

DOI:10.3880/j.issn.1006-7647.2008.01.004

一种岩石损伤流变模型及数值分析

宋 飞,赵法锁,李亚兰

(长安大学地质工程与测绘学院,陕西 西安 710054)

摘要 根据石膏角砾岩的蠕变特性,建立石膏角砾岩的损伤流变模型 推导有限元计算中黏弹塑性损伤流变模型黏性应变的计算公式,结合初应变法的基本原理,分析模型的有限元求解过程 ;用 MATLAB 编制了损伤流变模型的平面应变有限元计算程序。利用编制的程序对石膏角砾岩蠕变试验进行有限元分析,有限元计算结果与蠕变试验结果吻合得较好,表明采用统计损伤理论研究岩石的非线性流变是可行、有效的。

关键词 石膏角砾岩 岩石蠕变特性 岩石损伤 流变模型 有限元法 非线性流变

中图分类号 :TU458⁺.4 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2008)01-0012-04

Damage rheological constitutive model for numerical simulation to gypsum breccias//SONG Fei, ZHAO Fa-suo, LI Ya-lan
(College of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract :According to the creep characteristics of gypsum breccias, a damage rheological constitutive model for gypsum breccias was established. Formulas for finite element calculation of visco-strain for the visco-elastic-plastic damage rheological model were deduced, and the solving procedure was analyzed based on the basic principle of initial strain method. Then the program for finite element calculation of plane strain was compiled with MATLAB, and applied to finite element analysis of creep of gypsum breccias. The calculated result was in good agreement with the test data ;therefore, the statistical damage theory is effective for research of nonlinear rheology of rocks.

Key words :gypsum breccias ;creep characteristic of rock ;damage to rock ;rheological model ;FEM ;nonlinear rheology

近年来,岩石的非线性流变特性已被大家所共
识,所做的研究也越来越多^[1-13]。从现有研究来
看,建立岩石非线性流变模型的方法大致有以下
4 种 ①采用经验公式,完全根据现场和室内试验的
试验结果,统计回归出一个经验模型。这种方法有
较大的局限性,所得到的经验公式只能适用于某一
地区和某一种岩石材料,一旦改变了场地和岩石材
料,经验公式就不再适用。②采用半经验半理论的
方法,即把流变分成线性流变和非线性流变两部分,
线性流变部分采用模型理论来描述,而非线性流变
部分采用经验模型,作为对线性部分的修正。③对
线性模型理论进行改进,即用非线性“元件”来代替
模型中的线性“元件”,如用非线性“弹簧”代替原有
的线性虎克“弹簧”;用具有非线性黏滞流动的“黏
壶”(非线性牛顿体)代替原有的线性“黏壶”等。这
种方法实际上是一种变参数的流变模型,即弹性模
量和黏滞系数都是与应力水平或时间有关的函数。
④采用新的理论,如断裂及损伤力学理论、内时理
论、人工智能等,用这些新的理论和方法来描述非线

性流变目前还处在萌芽和探索阶段,还不成熟,但却
有着良好的发展前景。另外,这些研究一般只限于
流变本构模型的研究,实际应用的较少。本文根据
石膏角砾岩的非线性流变特性,在考虑岩石瞬时损
伤的基础上,建立了岩石的损伤流变模型,结合有限
元法的基本原理,分析损伤流变模型黏性应变的计
算方法及相应的有限元求解过程,用 MATLAB 编制
了损伤流变模型的平面应变有限元计算程序 利用
编制的程序对石膏角砾岩蠕变试验进行有限元分
析,以探讨损伤流变模型的实用性。

1 损伤流变模型

基于统计损伤理论^[14-19],建立了考虑损伤门槛
的统计损伤本构模型,并建立了一维及三维损伤演
化方程^[20]。其一维标量损伤演化方程为

$$D = \begin{cases} 0 & \sigma < \sigma_D \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma - \sigma_D}{F_0(1 - D)}\right)^m\right] & \sigma \geq \sigma_D \end{cases} \quad (1)$$

式中 :D 为损伤变量 ;m, F₀ 分别为 Weibull 分布参

作者简介 宋飞(1976—),男,江苏铜山人,讲师,博士,从事岩土工程教学和研究工作。E-mail :dcdegxfei@chd.edu.cn

数 σ_D 为一维损伤应力门槛值。三维标量损伤演化方程为

$$D = \begin{cases} 0 & G < 0 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - (a + 0.236) I_1 G}{F_0(1-D)} - \frac{1.28 P_a}{F_0(1-D)} \right)^m \right] & G \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中： I_1 为损伤应力门槛的第一不变量； P_a 为单位应力，MPa； G 为损伤条件，由试验确定； $\alpha = \sin \varphi / \sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi}$ ， φ 为岩石材料的内摩擦角。

