

水力-机械系统特性分析中管道水体弹性模型研究综述

王 源,周建旭

(河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 综述国内外在水力-机械系统特性分析中常用的基于泰勒展开的多种形式压力管道内水体的弹性模型,以及近几年研究的最新进展。针对具体算例,结合压力管道内水体的精确模型分析其他各模型的特点和应用条件。分析表明,基于变分理论和 Ritz-Galerkin 近似法得到的压力管道内水体的弹性模型形式易于解耦、便于应用,能够直观地描述压力管道内水体的高阶水力特性。提出有待进一步研究和分析的主要问题。

关键词 水力-机械系统;压力管道;弹性模型;水力特性

中图分类号:TV732.4 文献标识码:A 文章编号:1006-7647(2008)01-0091-04

A review of elastic models of pipe flow in characteristic analysis of hydraulic-mechanical system//WANG Yuan, ZHOU Jian-xu(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract :The elastic models for pipe flow of different patterns based on Taylor's expansion commonly used in characteristic analysis of hydraulic-mechanical system at home and abroad as well as some advances in recent years were reviewed. Case study was performed to analyze the characteristic and application condition of other models based on the accurate model for water body in pressurized pipelines. The result shows that the elastic model deduced from the variation theory and Ritz-Galerkin approximation method is easy to be decoupled and widely applied, and it can give a direct description of high-order hydraulic characteristic of water body in pressurized pipelines. Finally, some main problems needed for further study were put forward.

Key words :hydraulic-mechanical system; pressurized pipeline; elastic model; hydraulic characteristic

我国目前已建或在建的大多数水电站或抽水蓄能电站水头较高,且采用引水式开发方式,相应的引水道或尾水道较长。若输水系统内水体仍采用传统的刚性模型进行模拟,虽然易于系统的建模和仿真分析,但是由于不能准确反映水力-机械系统的动态特性,必然影响调节控制方案的确定。国内外专门就压力管道内水体的刚性模型和弹性模型进行过较深入的比较分析,分析结果表明,在压力管道较长时,水体应采用弹性模型进行模拟。因此,在综述国内外常用的多种形式压力管道内水体弹性模型以及近几年来相关研究最新进展的基础上,结合压力管道内水体的精确模型,详细分析了其他各模型的特点和应用条件,推荐适用较广、精度较高和易于实现的弹性模型形式,并提出有待进一步研究和分析的主要问题。

1 压力管道内水体弹性模型的研究现状和进展

1.1 研究现状

通常,分析有压输水系统非恒定流的常用方法是特征线法^[1],它是一种基于压力管道非恒定流基本方程的显式差分格式,能够准确考虑水体的弹性,适用于时域分析,主要进行水力-机械系统的大波动过渡过程计算,若与状态方程分析相结合,也能进行水力-机械系统的小扰动和水力干扰稳定性分析^[2],不适用于系统的频域分析以及稳定性调节和优化控制分析。

在水力-机械系统的稳定性和调节控制分析时,有压输水系统常用状态方程和传递函数描述刚性或弹性模型。1992 年 IEEE 工作组^[3]归纳了几种压力管道内水体的数学模型,包括不考虑水体弹性的非线性模型、不考虑摩阻的线性模型以及考虑摩阻的

弹性模型 ;1993 年 Vournas 等^[4]建立了描述单管多机系统输水管道的总状态矩阵 ,同时也考虑了刚性和弹性两种模型 ;文献 [5-8] 在水力系统数学模型的应用和拓展方面开展了一定的研究工作。在国内 ,结合水电站压力管道内水体的刚性模型和弹性模型 ,也开展了水电站水力-机械系统的稳定性和调节控制等多方面的研究^[9]。

综合国内外在压力管道内水体数学建模方面的研究 ,给出常用的反映压力管道内水体水力特性的数学模型 ,为了便于分析和讨论 ,相关模型依次定义为弹性模型 I、弹性模型 II 和弹性模型 III。

a. 基于考虑水体和压力管道弹性的水力振动理论 ,由水力振动基本方程可以得到引水压力管道内水体的精确弹性模型^[11] :

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -Z_c \frac{\sinh(\gamma l)}{\cosh(\gamma l)} = -Z_c \tanh(\gamma l) \quad (1)$$

式中 : γ 为管道的传播常数 ; l 为管道长度 ; Z_c 为管道的特征阻抗 ; s 为拉普拉斯变量 ; $H(s)$ 、 $Q(s)$ 分别为引水管中的水压变化和流量变化。

弹性模型 I 全面描述了作为连续介质的水体的水力特性 ,可广泛用于系统的振动特性分析。

b. 文献 [10-11] 结合弹性模型 I ,引入待定系数 a_i 、 b_i 、 c_i 、 d_i ($i = 1, 2, 3$) ,依据 $\sinh x$ 和 $\cosh x$ 的二阶近似表达式提出了压力管道内水体弹性模型的低阶近似格式 :

$$\frac{Z_c \sinh(\gamma l)}{\cosh(\gamma l)} = \sum_{i=1}^n \frac{a_i s + b_i}{s^2 + c_i s + d_i} \quad (2)$$

