

灰模型 GM(1,N)在径流量预测中的应用

刘 刚^{1,2},刘纪平¹,孙晓利^{1,3},袁卫平¹

(1.中国测绘科学研究院,北京 100039;2.信息工程大学测绘学院,郑州 450052;3.中国矿业大学(北京)北京 100083)

摘要:介绍多维灰模型 GM(1,N),以澜沧江上游昌都水文站为对象,分析降水、气温与径流量之间的灰关联度,建立了 GM(1,3)模型,有效提高了径流量模拟的精度,通过残差检验和后验差检验,结果表明,该模型精度达到 2 级,预测精度达到 91.91%,符合建模要求,能够用于年径流量预测。

关键词:灰模型 GM(1,N);关联度;灰色预测;径流量

中图分类号:TV121+.4 文献标识码:A 文章编号:1006-7647(2007)S2-0027-03

河川径流量的分析和预测是进行水资源合理分配和调度的前提,对于掌握水资源时空分布特征,完善和加强水资源管理具有重要意义。当前有关径流量预测的模型和方法主要分两类:①从径流量及相关数据序列本身出发,研究数据之间的内在关联,例如神经网络模型等;②研究水流运动的时空变化,建立流域水文模型体系,模拟径流量的变化过程,如集总式或者分布式水文模型。

灰色系统理论是由邓聚龙教授于 20 世纪 70 年代提出,以“部分信息已知,部分信息未知”或不确定性系统为研究对象^[1-2],其基本思想是把一切随机量都看作是在一定范围内变化的信息不充分、不完全的灰色量。对灰色量的处置不是找概率分布、求统计规律,而是利用科学合理的处理方法寻找数据间的规律,其核心体系是灰色模型,即对原始数据作累加生成(或其他方法生成)得到近似的指数规律序列再进行建模的模型方法^[1]。本文在研究 GM(1,1)模型特点的基础上,建立基于 GM(1,N)的降水、气温、径流预测模型,对模拟结果进行检验,并与 GM(1,1)模型计算结果进行了比较。

1 灰色建模与模型检验

1.1 GM(1,1)模型

GM(1,1)表示一阶单变量的灰模型。假设一个等间距的时间序列(1)有 n 个观察值,通过累加生成新序列(2):

$$\begin{aligned}x^{(0)} &= \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (1) \\x^{(1)} &= \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (2)\end{aligned}$$

则 GM(1,1)模型相应的微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (3)$$

式中: a 为发展灰数; b 为内生控制灰数。可利用最小二乘法求解微分方程,得到预测模型(4):

$$\begin{aligned}x^{(1)}(k+1) &= \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \\(k &= 0, 1, 2, \dots, n)\end{aligned} \quad (4)$$

1.2 GM(1,N)模型

GM(1,1)是基本预测模型,具有全信息。而 GM(1,N)引入了多个变量,为分析模型,不具有全信息。当有必要对多因子的系统作整体的、动态的、全局的分析时,就需使用 GM(1,N)模型^[3]。

假设式 $x_0^{(0)}$ 是一个系统特征数据原始序列:

$$x_0^{(0)} = \{x_0^{(0)}(1), x_0^{(0)}(2), \dots, x_0^{(0)}(n)\} \quad (5)$$

而 $x_i^{(0)}$ 表示其 N 个相关因子序列,

$$\begin{aligned}x_i^{(0)} &= \{x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n)\} \\(i &= 1, 2, 3, \dots, n)\end{aligned} \quad (6)$$

将 $x_i^{(1)}$ 定义为原始序列 $x_i^{(0)}$ 的累加序列:

$$x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

则建立 GM(1,N)白化模型为

$$\frac{dx_0^{(1)}}{dt} + ax_0^{(1)} = \sum_{i=1}^N b_i x_i^{(1)}(k) \quad (8)$$

取 $z_0^{(1)}(k) = 0.5x_0^{(1)}(k) + 0.5x_0^{(1)}(k-1)$, 设 $\hat{a}$ 为待估向量, $\hat{a} = [a \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_i]^T$, 利用最小二乘法求解,得到

