

随机分析方法及其在水击和调压室涌浪中的研究进展

朱永忠¹, 索丽生²

(1. 河海大学理学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 介绍了随机分析方法在水利工程中的应用, 包括工程上建立随机模型的方法和对模型的求解研究。综述了 1997 年以后水电站水击与调压室涌浪随机分析的现状、新的研究方法和研究成果。主要研究成果有: 证明了调压室涌浪随机模型存在唯一的均方解; 推导出了水头损失和最大相对涌浪值的密度函数计算公式; 求解了调压室涌浪解过程的联合密度函数和简单水力系统的水头均值过程等。针对研究现状, 提出了水电站水击与调压室涌浪随机分析的 3 点建议。

关键词 随机分析; 水击; 调压室涌浪; 水电站; 综述

中图分类号 TV732.5 **文献标识码** A **文章编号** 1006-764X(2007)03-0090-05

Advances in stochastic analysis of waterhammer and surge at hydropower stations//ZHU Yong-zhong¹, SUO Li-sheng²
(1. College of Sciences, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : An introduction was given to the application of stochastic analysis method in water conservancy projects, including the methods to develop and solve the stochastic model. The current situation of stochastic analysis of waterhammer and surge at hydropower stations, the new research methods and the latest achievements since 1997 were summarized. The main achievements are as follows: it is verified that there is an unique mean square solution to the stochastic surge model; the formulas for probability density function of head loss and the maximum relative surge level were deduced; the joint probability density function for solving surge process and the mean head process of simple hydraulic system were also derived. Finally, some suggestions were made for stochastic analysis of waterhammer and surges at hydropower stations.

Key words : stochastic analysis; water hammer; surge; hydropower station; review

水电站水击和调压室涌浪的随机分析是近十几年才发展起来的一种分析方法, 由于随机分析本身的难度, 国内外做这方面研究的科研工作者比较少, 取得的成果也不是很多。文献 [1] 将 1997 年以前的水电站水击和调压室涌浪的随机分析方法和所取得的结论做了比较系统的综述, 其研究成果主要体现在文献 [2-4] 中。从 1997 年到现在又过去了近 10 年, 水电站水击和调压室涌浪的随机分析有了新的研究进展。

水击与调压室涌浪是水电站有压引水系统中常见的、重要的非恒定流现象, 其发生条件具有很大的随机性。主要随机影响因素可以概括为 3 个方面: 水力系统参数、边界条件和初始条件。传统的计算方法是从各种可能的情形中选取各因素的最不利情形进行组合, 从而得到一条确定的涌浪或水击压力的波动曲线, 以其最大波动幅值 Z_c (或 Z_D) 作为结

构设计或管线布置时调压室最高(或最低)水位的依据。然而, 由于它们的随机性, 各影响因素在某一次甩负荷事故中的取值事先是不能预料的, 因此这一波动过程的幅值及衰减速度都不能确定, 从而水击压力与调压室水位波动都是以时间为参数的随机过程, 由一簇样本曲线(或样本函数)组成。

随着科学技术的发展, 工程结构的设计方法需要的是基于精确概率计算的可靠度设计方法。目前已经有许多水工建筑物就是依据《水工混凝土结构设计规范》^[5] 中的要求进行设计的。但由于水击压力和涌浪水位的随机研究还没有得到可以指导设计规范的结果, 所以迄今为止进行这类水击与调压室涌浪的分析计算时, 仍然是将水力系统的参数、边界条件、初始条件及待求的控制变量当作确定量, 并选择最不利的条件进行组合, 得出最大(最小)水击压力或涌浪水位, 并以此结果作为结构设计的动水荷

解^[6]。因此必须要对水击压力与调压室涌浪的随机特性进行更加深入的研究,以概率特性作为设计依据才能准确地说明实际情况。

1 随机分析方法在水利研究中的应用

自然界运动的规律,一般表现为确定性的过程和随机性的过程两种类型。前者用微分方程方法加以描述,后者用概率方法加以描述。由于自然界本身的运动很复杂,常常是确定性的过程和随机性的过程相互交织在一起,因此随机微分方程的研究便提上了日程。

