

超贫胶结材料本构模型

孙明权 杨世锋 张镜剑

(华北水利水电学院水利学院 , 河南 郑州 450008)

摘要 : 针对胶凝材料含量大于 30 kg/m^3 的超贫胶结材料应力-应变曲线达到峰值后呈软化形态的问题 , 采用虚加刚性弹簧法 , 建立具有软化特性的超贫胶结材料的本构模型 , 确定了模型相应的参数 , 给出了该模型的一个应用实例 , 为超贫胶结材料的非线性分析奠定了基础。

关键词 : 超贫胶结材料 ; 本构模型 ; 虚加刚性弹簧法

中图分类号 : TU528.044 文献标识码 : A 文章编号 : 1006-764X(2007)03-0035-03

Study on constitutive model for over lean cemented material//SUN Ming-quan , YANG Shi-feng , ZHANG Jing-jian(Faculty of Water Conservancy Engineering , North China University of Water Conservancy and Electric Power , Zhengzhou 450008 , China)

Abstract : The over lean cemented material with the content of cementing material over 30 kg/m^3 shows a softened form when the peak of its stress-strain curve is reached. In consideration of the above fact , a constitutive model for the over lean cemented material with the softening characteristics was developed by use of the virtual rigid spring method , and the parameters for the model were determined. Then an example of the application of the model was given. The study provided a basis for nonlinear analysis of the over lean cemented material.

Key words : over lean cemented material ; constitutive model ; virtual rigid spring method

超贫胶结材料的力学特性试验及其本构模型的研究是超贫胶结材料土石面板坝的关键。在超贫胶结材料力学性能三轴试验的基础上 , 本文对超贫胶结材料的本构模型进行探讨。

由超贫胶结材料试样的三轴试验结果^[1]可知 , 当胶凝材料含量小于 20 kg/m^3 时应力-应变曲线基本符合双曲线变化规律 , 与普通砂砾料曲线形式基本相同 , 只是抗剪强度有所增加 ; 当胶凝材料含量大于 30 kg/m^3 时应力-应变曲线存在一个峰值 , 其前半支(峰值之前) 轴向应变 ϵ 随偏应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 的增加而增加 , 其增加梯度逐渐变缓 , 应力-应变曲线具有明显的非线性特征 , ϵ 与 $\sigma_1 - \sigma_3$ 基本呈双曲线关系 ; 当 $\epsilon = 2\%$ 左右时 , 曲线达到峰值 , 继续施加轴向荷载 , 应力-应变曲线呈软化形态 , 随着 ϵ 的增加 $\sigma_1 - \sigma_3$ 降低。 ϵ 在 $2\% \sim 6\%$ 的阶段 , 试样的抗剪强度下降很快 , 超过 6% 以后下降趋缓 , 最后趋于某一定值。如何描述应力-应变曲线呈明显软化形态的超贫胶结材料的本构模型并合理确定其相应的参数是本文要解决的核心问题。

1 本构模型的建立

目前土体的非线性应力-应变分析中 , 主要有双

曲线模型、流变模型、弹塑性模型等数学模型。工程中广泛采用邓肯-张(Duncan-Chang)双曲线模型 , 该模型理论比较成熟 , 应用简便 , 实践经验丰富。由三轴试验结果可知 , 超贫胶结材料应力-应变曲线在达到峰值之前具有明显的非线性特征 , ϵ 与 $\sigma_1 - \sigma_3$ 基本呈双曲线关系 , 只要设法解决其峰值后的材料软化问题 , 超贫胶结材料的本构关系就可以用双曲线模型来描述。

1.1 双曲线模型简介

双曲线模型的非线性弹性模量以切线模量来表示 , 其表达式为^[2]

$$E_t = \left[1 - R_f \frac{(1 - \sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \tag{1}$$

式中 : R_f 为破坏比 ; σ_3 为围压 ; k, n 均为由试验确定的参数 , 可从初始切线模量 E_i 与 σ_3 的关系求得 ; c, φ 分别为土的黏聚力与内摩擦角 ; p_a 为大气压力 , 单位与 E_i 相同 , 以便使 k 值成为无因次的数 , 可取其近似值为 0.1 MPa ^[3]。