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -z_0^{(1)}(2) & x_1^{(1)}(2) & \dots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_0^{(1)}(n) & x_1^{(1)}(n) & \dots & x_N^{(1)}(n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Y_N = \begin{bmatrix} x_0^{(0)}(2) \\ x_0^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_0^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

将求出的 $\hat{a}$ 代入 GM(1, N) 模型中即可得到时间响应函数, 如式 (11):

$$\hat{x}_0^{(1)}(k+1) = \left[x_0^{(0)}(1) - \sum_{i=2}^n \frac{b_{i-1}}{a} x_i^{(1)}(k+1) \right] e^{-ak} + \sum_{i=2}^n \frac{b_{i-1}}{a} x_i^{(1)}(k+1) \quad (11)$$

最后利用式 (12) 进行累减还原得到计算结果。

$$\hat{x}_0^{(0)}(k+1) = \hat{x}_0^{(1)}(k+1) - \hat{x}_0^{(1)}(k) \quad (12)$$

1.3 模型检验

灰色预测结果的检验一般有残差检验、关联度检验和后验差检验, 本文主要使用后验差检验和残差检验来验证模型精度和预测精度。

1.3.1 残差检验

计算原始序列 $x_0^{(0)}(k)$ 与预测结果序列 $\hat{x}_0^{(0)}(k)$ 之间的绝对误差序列 $\epsilon(k)$ 及相对误差序列 Δ_K 以及绝对误差均值 $\bar{\epsilon}$ [4]。

$$\epsilon(k) = |x_0^{(0)}(k) - \hat{x}_0^{(0)}(k)| \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

$$\Delta_K = \frac{\epsilon(k)}{x_0^{(0)}(k)} \times 100\% \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \epsilon(k) \quad (15)$$

则预测精度 P_0 可以表示为

$$P_0 = 1 - \bar{\epsilon} \quad (16)$$

1.3.2 后验差检验

后验差检验主要用于检验模型的精度, 其基本检验过程如下:

a. 计算原始序列标准差:

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [x_0^{(0)}(k) - \bar{x}_0^{(0)}]^2}{n-1}} \quad (17)$$

其中
$$\bar{x}_0^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_0^{(0)}(k) \quad (18)$$

b. 计算绝对误差序列的标准差:

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [\epsilon(k) - \bar{\epsilon}]^2}{n-1}} \quad (19)$$

c. 计算方差比:

$$C = \frac{S_2}{S_1} \quad (20)$$

d. 计算小误差概率:

$$P = P\{|\epsilon(k) - \bar{\epsilon}| < 0.6745 S_1\} \quad (21)$$

根据指标 C 和 P 检验模型精度, 如表 1 所示, 一般将模型精度分为 4 级。

表 1 模型精度分级

P	C	精度	P	C	精度
> 0.95	< 0.35	好	> 0.70	< 0.65	勉强合格
> 0.80	< 0.50	合格	≤ 0.70	≥ 0.65	不合格

2 GM(1, 3) 径流量预测模型

河川径流量变化是河流所在流域多种自然因素和人为因素综合作用的结果, 不仅受降雨(特别是暴雨)的时空变化影响, 而且受人类活动的限制, 是典型的灰色系统 [5], 它既包含了有限的已知信息, 也包含大量的未知和可能出现的信息, 因此对径流量进行预测是非常困难的 [6-8]。而使用灰色模型, 可以利用少量的已知数据对影响径流量变化的各相关因子的关联度进行分析, 并做出短期预测。

本文以澜沧江流域上游昌都水文站 1991 ~ 1997 年的径流量为系统的特征数据序列, 以同时期的降水和气温数据为相关序列, 分别进行关联度分析和 GM(1, 3) 建模, 并对模型精度进行检验, 对 1998 年的径流量做出预测。

2.1 关联度分析

灰色关联分析是灰色系统理论中的一种重要方法, 能够对动态过程进行发展预测量化分析, 其实质是对几种曲线几何形状接近程度进行比较, 越接近则发展变化趋势越接近, 关联度也越大, 以此判断影响因素的主次。