科学研究的重要目的之一在于由已知去推断未知。一旦现象极为复杂,不能作出确定性的推断时,人们通常只好采用从已知去求未知的平均,然后再去求偏离平均的平均(即均方差),为此可建立随机模型。新型的随机分析为它提供了数学手段^[7]。实际工程中的众多变量由于受种种不确定因素的影响往往具有很大的随机性,分析时就必须把这些变量考虑为随机变量。随着科学技术的不断发展,原来确定性模型的结果已经越来越不能满足人们的需求了,而且实际中的很多现象是确定性模型的结果所不能解释的。鉴于此,越来越多的科研工作者将随机分析的方法应用到工程中来。例如文献[8-12]在供水管网系统、排水管道、高速公路排水渠、防洪堤、风浪引起的挡水建筑漫顶、溢流坝泄流能力、局部冲刷、消能工等方面都有应用随机分析方法的实例。文献[13-17]利用信息熵理论在明渠或管道水流流速、泥沙、糙率、水面曲线以及脉动力压力的谱分析等方面作了比较深入的研究。文献[18]建立了计算河道水面曲线的随机模型,并求解了河道水面线过程的概率密度。文献[19-25]在相应的水利问题中建立了概率模型,并进一步对模型作了较深入的讨论和分析求解。文献[26-31]主要是应用蒙特卡罗(Monte-Carlo)随机模拟的方法研究相应问题的随机现象。文献[32-42]用概率方法讨论了多种水工建筑物的结构可靠度设计问题等等。

随机分析中有两个关键的过程:一为随机模型的建立,另一为随机模型的求解。

目前工程上建立随机模型主要有两种方法。一是在原来确定性方程的后面加上一个高斯白噪声过程或布朗运动,如文献[19,24,43-44]等。这类随机微分方程属于伊藤(Itô)型方程,其解过程为马尔柯夫(Markov)过程,其求解方法比较多,相应的研究成果也比较多,应用范围比较广。大多数情况下可以直接求解其解析解,如文献[43]。若不能求其解析解时,可以利用福克尔-普朗克(Fokker-Planck)方程

求解其解过程的密度函数,如文献[19]。同时也可以利用其他的方法求解其解过程的概率信息,如文献[43]中利用切普曼-柯尔莫哥洛夫(Chapman-Kolmogorov)转移方程求解相应概率密度函数,文献[24]中利用卡尔曼(Kalman)滤波公式求解其解过程的概率信息等。二是直接以原来的确定性方程作为相应的随机模型,只是把确定性方程中的相关参量当作随机变量,如文献[3-4,18,45,46-47]等。这类方程的解过程求解起来相对困难,方程一般不是伊藤型方程,其解过程一般也不能证明为马尔柯夫过程。若原来确定性方程的解析解可以求解出来,则相应的随机方程的解过程与确定性解有相同的形式。若不能求解出解析解,可以利用刘维尔(Liouville)方程求解解过程的概率密度函数,如文献[18,47]。

对于随机模型的求解,现代量测技术的快速发展提供了获取随机现象感性认识及深化理性认识的可能,概率论、数理统计、随机过程、随机微分方程等理论为随机模型的求解提供了数学基础,而计算机的应用及各种随机数据产生方法的发展和普及使得一些复杂的随机数值模拟和随机数值计算可以付诸实施。

一般来说,随机模型的求解研究有两类。其一为理论研究,这主要是数学工作者感兴趣的问题。他们主要研究随机模型的解的存在性、唯一性,解的解析式怎么求解等问题。即使是研究数值计算也只是研究数值计算方法的收敛性、稳定性等。其二是数值求解,这主要是工程工作者感兴趣的问题。由于随机模型的理论求解一般非常困难,而工程上又非常关心模型的具体数值结果,外加现代计算技术迅猛发展,所以工程领域中越来越多的学者研究随机模型的数值解。其中应用最广泛的是利用蒙特卡罗模拟法进行随机模型的解的数值模拟,如文献[2-4,26-31,45]等。近年来随着数学领域对随机模型的数值解的逐步研究,相继出现了很多随机数学和计算方法相结合的产物——随机计算方法,如指数展开法、龙格-库特(Runge-Kutta)法等等。随机计算方法中比较成熟的方法主要有两种:随机伊藤-泰勒(Itô-Taylor)展式法和随机欧拉(Euler)插值法。这两类方法的研究文献比较多,如文献[48-54]讨论了一类随机微分方程的数值计算方法及其如何在计算机上实现,文献[55-58]从理论上讨论了随机微分方程的多种数值计算格式,文献[59]初步讨论了用龙格-库特方法求解随机微分方程,文献[60-62]讨论了随机微分方程的几种数值计算方法及其简单应用。