双曲线模型具有以下特点 : ①模型假定偏应力与轴向应变符合双曲线关系 , 并由常规三轴试验来

确定切线模量 ;②模型假定材料各向同性 ;③模型采用了莫尔-库仑强度理论 ;④模型包含了应力水平因素 ,考虑了材料的切线模量随偏应力的改变而改变的非线性性质 ;⑤模型中切线模量和泊松比共包含了 8 个参数 ,即 $k, n, R_f, c, \varphi, F, G, D$ 。

1.2 超贫胶结材料本构模型的建立

超贫胶结材料的应力-应变曲线达到峰值后有一下降阶段 ,也即有应变软化阶段。在这一阶段 , $\sigma_1 - \sigma_3$ 随着 ϵ 的增加而降低 ,以此确定的切线模量是负值 ,前面介绍的双曲线模型已不能直接使用。本文采用虚加刚性弹簧法处理该应变软化问题。

1.2.1 虚加刚性弹簧法的基本原理

虚加刚性弹簧法的原理可以用图 1 来解释。如图 1(a)所示 ,在适当的地方加上虚拟的弹簧 ,弹簧的应力与应变的关系总是线性的 ,如图 1(b)中的直线②。加弹簧后 ,超贫胶结材料的应力-应变曲线如图 1(b)中的曲线③ ,该曲线已不存在应变软化阶段 ,可以用双曲线来拟合并用双曲线模型求解。由曲线③减去曲线②可得曲线① ,这便是超贫胶结材料原来的应力-应变曲线 ,其上升段与下降段均可达到足够的精度。

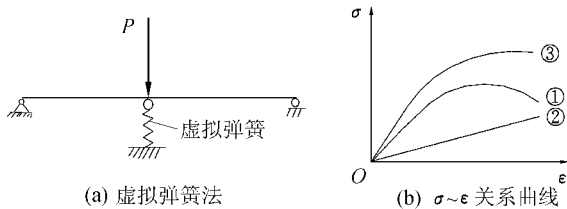


图 1 虚加刚性弹簧法示意图

采用虚加刚性弹簧法 ,虚拟双曲线(图 1(b)中曲线③)的切线模量 E' 是由实际超贫胶结材料的切线模量叠加刚性弹簧的弹性模量后所得 ,即

$$E' = E_t + E_D$$

由此可以得出 :

$$E_t = E' - E_D \tag{2}$$

式中 : E' 为虚拟双曲线的切线模量 ; E_t 为实际超贫胶结材料的切线模量 ; E_D 为虚加刚性弹簧的弹性模量。对每种胶凝材料含量的超贫胶结材料的实验曲线进行分析 ,为确保曲线③消除应变软化阶段 , E_D 取其实际应力-应变曲线的 2 倍最大负弹模的绝对值。胶凝材料含量为 $30 \text{ kg/m}^3, 50 \text{ kg/m}^3, 60 \text{ kg/m}^3$ 时 ,对应 E_D 值分别为 $40.0 \text{ MPa}, 57.0 \text{ MPa}, 98.5 \text{ MPa}$ 。

1.2.2 虚加刚性弹簧法的应用

采用虚加刚性弹簧法 ,在三轴试验得到的应力-应变曲线上分别叠加一条应力-应变直线(其弹性模量等于 2 倍最大负弹性模量) ,得到新的应力-应变曲线。以 C50(胶凝材料含量为 50 kg/m^3)为例 ,应力

-应变曲线见图 2。

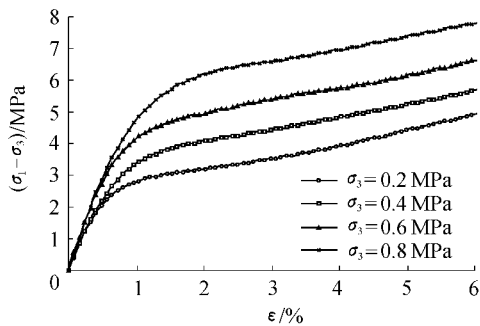


图 2 C50 应力-应变曲线

从图 2 可以看出 ,随着 ϵ 的增大 , $\sigma_1 - \sigma_3$ 不断增大 ,峰值不存在。对于胶凝材料含量相同但围压不同的应力-应变曲线 ,在 ϵ 大于 4% 以后 ,呈现一基本平行的、接近于直线的曲线组。