对于简单管道来说采用二阶近似表达式较为实用 ,但若引入水轮机、调压室、分岔点等几种集中元件的模型 ,则不易进行处理 ,该近似模型在实际应用中很少 ,在本文中不作具体分析。

c. 应用非线性函数 $\tanh x$ 的泰勒展开式得到基于泰勒展开式的弹性模型 II^[12] :

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -Z_c \frac{\sum_{i=0}^n \frac{(\gamma l)^{2i+1}}{(2i+1)!}}{\sum_{i=0}^n \frac{(\gamma l)^{2i}}{(2i)!}} \quad (3)$$

弹性模型 II 根据实际需要可得到不同阶数的表示形式 ,该模型在实际中应用较广 ,但是 ,若阶数较高 ,则多项式的次数相应提高 ,不易解耦。

d. 应用非线性函数 $\tanh x$ 的连乘展开式得到基于保留零点和极点的弹性模型 III^[13] :

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -Z_c \frac{\gamma l \prod_{i=1}^n \left\{ 1 + \frac{(\gamma l)^2}{(i\pi)^2} \right\}}{\prod_{i=1}^n \left\{ 1 + \frac{(\gamma l)^2}{[(i-0.5)\pi]^2} \right\}} \quad (4)$$

弹性模型 III 保留了 $\tanh x$ 的所有零点和极点 ,可以保留展开式的适当项数 ,用集中参数等值地近似 ,与弹性模型 II 类似 ,若阶数较高 ,则连乘式展开得到的多项式次数相应提高 ,不易解耦。

综上所述 ,弹性模型 I 适用于频域分析 ,弹性模型 II 和弹性模型 III 相应的表现形式为多项式或连乘式 ,弹性阶数受到一定限制 ,对于单管单机系统和采用低阶弹性模型较为适用 ,若要求较高阶的压力管道内水体弹性模型时 ,则不易解耦 ,在应用上受到限制。

1.2 最新进展

鉴于常用的有压管道内水体弹性模型在应用上受到一定的限制 ,近年来 ,又相继提出了两种压力管道内水体的弹性模型 ,依次定义为弹性模型 IV 和弹性模型 V。

a. 基于变分理论和 Ritz-Galerkin 近似法 ,得到弹性模型 IV^[14] :

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -Z_c \left[\frac{1}{\gamma l} + \sum_{i=1}^n \frac{2\gamma l}{(\gamma l)^2 + (i\pi)^2} \right]^{-1} \quad (5)$$

弹性模型 IV 的分母由连加式组成 ,且多项式的最高次数为 2 ,易于解耦 ,得到压力管道内水体的高阶弹性模型。

b. 基于“e 指数”描述方法的弹性模型 V^[15] :

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -2h_w \left(1 - 2 \frac{e^{-T_r s}}{1 + e^{-T_r s}} \right) \quad (6)$$

式中 : h_w 为管道特性系数 ; T_r 为水锤相长或水锤波反射时间。

弹性模型 V 是弹性模型 I 在不考虑摩阻时的简化形式 ,同样全面描述了作为连续介质水体的水力特性。

2 现有弹性模型的分析

某单管单机水电站 ,压力管道长度为 600 m (不考虑尾水管的影响) ,管道内径为 5.0 m ,水锤波速为 1000 m/s ,水头为 73.0 m ,流量为 116.0 m³/s。若不考虑压力管道的摩阻损失 ,即近似取阻抗 $R \approx 0$,有 $s = i\omega$ 。考虑压力管道内水体的 3 阶弹性 ,即阶数为 3 ,分别给出各种弹性模型的传递函数幅值随着 ω 的变化过程 ,见图 1。

由图 1 可知 :

a. 弹性模型 V 与压力管道内水体的精确模型 I 的比较分析 :在不考虑摩阻的情况下 ,弹性模型 V 与压力管道内水体的精确模型 I 一致 ,即两种弹性模型的零点和极点吻合。因此 ,弹性模型 V 能够较准确地反映压力管道内水体的水力特性。但是 ,弹

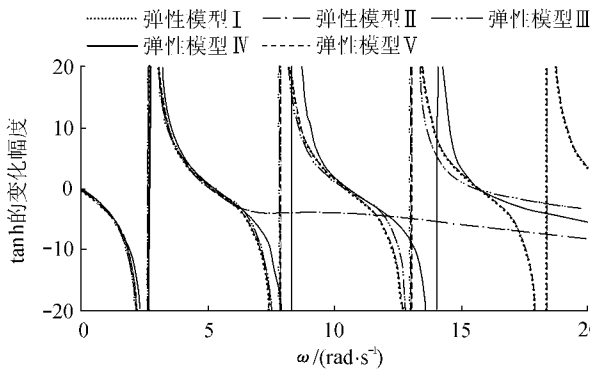


图1 5种弹性模型比较分析

性模型V采用“e指数”描述形式,适用于采用传递函数形式描述的系统稳定性和优化控制分析,因不易解耦,对于采用状态方程描述的系统则在应用上受到一定的限制。若弹性模型V考虑摩擦阻的影响,也只能采用近似方法进行描述^[15],其近似表达式为

$$\alpha(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = -2h_w \left(1 - 2 \frac{e^{-T_r s} e^{-2f_0}}{1 + e^{-T_r s} e^{-2f_0}} \right) \quad (7)$$