2 有压非恒定流随机分析的研究

有压非恒定流随机分析刚刚起步,国外尚未有专门对管道非恒定流进行随机分析的文献报道,国内有关的研究成果也比较少。

文献[1]综述了1997年以前水电站水击与调压室涌浪随机分析的研究状态、研究方法和研究成果。认为水电站水击压力与调压室水位波动过程是以时间为参数的随机过程,对其进行随机分析对结构可靠度设计尤为重要。

文献[45]在文献[2]的基础上,对由水库、管道及阀门组成的简单水力系统,考虑初始水头、关闭历时和甩负荷程度均为随机变量,从水击极值近似解析公式出发推导了简单管的第一相水击升压和极限升压的解析概率分布,随后引入了蒙特卡罗随机数值模拟方法模拟了第一相水击升压、极限水击升压、最大水击压力和极限水击压力的概率分布。将文献[2]的工作推进了一步,其结论大致与文献[2]一致。该文没有从理论上推导出最大水击压力和极限水击压力的密度函数计算公式,从而得出它们的分布,而只是利用模拟法模拟出它们的分布。

文献[3]在分析调压室涌浪发生条件和各种影响因素的随机性的基础上,选择典型调压室水力系统建立涌浪分析的随机数学模型。在只考虑甩负荷程度为随机变量时,给出了涌浪近似计算的“动态局部线性化”方法;在考虑管道糙率和甩负荷程度均为随机变量时,利用蒙特卡罗方法模拟分析了调压室涌浪中的多个变量的分布规律。该文给出的“动态局部线性化”方法只是近似的计算方法,而且没有考虑其他的随机变量。在考虑管道糙率和甩负荷程度都为随机变量时,没有从理论上给出调压室涌浪的随机分析结果,而只是利用模拟的方法模拟出其随机结果。

文献[4]是文献[2]和[45]的综合,最后还对水击、调压室涌浪随机分析在结构可靠度设计中的应用做了初步探讨。

文献[3-4]的不足之处是仅仅采用了数值模拟方法模拟出了水击压力与调压室涌浪极值的概率分布特性,而没有求解出水击压力与调压室涌浪极值的概率密度函数。蒙特卡罗数值模拟方法仅仅是一种数值试验方法,并且其随机数的随机性有一定的适用范围,它比较适宜用来检验其他的分析方法得出的结果。而对于随机变量而言,最好能够从理论上去寻求求解其概率密度函数的方法。

文献[46]针对典型调压室水力系统,根据调压室水位波动的特点,利用泰勒级数展开法推导了水轮机

瞬时全部甩负荷时调压室中水位第一次向上波动时的水位随时间的随机解过程,并由此给出了解过程的密度函数公式和涌浪均值的最大值的计算公式。

文献[47]在调压室涌浪的随机分析中,将管道糙率和初始带负荷程度系数均考虑为随机变量,首先从数学上严格证明了调压室涌浪随机模型存在唯一的均方解,这无疑为今后对调压室涌浪随机模型求解提供了理论保障;其次利用管道糙率和初始带负荷程度系数的分布推导出了水头损失的密度函数表达式和最大相对涌浪值的密度函数计算公式;最后利用刘维尔方程求解了调压室涌浪解过程的联合密度函数。在对水电站水击的随机分析中,从数学上推导出了简单水力系统水头的幂级数表达式,推导出了第一相水击升压、极限水击升压、最大水击压力和极限水击压力的敏感性分析表达式,并利用该表达式对它们进行了敏感性分析;引入了分布类型拟合法,进一步确定了水击升压和最大水击压力的分布类型;引入了矩特征线法,利用矩特征线法可以求解简单水力系统的水头均值过程。该文的研究方法和成果都是在严格的理论推导下得到的,并且其结果与蒙特卡罗模拟法模拟的结果完全一致。