根据石膏角砾岩的蠕变特性^[20]，建立其黏弹塑性流变模型，如图 1 所示。

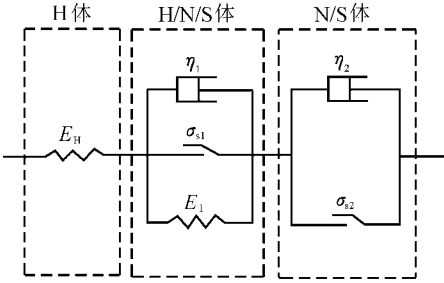


图 1 石膏角砾岩的流变模型

由文献^[20]可知，石膏角砾岩发生等速蠕变的屈服应力值和岩石发生损伤的应力门槛值是同一应力值。因此，当所受应力小于屈服应力时，不考虑瞬时损伤；只有当所受应力大于屈服应力时才会发生瞬时损伤。根据应变等效原理，由式(1)及石膏角砾岩流变组合模型(图 1)可推得考虑瞬时损伤的一维黏弹塑性损伤蠕变方程为

$$\epsilon_t = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{E_H} & \sigma_0 \leq \sigma_{s1} \\ \frac{\sigma_0}{E_H} + \frac{\sigma_0 - \sigma_{s1}}{E_1} (1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t}) & \sigma_{s1} < \sigma_0 \leq \sigma_{s2} \\ \frac{\sigma_0}{E_H(1-D)} + \frac{\sigma_0 - \sigma_{s1}(1-D)}{E_1(1-D)} (1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t}) + \frac{\sigma_0 - \sigma_{s2}(1-D)}{\eta_2(1-D)} t & \sigma_0 > \sigma_{s2} \end{cases} \quad (3)$$

式中 σ_{s1} ， σ_{s2} ， E_H ， E_1 ， η_1 ， η_2 为无损岩石只发生衰减蠕变时的各参数值。将一维方程推广到三维情况，由式(2)及流变组合模型可推得考虑瞬时损伤的三维黏弹塑性损伤蠕变方程为

$$\epsilon_{ij} = \begin{cases} \frac{S_{ij}}{2G_H} + \frac{\sigma_m}{3k} \delta_{ij} & F_1 \leq 0 \\ \frac{S_{ij}}{2G_H} + \frac{\sigma_m}{3k} \delta_{ij} + \frac{1}{2G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \Phi(F_1) \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_{ij}} & F_1 > 0, F_2 \leq 0 \\ \frac{S_{ij}^*}{2G_H} + \frac{\sigma_m^*}{3k} \delta_{ij} + \frac{1}{2G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \cdot \left[\Phi(F_1^*) \frac{\partial F_1^*}{\partial \sigma_{ij}^*} + \frac{t}{2H_2} \Phi(F_2^*) \frac{\partial F_2^*}{\partial \sigma_{ij}^*} \right] & F_2 > 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中： S_{ij} 为偏应力张量分量； S_{ij}^* 为有效偏应力张量分量； H_1 ， H_2 为三维黏滞系数； F_1^* ， F_2^* 为用有效应力表示的屈服函数； σ_{ij}^* 为有效应力。

$\Phi(F)$ 取为

$$\Phi(F) = \left(\frac{F}{F_0} \right)^N \quad (5)$$

式中： F_0 为参考值； N 为常数。

2 损伤流变模型的有限元分析

2.1 黏性应变的计算

本文主要针对平面应变问题进行有限元分析。黏性应变可由上述的损伤流变模型计算得到。根据受力大小的情况，黏性应变的计算又可分为黏弹性阶段黏性应变的计算及黏塑性阶段黏性应变的计算。

2.1.1 黏弹性阶段应变的计算

由式(4)可知，当 $F_1 > 0$ ， $F_2 \leq 0$ 时石膏角砾岩处于黏弹性阶段，此阶段可以不考虑瞬时损伤的影响，黏性应变 ϵ_v 就是黏弹性应变 ϵ_{ve} 。如 t_i 时刻黏弹性应变为 ϵ_{ve_i} ，应力为 σ_i ，假定 Δt 时步内应力保持不变，则由流变模型可得 t_{i+1} 时刻的黏弹性应变 $\epsilon_{ve_{i+1}}$ 为

$$\epsilon_{ve_{i+1}} = e^{-\frac{G_1}{H_1} \Delta t} \epsilon_{ve_i} + \frac{1}{2G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} \Delta t}) \Phi(F_1) \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \quad (6)$$