关联度分析是分析系统中各因素关联程度的方法, 在计算关联度之前需先计算关联系数。由于原始序列 (22) 分别表示径流量、气温和降水量数据, 其单位、初值等各不相同, 因此首先利用式 (23) 对原始序列进行初始化, 生成列用 $x_i^{(0)}$ 来表示:

$$X_i^{(0)} = \{X_i^{(0)}(1), X_i^{(0)}(2), \dots, X_i^{(0)}(k)\} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

$$x_i^{(0)}(j) = \frac{X_i^{(0)}(j)}{X_i^{(0)}(1)}$$

$$(j = 1, 2, \dots, k; i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (23)$$

则第 i 序列 $x_i^{(0)}$ 与系统特征数据序列 $x_0^{(0)}$ 之间对应数据的关联系数可以表示为式 (24), 关联度则可以用式 (25) 来表示:

$$r(x_0^{(0)}(j), x_i^{(0)}(j)) =$$

$$\min_i \min_j |x_0^{(0)}(j) - x_i^{(0)}(j)| + \rho \max_i \max_j |x_0^{(0)}(j) - x_i^{(0)}(j)|$$

$$|x_0^{(0)}(j) - x_i^{(0)}(j)| + \rho \max_i \max_j |x_0^{(0)}(j) - x_i^{(0)}(j)| \quad (24)$$

$$\kappa(x_0^{(0)}, x_i^{(0)}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \kappa(x_0^{(0)}(j), x_i^{(0)}(j)) \quad (25)$$

式中： ρ 为分辨率 $0 < \rho < 1$ ，一般取 $\rho = 0.5$ 。

当相关变量较多时，通过关联度计算可以对各变量间的联系进行量化分析和比较，从而提取对径流量变化影响较大的因素。利用该方法可以计算得到昌都地区降水与径流量之间的关联度为 0.774，气温与年径流量之间的关联度为 0.512。关联度较高，可以作为模型参数使用。

2.2 降水量、气温与径流量的 GM(1,3)模型

依据 2.2 中所述方法，建立 GM(1,3)模型，得到模型参数 $a = 2.630\ 725$ ， $b_1 = 4.367\ 39$ ， $b_2 = -212.373$ ，按照式(11)得到的时间响应函数为

$$\hat{x}_0^{(1)}(k+1) =$$

$$\left[565 - \left(\frac{4.367\ 39 x_1^{(1)}(k+1) - 212.373 x_2^{(1)}(k+1)}{2.630\ 725} \right) \right] e^{-2.630\ 725k} +$$

$$\frac{4.367\ 39 x_1^{(1)}(k+1) - 212.373 x_2^{(1)}(k+1)}{2.630\ 725} \quad (26)$$

最后按照式(12)进行累减还原，得到计算结果，并对 1998 年的径流量做出预测。

2.3 模型检验

2.3.1 残差检验

与原始的 GM(1,1)模型相比，由于 GM(1,3)模型加入了降水、气温等相关影响因素，使得模拟结果的精度从 87.59% 提高到 91.91%（如表 2），最大相对误差从 30.84% 降低到了 15.08%。特别是对 1998 年径流量的预测误差只有 4.3%，精确度大幅度提高。

表 2 残差检验

序号	年份	实测 序列 $x_0 /$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	GM(1,1)模型			GM(1,3)模型		
			模拟 序列 $\hat{x}_0 /$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	绝对 误差 $\varepsilon(k)$	相对 误差 $\Delta_k / \%$	模拟 序列 $\hat{x}_0 /$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	绝对 误差 $\varepsilon(k)$	相对 误差 $\Delta_k / \%$
1	1991	565	565.00	0	0	565.00	0	0
2	1992	344	392.98	48.98	14.24	306.96	37.05	10.77
3	1993	520	394.05	125.95	24.22	452.81	67.19	12.92
4	1994	302	395.12	93.12	30.84	347.55	45.55	15.08
5	1995	384	396.20	12.20	3.18	391.66	7.66	1.99
6	1996	442	397.28	44.72	10.12	430.13	11.87	2.68
7	1997	382	398.36	16.36	4.28	432.33	50.33	13.18
8	1998	531	399.40	131.55	24.77	508.15	22.85	4.30

注：序号 1~7 为建模阶段，此阶段 GM(1,1)模型的模拟精度为 87.59%，GM(1,3)模型的模拟精度为 91.91%；序号 8 为检验阶段，此阶段 GM(1,1)模型的模拟精度为 75.23%，GM(1,3)模型的模拟精度为 95.7%。