文献[46-47]中的不足之处是只对水电站水击和调压室涌浪中的局部进行了随机分析,特别是水电站水击的随机分析方面,而且方法在实际工程中的实用性没有得到验证。

3 展望

水电站有压引水系统特别是其中的非恒定流的研究在实际应用中非常重要,必须要了解各个变量的变化过程和规律。在实际问题中由于种种因素的影响,这些变量的取值都有随机波动性,是随机变量,因此对水电站有压引水系统非恒定流的随机分析就变得非常重要。根据前面文献研究的综述,笔者认为就水击与调压室涌浪的随机分析而言,以下几个方面还有待深入或拓宽:

a. 广泛地收集某些重要的随机影响量的资料,进行统计分析和假设检验,以期得出更加准确的分布规律。比如带负荷程度系数应按照水力单元的机组台数、供水方式、结线形式以及机组在电力系统承担的任务等作为分类统计,以获得更加全面、更加精确的概率统计分布规律;又如阀门或导叶的关闭时间和关闭规律的随机特性的研究,由前面敏感性分析可知,水击压力对关闭时间的变化非常敏感,所以关闭时间的分布规律一定要非常精确。

b. 进一步完善水击与调压室涌浪的随机模型。可以根据水电站水击和调压室涌浪实际发生过程中

的随机关系重建随机模型,以期更加全面地反映水击与调压室涌浪的实际情况。

c. 改进随机分析方法。目前,工程中在进行随机分析时都是利用随机数学的分析方法。随机数学给出的随机分析方法对于数学中一般的方程,而工程中的随机模型具有非常强的实际背景,所以其研究方法不应该脱离实际背景。笔者认为在研究工程问题时,很多时候不宜全盘照搬数学上的原始方法,应该针对具体问题的模型结合数学上相应的方法,研究出针对该模型的分析方法。

由于水击和调压室涌浪的影响因素较多,其相互作用的机理复杂,所以不论是在理论上还是在实际应用上想立即拿出切实可行的方法比较困难。虽然说有压非恒定流的随机分析已有一些研究成果,但是由于缺乏大量的统计资料,因此在研究中假设较多,故这些研究结果离实际应用还有一段距离。要想对水击和调压室涌浪做比较全面和深入的随机分析,需要进行长时间的研究,同时也需要多学科(特别是数学学科)的科研工作者合作,这项工作任重而道远。

参考文献:

[1] 张芹芬,索丽生.水电站水击与调压室涌浪随机分析研究进展[J].水利水电科技进展,1998,18(3):7-11.

[2] 郭文铸,索丽生.简单管水击随机分析[J].水力发电学报,1996(4):72-81.

[3] 张芹芬,索丽生.调压室涌浪分析的随机模型[J].河海大学学报,1997(5):41-45.

[4] 张芹芬.水电站水击与调压室涌浪的随机分析[D].南京:河海大学,1998.

[5] SL/T191—96 水工混凝土结构设计规范[S].

[6] DL5077—1997 水工建筑物荷载设计规范 水锤压力[S].

[7] 吴让泉.应用随机微分方程[C]/水利电力部科技司,河海大学.首届全国水利水电系统应用概率统计学术讨论会论文集.南京:河海大学,1985:41-48.

[8] ERICH J P. Stochastic design in hydraulics:concepts for a broader application[C]/Proc of the Sixth IAHR Int Sym on Stochastic Hydraulics. Taipei [s.n.],1992.

[9] DUAN Ning ,LARRY W M. Reliability analysis of pumping system[J]. Journal of Hydraulic Engineering ,ASCE ,1990 ,116(2):230-247.

[10] 王木兰,郑管平.排洪冲刷风险分析的蒙特卡罗方法[J].泄水工程与高速水流,1996(6):28-31.

[11] 姜树海.可靠性分析方法和面流消能工的优化设计[J].水利学报,1989(1):9-17.

[12] 郭子中,徐祖信,吴建华.消能工的风险及经济分析[J].水动力学研究与进展,1990,3(2):69-108.

[13] CHIU Chao-lin. Entropy and probability concepts in hydraulics

[J]. Journal of Hydraulic Engineering ,ASCE ,1987 ,113(5):583-600.

[14] 朱党生,张芹芬,王木兰.信息熵理论在水利学中的应用[J].水利学报,1996(9):33-37.

[15] 黄克中,江涛.明渠均匀污染带的最大信息熵理论[J].水利学报,1996(5):61-67.