其中

$$\frac{\partial F_1}{\partial \sigma} = \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_1} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_3} \frac{\partial \sigma_3}{\partial \sigma} \quad (7)$$

$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma}$ 和 $\frac{\partial \sigma_3}{\partial \sigma}$ 由式(8)对 σ 进行求导得出。

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{cases} \quad (8)$$

2.1.2 黏塑性阶段应变的计算

当经过若干时步后，设在 t_j 时刻石膏角砾岩某一单元出现 $F_2 > 0$ ，则该单元开始进入黏塑性阶段，此时要考虑瞬时损伤对变形的影响。总的黏性应变 ϵ_v 包括 t_j 时刻以前的黏弹性应变 ϵ_{ve} ，以及 t_j 时刻以后考虑损伤的黏弹性应变 ϵ_{ved} 和黏塑性应变 ϵ_{vp} ，即

$$\epsilon_v = \epsilon_{ve} + \epsilon_{ved} + \epsilon_{vp} \quad (9)$$

考虑瞬时损伤后，损伤黏弹性应变 ϵ_{ved} 计算公式为

$$\epsilon_{ved_{i+1}} = e^{-\frac{G_1}{H_1} \Delta t} \epsilon_{ved_i} + \frac{1}{2G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} \Delta t}) \Phi(F_1^*) \frac{\partial F_1^*}{\partial \sigma^*} \quad (10)$$

式中： $\frac{\partial F_1^*}{\partial \sigma^*}$ 类似式(7) 进行求得，只需把应力换成有效应力； F_1^* 为用有效应力表示的屈服函数； σ^* 为有效应力； D 为损伤变量，可由式(1)、式(2) 通过 Newton 迭代法解非线性方程求出。

黏塑性阶段，岩石的黏塑性应变率可根据黏弹塑性损伤流变模型得到

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \frac{1}{2H_2} \Phi(F_2^*) \frac{\partial F_2^*}{\partial \sigma^*} \tag{11}$$

式中，采用了相关联流动法则； $\Phi(F)$ 取式(5) 的形式， $\frac{\partial F_2^*}{\partial \sigma^*}$ 仍类似式(7) 进行求得， F_2^* 为用有效应力表示的屈服函数； σ^* 为有效应力。如已知 t_i 时刻黏塑性应变为 ϵ_{vpi} ，应力为 σ_i ，则由式(11) 可求得 t_i 时刻的黏塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{vpi}$ ，假定 Δt 时步内黏塑性应变率保持不变并等于 $\dot{\epsilon}_{vpi}$ ，对时间作向前的一次差分，可得 t_{i+1} 时刻的黏塑性应变为

$$\epsilon_{vpi+1} = \epsilon_{vpi} + \dot{\epsilon}_{vpi} \Delta t \tag{12}$$

2.2 有限元求解过程

根据初应变法基本原理，黏弹塑性损伤流变模型的有限元求解过程如下：

a. 在时间 $t_0 = 0$ 时，施加全部荷载 R ，求解线弹性平衡方程

$$KU = R \tag{13}$$

从而求得瞬时弹性位移 U_0 ，再根据几何方程求得应变 ϵ_0 ，根据弹性物理方程求得应力 σ_{R0} 。

b. 对于每一时步 t_i ，把求得的每个单元应力场 σ_{Ri} 与初始地应力场 σ^d 进行叠加得到总应力场 σ_i ，再化成为主应力 σ^p 。由主应力 σ^p 分别计算 F_1 和 F_2 ，如 $F_1 \leq 0$ ，则单元不考虑流变；如 $F_1 > 0$ 且 $F_2 \leq 0$ ，则单元处于黏弹性变形阶段；如 $F_2 > 0$ ，则单元处于黏塑性变形阶段。

c. 处于黏弹性阶段的单元，由式(6) 计算黏性应变 ϵ_{vi+1} ；处于黏塑性阶段的单元，首先由式(2) (一维时为式(1)) 计算损伤变量 D (通过编写 Newton 迭代法子函数实现)，再由式(9)、式(10) 和式(12) 计算黏性应变 ϵ_{vi+1} 。