2.3.2 后验差检验

利用后验差检验（如表 3），计算相关参数值，并

参照表 1 进行模型精度判断。GM(1,1)模型精度无法满足建模的需要，而 GM(1,3)模型精度为 2 级，达到建模的要求，具有较好的实用价值。

表 3 后验差检验

参数	GM(1,1)	GM(1,3)	参数	GM(1,1)	GM(1,3)
$\bar{x}_0^{(0)}$	419.86	419.86	S_2	69.94	42.18
$\bar{\epsilon}$	12.41	8.09	C	0.738	0.445
S_1	94.82	94.82	P	71.43	85.71

3 结 语

20 世纪 80 年代以来，灰色理论方法在水资源—环境分析中得到广泛的应用，尤其是在气象要素预测、灰色灾变预测方面，解决了一些传统数学方法难以解决的实际问题^[9]。GM(1,1)模型适用于具有较强指数规律的序列，适合描述单调变化的过程，在面对摆动变化比较剧烈的数据序列时，其模拟结果往往呈单调变化（如图 1），且精度不高，只能反映原始序列的长期发展趋势，若要提高精度，就需要对残差序列进行再次建模，比如分析其周期性变化，使用正弦（余弦）函数对残差序列进行拟和^[10]。本文尝试在径流量预测中使用多维灰模型 GM(1,N)建模，将降水、气温等对径流量关联密切的因素作为影响因子考虑，不仅使拟和曲线与原始曲线几何形状更加接近，而且提高了预测精度，同时为短期径流预报提供了一种可以借鉴的方法。后续考虑使用等维信息模型，补充新的数据资料，对未来数年的径流量进行分析与预测，此外还可以利用灰色灾变理论对不同河段的洪涝灾害、旱灾等进行预测，为国家合理开发水资源和按季节、分年度科学调水以及灾害预防提供有力的数据支持。

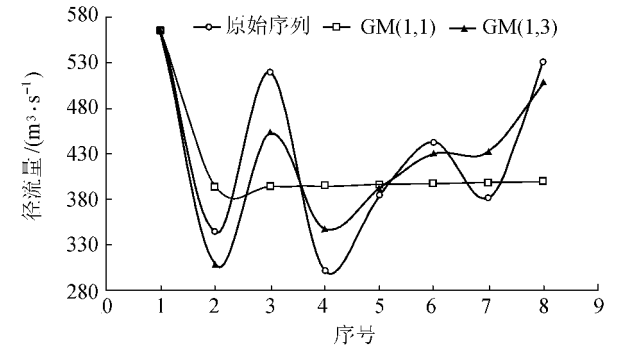


图 1 GM(1,1)和 GM(1,3)模型拟和曲线

参考文献：

[1] 傅立. 灰色理论及其应用[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1992: 150-157.

[2] 刘思峰. 灰色系统理论的产生与发展[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(2): 267-272.

（下转第 119 页）

周表面防渗方案分为钢筋混凝土面板和沥青混凝土面板两大类,并分别比较了研究范围和基本条件一致、研究深度相同的多个方案。经计算,钢筋混凝土方案的平均总渗水量占调节库容的比重为0.018%,沥青混凝土方案的平均总渗水量占调节库容的比重为0.011%。但是,沥青混凝土方案的坝体填筑量多200万m³,经土石方平衡计算,需开挖的库底高程低5m;由于其施工工艺复杂,目前国内尚缺乏专业施工队伍,对气象条件有严格要求,当地年施工天数仅约170d,对施工程序安排、施工进度均有不利影响。而钢筋混凝土面板在国内已有成熟的施工经验,对岩层倾向库外的岸坡防护较为稳妥可靠,施工进度易于安排,工程投资平均节省4%以上,因此选定了大坝和库岸钢筋混凝土面板方案。