[16] CHIU Chao-lin ,LIN Gwo-fong ,etc. Application of probability and entropy concepts in pipe-flow study[J]. Journal of Hydraulic Engineering ,ASCE ,1993 ,119(6):742-756.

[17] 张芹芬,朱党生,王木兰.最大熵原理在悬沙浓度分布计算中的应用[J].水道港口:专集一,1994(2):21-25.

[18] 陈建兴,戎红玉,王惠民.用随机微分方程模型求解明渠渐变流[J].河海大学学报,1994,23(5):43-47.

[19] 姜树海.基于随机微分方程的河道行洪风险分析[J].水利水运科学研究,1995,12(2):127-137.

[20] 刘志杰,齐东海.概率网络模型在水电工程中的应用研究[J].大连理工大学学报,1994,34(5):595-599.

[21] 郝强兴,谷剑鸣,赵宗芳.明渠过流能力的模糊随机概率分析[J].山东农业大学学报:自然科学版,2001,32(3):368-372.

[22] 苗青.边坡稳定性研究的随机分析方法[J].云南水力发电,2001,17(3):23-25.

[23] 王火巨.水电站机组系统金属构件疲劳破坏随机预测模型[J].水电能源科学,1997,15(4):64-67.

[24] 左东启,王木兰,茅泽育.水面曲线的随机模型[C]/水利电力部科技司,河海大学.首届全国水利水电系统应用概率统计学术讨论会论文集.南京:河海大学,1985:11.

[25] 张雪颖,索丽生.压力钢管荷载静水压力与水击压力的相关性研究[J].水电站设计,2003,19(3):42-44.

[26] 王达雨,张耀宾,李望安.龙滩水电站入库洪水随机模拟研究[J].水力发电,2004,30(6):65-67.

[27] 张宝东,胡兆意.应用随机生产模拟制定联网互供电价初探[J].电网技术,1994,18(4):36-40.

[28] 许晓川,锡凡,秦莹,等.包含多个小型水电站的随机生产模拟[J].中国电力,2004,37(2):55-59.

[29] 曹敦侣,曹罡,邹火元,等.水工建筑物渗流管涌的 Monte-Carlo 模拟[J].人民长江,1997,28(6):11-14.

[30] 卜继勘.蒙特卡罗随机模拟法在水电工程风险分析中的应用[J].东北水利水电,2003,21(6):9-11.

[31] 曾红专.计算机模拟在水利水电工程施工中的应用[J].水利水电技术,2004,35(5):122-124.

[32] 赵会香.水口船闸二闸室结构可靠度分析[J].人民长江,2000,31(9):45-48.

[33] 孙长龙,吕泰仁.基于随机重力坝动力荷载法动力可靠度分析[J].河海大学学报,1995,23(1):16-21.

[34] 孙逊,高明.基于随机有限元方法的拱坝可靠度分析[J].水利水运科学研究,1994,17(1):71-80.

[35] 武清玺,赵魁芝.随机有限元法分析水工隧洞结构的可靠度[J].岩土力学,1995,16(4):13-19.

[36] 赵会香,张广键,张思俊.无压隧洞围岩稳定可靠度分

杭 J]. 合肥工业大学学报, 1998, 21(1): 65-70.

[37] 张明, 麦家煊, 吴清高. 随机边界元法及其在水工结构可靠度分析中的应用[J]. 水力发电学报, 2002, 17(1): 46-53.

[38] 周建方, 李典庆, 李朝晖, 等. 水工钢闸门结构正常使用极限状态可靠度分析[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2003, 31(3): 310-313.

[39] 莫慧峰. 水工钢闸门可靠度分析[J]. 水利水电科技进展, 2002, 22(5): 30-32.

[40] 张兰, 邢广彦. 水工结构可靠度的置信区间研究[J]. 水利科技与经济, 2003, 9(3): 198-200.

[41] 李宗利, 王正中. 水工钢闸门可靠度分析有关问题探讨[J]. 水力发电, 2004, 30(2): 63-65.

[42] 吴熊飞, 沈海尧. 大坝安全定期检查时的结构可靠度分析[J]. 大坝与安全, 1994, 2(1): 19-24.

[43] 王仲刚, 邓洪洲. 桅杆的非线性随机研究[J]. 振动工程学报, 2003, 16(2): 153-157.