d. 把 ϵ_{vi+1} 作为初应变，计算等效节点附加荷载 R_{vi+1} 。

e. 求解总体平衡方程式：

$$KU_{i+1} = R + R_{vi+1} \tag{14}$$

得到 t_{i+1} 时刻的位移 U_{i+1} ，再由几何方程求得 ϵ_{i+1} ，由物理方程

$$\sigma_{Ri+1} = D(\epsilon_{i+1} - \epsilon_{vi+1}) \tag{15}$$

求得由于荷载 R 而产生的应力场 σ_{Ri+1} 。 D 为弹性

矩阵。

f. 转入第 2 步，重复以上计算，就能得到各个时刻的位移场、应变场以及应力场。

3 算例分析

本文采用 ANSYS 进行前处理，用 APDL 语言提取相关数据信息，用 MATLAB 编制了损伤流变模型的有限元计算程序。

利用编制的程序对石膏角砾岩蠕变试验进行有限元数值模拟。在 ANSYS 中建立平面 8 结点等参单元有限元计算模型，并进行网格划分。具体计算参数见文献[20]。图 2 给出了石膏角砾岩试件模型计算蠕变量与蠕变试验结果的对比(限于篇幅，围压为 1 MPa 和 3 MPa 时没有给出)。表 1 给出了当计算时间达到 500min 时石膏角砾岩试件顶部中心单元

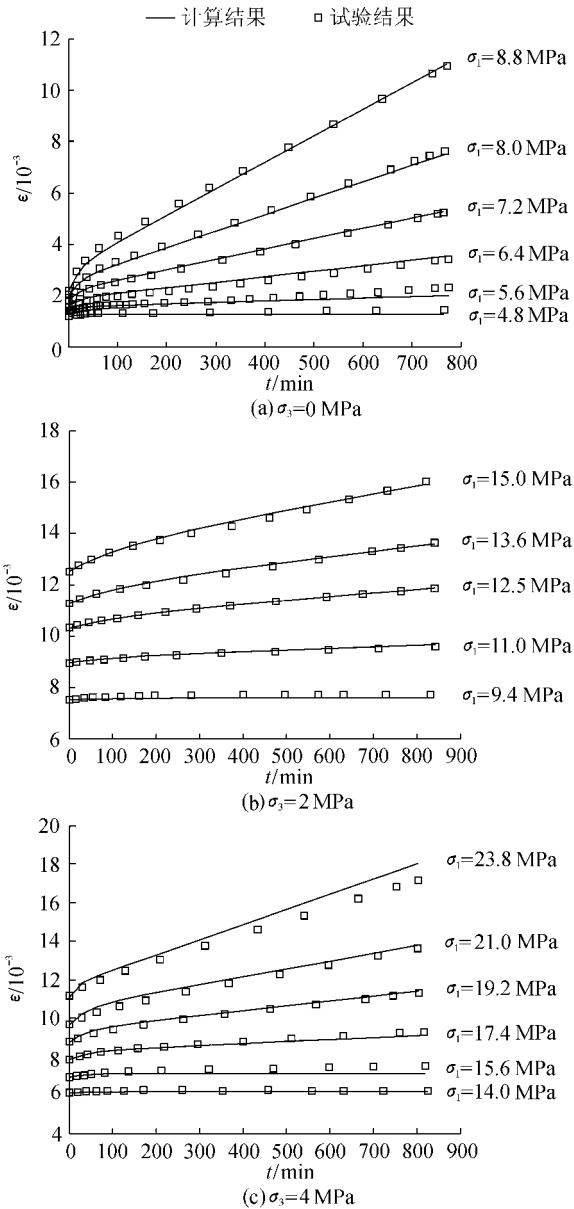


图 2 石膏角砾岩蠕变计算结果与试验结果

表 1 石膏角砾岩的计算损伤值

$\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$		$\sigma_3 = 1 \text{ MPa}$		$\sigma_3 = 2 \text{ MPa}$		$\sigma_3 = 3 \text{ MPa}$		$\sigma_3 = 4 \text{ MPa}$	
σ_1/MPa	D	σ_1/MPa	D	σ_1/MPa	D	σ_1/MPa	D	σ_1/MPa	D
4.8	0	6.56	0	9.4	0	12.0	0	14.0	0
5.6	0.0054	7.4	0.0233	11.0	0.0264	13.5	0.0059	15.6	0
6.4	0.0328	8.1	0.0624	12.5	0.0760	15.5	0.0381	17.4	0.0123
7.2	0.0759	9.0	0.1256	13.6	0.1199	18.0	0.0890	19.2	0.0338
8.0	0.1396	9.9	0.2081	15.0	0.1869			21.0	0.0585
8.8	0.2510	10.8	0.3343					23.8	0.1025

的计算损伤值。从图 2 可以看出,采用本文提出的损伤流变模型计算得到的有限元结果与蠕变试验结果吻合得较好,从而验证了本文提出的损伤流变模型和所编制程序的正确性,说明了岩石非线性流变研究中采用统计损伤理论建立模型是可行的,能应用于实际。

