容量突破了 6 亿 kW,全国绝大多数地区电力紧张状况得以缓解。②11~12 月浙江华能玉环电厂和山东华电邹县电厂的单机容量 100 万 kW 超临界火电机组相继建成投产,标志着我国火力发电技术跻身世界领先行列。③金沙江上装机容量 600 万 kW 的向家坝水电站已于 11 月正式开工建设,是我国继三峡水电站和溪洛渡水电站之后的第三大水电站。它和金沙江上已开工的装机容量为 1260 万 kW 的溪洛渡水电站装机容量总和相当于又一个三峡水电站。④位于湖北省巴东县清江上游的水布垭水电站已于 10 月建成,其大坝为混凝土面板堆石坝,坝高 233 m,是迄今为止世界上最高的一座面板堆石坝。⑤两项特高压输电示范工程相继开工建设,一项是国家电网公司的晋东南—荆门交流 1000 kV 输电工程,另一项是南方电网公司的从云南禄丰到广东增城的云广直流 ± 800 kV 输电工程,它们都是具有世界先进水平的工程。⑥新增了 12 个实现户户通电的省区,从而使我国有 18 个省区完成了户户通电的任务,这是电力建设为三农服务、建设社会主义新农村的重大举措。

(吴 高供稿)