库底防渗结构分为6个方案:土工膜、沥青混凝土面板、黏土、高低土工膜、部分土工膜+黏土、黏土+全土工膜组合。其中“黏土+全土工膜组合”方案综合了黏土方案和土工膜方案的优点,避免了其缺点。下水库冲积土开挖量能满足上水库填筑土量要求,无需另外征用农田取土,渗水量最小,比其余方案渗水量最大者低约48%;工期比其余方案最短者长3个月,但不是关键线路;土工膜上部设置的黏土层可保护土工膜免受下层尖角物体的刺破,导引滞留的水流以汇集到管道排出,下部设置的黏土层可以作为土工膜的支持层,保护土工膜。虽然该方案的投资比其余方案投资最省者多0.8%,但考虑到其防渗效果的优越性、可靠性,结合考虑当地黏土储量,故选定该组合方案。

3.4 防渗方案设计

主、副坝钢筋混凝土面板采用等厚0.4m,死水位以上垫层区粒径小于5mm的含量控制在35%左右,渗透系数控制在 $1 \times 10^{-2} \sim 1 \times 10^{-3}$ cm/s之间;库岸钢筋混凝土面板采用等厚0.3m,岸坡开挖坡比1:1.4,面板下铺0.8m厚碎石垫层,库底开挖区与回

填区均采用黏土+土工膜组合防渗方案,防渗体从上至下依次为碎石护面层、4.5m黏土层、1mm厚土工膜、500g/m²土工织物、0.5m厚黏土、0.5m厚第1层反滤层、0.5m厚第2层反滤层、1m厚过渡层。

通过渗流场有限元分析,在正常使用情况下即使水位骤降,由于面板发挥作用,对坝体渗流的影响轻微,坝体渗流量很小,满足防渗要求。

4 结 语

抽水蓄能电站水库防渗形式应以各自的水文地质条件和工程地质条件为基础,分析渗漏特征、库周岸坡和工程建筑物的渗透稳定性,并对各种可能的措施从防渗效果、施工工艺、投资费用、可靠性、易修复性等方面进行综合比较,选择经济合理的最佳手段。

参考文献:

[1] DL/T5208—2005,抽水蓄能电站设计导则[S].
[2] 陆佑楣,潘家铮.抽水蓄能电站[M].北京:水利电力出版社,1992:308-311.
[3] 蒋长元,蒋颂涛,等.沥青混凝土防渗墙[M].北京:水利电力出版社,1992:7-73.
[4] 丁耿龙,叶合欣.惠州抽水蓄能电站水库渗漏条件分析[J].水利水电科技进展,2006,26(1):50-53.
[5] TURKMEN S. Treatment of the seepage problems at the Kalecik Dam(Turkey) [J]. Engineering Geology, 2003(3/4):159-169.
[6] 张景秀.坝基防渗与灌浆技术[M].北京:水利水电出版社,2002:26-54.
[7] 李岳军,周建平,何世海,等.抽水蓄能电站水库土工膜防渗技术的研究和应用[J].水力发电,2006,32(3):67-70.
[8] 张克,郝荣国,吴奎.琅琊山抽水蓄能电站工程关键技术问题[C]//抽水蓄能电站工程建设论文集.北京:中国电力出版社,2006:128-129.

(收稿日期:2006-09-05 编辑:高建群)

(上接第29页)

[3] 邓聚龙.灰色理论基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2000(2):282-300.
[4] 姚晏斌,高金华.灰色模型GM(1,2)在机场旅客吞吐量预测中的应用[J].中国民航飞行学院学报,2006,17(4):12-16.
[5] 左书华,李久发,万新宁,等.长江河口年平均流量的灰色拓扑预测与趋势分析[J].水力发电,2005,31(12):19-21.
[6] 应铭,李九发,万新宁,等.长江大通站输沙量时间序列

分析研究[J].长江流域资源与环境,2005,14(1):83-87.
[7] 沈焕庭,潘定安.长江河口最大混浊带[M].北京:海洋出版社,2001:15-17.
[8] 王秀英,曹文洪,覃莉.灰色系统GM(1,1)模型在河流泥沙变化中的应用[J].水土保持学报,1999,5(6):110-115.
[9] 刘绿柳,金爱善,卞建民.带权GM(0,h)模型在地下水开采-地面沉降研究中的应用[J].世界地质,2000,19(1):57-60.
[10] 郝永红,等.山西神头泉流量的灰色预测模型研究[J].水利学报,2004(2):111-115.

(收稿日期:2007-02-12 编辑:高建群)