4 结 语

在考虑损伤门槛统计损伤的基础上,建立了考虑瞬时损伤的流变本构模型。推导了有限元计算中黏弹塑性损伤流变模型黏性应变的计算公式,结合初应变法的基本原理,分析了模型的有限元求解过程。采用 ANSYS 进行前处理,用 APDL 语言提取计算所需的相关信息,用 MATLAB 编制了岩石非线性流变问题的平面应变有限元计算程序。利用编制的程序对石膏角砾岩蠕变试验进行了有限元分析,结果显示有限元计算结果与蠕变试验结果吻合得较好,表明采用统计损伤理论研究石膏角砾岩的非线性流变特性是可行的。

参考文献：

[1] 孙钧.岩土材料流变及其工程应用[M].北京:中国建筑工业出版社,1999.

[2] 宋飞,赵法锁,李亚兰.石膏角砾岩蠕变特性试验研究[J].水文地质工程地质,2005,32(3):94-96.

[3] 宋德彰,孙钧.岩质材料非线性流变属性及其力学模型[J].工程力学,1991,8(2):101-109.

[4] 王来贵,何峰,刘向峰.岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2004,23(10):1640-1642.

[5] 曹树刚,边金,李鹏.岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J].岩石力学与工程学报,2002,21(5):632-634.

[6] 邓荣贵,周德培,张倬元,等.一种新的岩石流变模型[J].岩石力学与工程学报,2001,20(6):780-784.

[7] 陈沅江,潘长良,曹平,等.软岩流变的一种新力学模型[J].岩土力学,2003,24(2):209-214.

[8] 徐卫亚,杨圣奇,谢守益,等.绿片岩三轴流变力学特性的研究(Ⅱ)模型分析[J].岩土力学,2005,26(5):693-698.

[9] BOUKHAROV G N,CHANDA M W.Three processes of Brittle Crystalline Rock Creep[J]. Int J Rock Mech Min & Geomech

Abstr,1995,32(4):325-335.

[10] 徐卫亚,杨圣奇,褚卫江.岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J].岩石力学与工程学报,2006,25(3):433-447.

[11] 金丰年,范华林.岩石的非线性流变损伤模型及其应用研究[J].解放军理工大学学报,2000,1(3):1-5.

[12] 浦奎英,范华林.流变损伤模型及其应用[J].河海大学学报:自然科学版,2001,29(增刊):17-20.

[13] 陈沅江,潘长良,曹平,等.基于内时理论的软岩流变本构模型[J].中国有色金属学报,2003,13(3):735-742.

[14] 谢和平,陈忠辉.岩石力学[M].北京:科学出版社,2004.

[15] 曹文贵,方祖烈,唐学军.岩石损伤软化统计本构模型之研究[J].岩石力学与工程学报,1998,17(6):628-633.

[16] 徐卫亚,韦立德.岩石损伤统计本构模型的研究[J].岩石力学与工程学报,2002,21(6):787-791.

[17] 韦立德,徐卫亚,杨春和,等.具有统计损伤的岩石弹塑性本构模型研究[J].岩石力学与工程学报,2004,23(12):1971-1975.

[18] 曹文贵,赵明华,唐学军.岩石破裂过程的统计损伤模拟研究[J].岩土工程学报,2003,25(2):184-187.

[19] 杨明辉,赵明华,曹文贵.岩石损伤软化统计本构模型参数的确定方法[J].水利学报,2005,36(3):345-349.

[20] 宋飞.石膏角砾岩非线性流变模型研究及有限元分析[D].西安:长安大学,2006.

(收稿日期:2007-02-12 编辑:方宇彤)

·简讯·

2007 年大坝安全监测与信息分析研讨会成功举行

由中国水力发电工程学会大坝安全监测专业委员会主办,河海大学、安徽省长江河道管理局和中国水力发电工程学会大坝安全监测专业委员会资料分析与信息处理学组承办,武汉大学和中国水利科学研究院协办的“2007 年大坝安全监测与信息分析研讨会”,于 2007 年 11 月 23~25 日在安徽芜湖市召开。来自全国研究设计、建设施工、运行管理、仪器制造等 32 个单位的 68 名代表参加了会议。

会议就大坝安全综合分析理论和方法、大坝安全信息管理、分析评价系统研制与开发技术、大坝安全监测系统设计方法、大坝健康诊断技术和方法以及新型监测、检测技术及应用、大坝安全监测施工工艺等主题从多角度、多层面研讨了一些新技术、新方法、新理论、新观念和新进展。

(本刊编辑部供稿)