针对图 2 的应力-应变曲线 ,再以 $\epsilon(\sigma_1 - \sigma_3)$ 为纵坐标 , ϵ 为横坐标 ,构成新的坐标系 ,见图 3。由图 3 可知 , $\epsilon(\sigma_1 - \sigma_3)$ 与 ϵ 基本呈直线关系变化 ,并且 σ_3 越大 ,线性关系越显著。用直线 $y = a + bx$ 进行拟合 ,直线方程及相关系数见表 1。从拟合的结果可知 , $\epsilon(\sigma_1 - \sigma_3)$ 与 ϵ 能较好地符合直线关系 ,相关系数均在 0.990 以上。

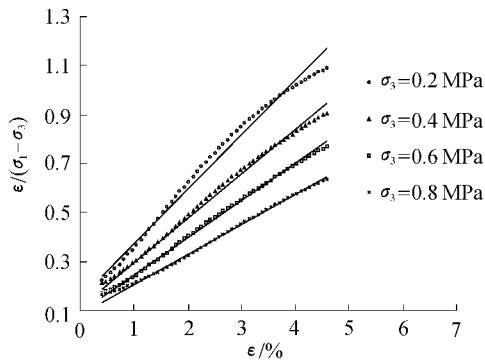


图 3 $\epsilon(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon$ 关系曲线(C50)

表 1 拟合直线方程及相关系数

胶凝材料含量/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	σ_3/MPa	直线方程	相关系数
30	0.2	$y = 0.3081x + 0.2358$	0.9920
	0.4	$y = 0.2311x + 0.1771$	0.9988
	0.6	$y = 0.2182x + 0.1498$	0.9989
	0.8	$y = 0.1664x + 0.1400$	0.9990
50	0.2	$y = 0.2346x + 0.1506$	0.9979
	0.4	$y = 0.1879x + 0.1110$	0.9990
	0.6	$y = 0.1529x + 0.0930$	0.9994
	0.8	$y = 0.1230x + 0.0819$	0.9995
60	0.2	$y = 0.1107x + 0.1364$	0.9971
	0.4	$y = 0.1037x + 0.1070$	0.9983
	0.6	$y = 0.0913x + 0.0929$	0.9993
	0.8	$y = 0.0765x + 0.0840$	0.9994

通过分析可知 :①当胶凝材料含量相同时 ,随着 σ_3 的增大 ,拟合良好段对应的应变值越大 ,新应力-应

变曲线越来越趋近于双曲线,产生这种情形的根源是不同 σ_3 下的应力-应变曲线叠加了相同的应力-应变直线;②当 σ_3 相同时,随着胶凝材料含量的增加,拟合良好段对应的应变越来越大,拟合效果越来越好。

2 模型参数的确定

双曲线模型共 8 个参数,即 $k, n, R_f, c, \varphi, F, G, D$ 。在本次试验中,由于未能测出材料的侧向应变,因此不能确定 F, G, D ,只能确定 k, n, R_f, c, φ 这 5 个参数。在本次计算中对泊松比不进行非线性迭代。

2.1 c 和 φ 的确定

从超贫胶结材料三轴试验曲线可以看出,C50 超贫胶结材料应力-应变曲线的上升段基本为双曲线,破坏时的应变值基本在 2% 左右,考虑到试验曲线还可以延长,所以建议破坏值取 2% ~ 5%。在本次计算中,考虑到了双曲线的拟合情况,所以破坏时的应变值取为 4%。

根据拟合的双曲线,取轴向应变为 4% 时对应的 σ_3 与 $\sigma_1 - \sigma_3$,可得出不同胶凝材料含量的超贫胶结材料的性质参数:黏聚力 c 和内摩擦角 φ ,见表 2。