[44] 饶群, 芮孝芳. 完全混合系统总磷随机模型研究[J]. 水科学进展, 2002, 13(1): 21-25.

[45] 张芹芬, 索丽生, 郭文铸. 简单管水击随机分析再探[J]. 水力发电学报, 2000(2): 56-63.

[46] 朱永忠, 房玉亭, 索丽生. 调压室涌波最高水位随机分析的显式计算方法[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2005, 33(6): 650-653.

[47] 朱永忠. 水电站水击和调压室涌浪的随机数学模型及其求解[D]. 南京: 河海大学, 2005.

[48] 周伟, 杨志鸿, 陈怀, 等. 随机微分方程的数值解[J]. 广西工学院学报, 1996, 7(4): 5-9.

[49] PETER E. K. ECKHARD P. Numerical solution of stochastic differential equation[J]. Application of Mathematics, 1984, 23: 181-187.

[50] 刘小清, 吴声昌. 随机微分方程计算方法及其应用[J]. 计算物理, 2002, 19(1): 1-7.

[51] 周功业, 王建. 一种求解非线性随机微分方程的算法及其实现[J]. 小型微型计算机系统, 2002, 23(2): 153-155.

[52] KLOEDEN P E, PLATEN E. Numerical solution of stochastic differential equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1992. 298-310.

[53] KLOEDEN P E, PLATEN E. Numerical solution of stochastic differential equation[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1992.

[54] KLOEDEN P E, PLATEN E, SCHURZ H. Numerical solution of stochastic differential equations[M]. Berlin: Spring-Verlag, 1992.

[55] MILSTEIN G N. Numerical integration of stochastic differential equation [M]. Revised Translation. Dordrecht: Klawer Academic Publishers, 1995.

[56] GAINES J G, LYONS T J. Random generation of stochastic area integral[J]. SIAM J Appl Math, 1994, 54: 1132-1146.

[57] SUSSMANN J. Product expansion of exponential lie series and the discretization of stochastic differential equations[C]// FLENING W, LIONS P L. Stochastic Differential System, Stochastic Control Theory and Application. Berlin: Spring-Verlag, 1988. 563-582.

[58] GAINES J G. The algebra of iterated stochastic integral[J]. Stochastics and Stochastics Reports, 1994, 49: 169-179.

[59] NEWTON N J. Asymptotically efficient runge-kutta methods for a class of Itô and stratonovic equations[J]. SIAM J Appl Math, 1991, 51: 542-567.

[60] PROTTER P, TALAY D. The euler scheme for lévy driven stochastic differential equations[J]. Annals of Probability, 1997, 25: 393-423.

[61] LAMBERTON D. Introduction to stochastic calculus applied to finance[M]. London: Chapman Hall, 1996.

[62] TIAN Tian-hai, BURRAGE K. Implicit taylor methods for stiff stochastic differential equations [J]. Applied Numerical Mathematics, 2001, 38(3): 167-185.

(收稿日期: 2006-05-15 编辑: 骆超)

(上接第 80 页)

[16] GALBRAITH P W. On estimating the likelihood of ice jams in the Saint John River using meteorological variables[C]// Proceedings of the 5th Canadian Hydrotechnical Conference. Fredericton: Canadian Society for Civil Engineering, 1981. 219-237.

[17] WUEBBEN J L, GAGNON J J, DECK D S. Ice jamming near the confluence of the Missouri and Yellowstone Rivers: characterization and mitigation[R]. Hanover: U S Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1995.

[18] WHITE K D. Predicting breakup ice jams using logistic regression[J]. Journal of Cold Regions Engineering, 1996, (10): 178-189.

[19] ZHUKOVA M A. Formation of ice jams and their distribution [J]. Soviet Hydrology, 1979, 18: 7-13.

[20] ZACHRISSON G. Severe break-ups in the River Tornealven: measures to mitigate damages from ice jamming[C]// Proceedings of the International Association for Hydraulic Research Ice Symposium. Espoo: IAHR, 1990. 845-857.

[21] MASSIE D D, WHITE K D, DALY S F. Predicting ice jams using neural networks[C]// Proceedings of the 11th Workshop on River Ice. Ottawa: Canadian Geophysical Union, 2001. 209-216.

(收稿日期: 2006-09-18 编辑: 骆超)