表 2 不同胶凝材料含量的超贫胶结材料参数

胶凝材料含量/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$
30	451.29	41.30
50	505.06	47.15
60	1128.11	47.42

这里需要说明的是表 2 中的 c 和 φ 是对应叠加后虚拟曲线的取值,而不是超贫胶结材料真实的黏聚力和内摩擦角。

2.2 R_f 的确定

由本构模型切线弹性模量的推导过程可知:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3)$$

根据 $R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u}$ (式中 $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ 为主应力差渐近值)可以算出不同胶凝材料含量的超贫胶结材料在不同围压下的值,取各自的平均值,就得到不同胶凝材料含量相应的 R_f 。计算得到胶凝材料含量为 30 kg/m^3 , 50 kg/m^3 , 60 kg/m^3 时 R_f 值分别为 0.86 0.88 0.80。

2.3 k 和 n 的确定

由 $\lg E_i/p_a$ 与 $\lg \sigma_3/p_a$ 关系曲线及拟合方程,可以计算 k 和 n 。计算得到胶凝材料用量为 30 kg/m^3 , 50 kg/m^3 , 60 kg/m^3 时,对应的 k 和 n 值分别 3277.93 0.384 6 4897.79 0.441 5 5754.4 0.350 5。

3 结 论

本文在三轴试验结果基础上,针对试验曲线存在明显的软化特性,引入虚加刚性弹簧法建立了超贫胶结材料的非线性本构模型,把实际材料的切线模量表达为虚拟邓肯-张模型的切线模量与虚加弹簧的弹性模量之差,并给出了不同胶凝材料含量虚拟邓肯-张模型参数和虚加弹簧的弹性模量,成功地建立了具有软化特性的超贫胶结材料的本构模型,为超贫胶结材料的非线性分析奠定了基础。

参考文献:

[1] 张镜剑,孙明权.超贫胶结材料土石面板坝研究阶段报告[R].郑州:华北水利水电学院,2002.
[2] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,1996:55-57.
[3] 郭诚谦,陈慧远.土石坝[M].北京:中国水利水电出版社,1981:584-589. (收稿日期:2007-05-08 编辑:骆超)

(上接第 16 页)将汛期划分为前汛期(6 月 15 日 ~ 6 月 30 日)、主汛期(7 月 1 日 ~ 8 月 15 日)和后汛期(8 月 16 日 ~ 9 月 15 日)。分期结果与现行方案大体一致,验证了本文方法的合理性。

b. Fisher 最优分割法具有多指标聚类、时序性划分以及能确定分几期较优等特点,基本满足汛期分期问题的特性,因此适用于汛期的定量分期研究。通过实例分析,本文认为综合分析汛期分期的影响因素很重要,即指标的合理选取及权重系数的确定是研究的关键,有待进一步探讨。

参考文献:

[1] 胡四一,高波,王忠静.海河流域洪水资源安全利用:水库汛限水位的确定与运用[J].中国水利,2002(10):105-

108.
[2] 陈守煜.从研究汛期描述水文系统模糊集分析的方法论[J].水科学进展,1995,16(2):133-138.
[3] 陈守煜.水文水资源系统模糊识别理论[M].大连:大连理工大学出版社,1992:152-160.
[4] 侯玉,吴伯贤,郑国权.分形理论用于洪水分期的初步探讨[J].水科学进展,1999,19(2):140-143.
[5] 高波,刘克林,王银堂,等.系统聚类法在水库汛期分期中的应用[J].水利水电技术,2005,36(6):1-5.
[6] 张尧庭,方开泰.多元统计分析引论[M].北京:科学出版社,1982:447-449.
[7] 和宏伟,张爱玲.Fisher 最优分割法在云南地震分期中的应用[J].地震研究,1994,17(3):231-239.
[8] 郭玉文.Fisher 法在空气环境监测点位优化中的应用[J].环境工程,2002,20(4):64-66. (收稿日期:2006-09-07 编辑:骆超)