式中 f_0 为管壁摩擦系数,其余参数意义同前。

b. 弹性模型IV与压力管道内水体的精确模型I的比较分析 考虑某一弹性阶数,相应各零点基本吻合,而较高阶极点存在一定的偏差,低阶极点的吻合程度相对较好。因此,若考虑合理的弹性阶数,能够使极点和零点均具有良好的吻合度,即采用弹性模型IV来描述压力管道内水体的水力特性可以满足精度要求。

c. 弹性模型II、弹性模型III和弹性模型IV与压力管道内水体的精确模型I的比较分析 考虑压力管道内水体的3阶弹性,在一定的频率范围内,弹性模型III和弹性模型IV较接近精确模型I的解;弹性模型II偏差较大,仅在低频范围内较适用,且该模型由较高阶的多项式组成,不易解耦;与压力管道内水体的精确模型I相比,弹性模型III与精确模型I在较宽的频率范围内的吻合度要优于弹性模型IV,但是,模型III由较高阶的连乘式组成,不易解耦,在应用上受到一定的限制。

综上分析可知,弹性模型V虽然精度高,但是采用“e指数”描述形式在应用上受到一定的限制;压力管道内水体的弹性模型II和弹性模型III的传递函数若阶数较低,解耦尚较为简单,但若阶数较高,则不易解耦形成一阶常微分方程组,在应用上受弹性阶数的限制,弹性模型IV不仅适用频率范围较宽、近似精度较好,而且由于该模型的分母由连加式组成,是一种易于解耦、便于广泛应用的弹性模型,若采用合理的弹性模型阶数,能够较精确地描述压力管道内水体的高阶水力特性。

3 推荐弹性模型IV的描述形式

基于采用传递函数描述的压力管道内水体的弹性模型IV,即式(5),进一步整理可得压力管道末端流量的表示形式为

$$Q(l) = \frac{1}{lZ_c \gamma} (H_1 - H_2) + \sum_{i=1}^n \frac{2\gamma}{lZ_c} \frac{1}{\gamma^2 + \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2} \cdot [H_1 - H_2(-1)^i] (-1)^i \quad (8)$$

将式(8)按不同的阶次展开,并分别进行拉普拉斯逆变换,若该压力管道内水体采用 n 阶弹性模型,引入中间变量 $T_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$,同时考虑 $Q(l) =$

$$\sum_{i=0}^n q_i (-1)^i, \text{ 可得} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_i}{dt} = q_i \\ \frac{dq_i}{dt} = -\frac{fQ_0}{DA} q_i - \frac{a^2 \gamma \pi^2}{l^2} T_i + \frac{2gA}{l} [H_1 - H_2(-1)^i] \\ \frac{dQ}{dt} = -\frac{fQ_0}{DA} Q - \sum_{i=1}^n \left(\frac{i\pi a}{l^2} \right) (-1)^i T_i + \frac{gA}{l} \left[1 + 2 \sum_{i=1}^n (-1)^i \right] H_1 - \frac{gA}{l} (2n+1) H_2 \end{array} \right. \quad (9)$$

式中 H_1, H_2 分别为压力管道始端和末端水头,对于始端为水库的压力管道, H_1 为常数; $Q=Q(l)$,即为压力管道末端流量; $q_i (i=0, 1, 2, \dots)$ 为各阶流量; D, A, f, a, Q_0 分别为管道直径、面积、摩擦系数、波速和初始流量。其余参数意义同前。

式(9)为采用状态方程描述的压力管道内水体的弹性模型,适用于引水压力管道,同样可得到采用压力管道始端流量描述的弹性模型,适用于尾水系统。

式(9)进一步表明,弹性模型IV的分母由连加式组成,且分母各项均为二次或一次多项式,易于解耦得到不同精度的采用状态方程描述的数学模型,可广泛应用于采用传递函数或状态方程描述的系统频域或时域分析,同时,模型解耦得到的任何一阶二次常微分方程均能直观准确地反映压力管道内水体的各阶振动模式,状态变量的流量部分均代表压力管道的各阶振荡流量和总流量。

4 有待进一步研究的问题

4.1 弹性模型IV的应用分析

与其他弹性模型比较,采用合理阶数的弹性模型IV描述压力管道内水体的水力特性对系统的稳定

性分析有何影响,选择不同的弹性阶数来描述压力管道内水体的水力特性,对系统稳定性的敏感性分析等,需要进行进一步的分析。

4.2 水力系统部分复杂边界条件的处理

采用弹性模型Ⅳ描述压力管道内水体的水力特性,易于处理一些诸如调压室节点和机组节点等典型的边界条件。而对于简单分岔点和环形管路等边界条件的处理则比较复杂,需要引入部分代数方程,包括节点处的流量平衡条件等,有待分析和完善。

4.3 弹性模型Ⅳ在优化控制领域的应用

弹性模型Ⅳ不论是微分方程的形式还是传递函数的形式,均可广泛应用于水电站稳定性分析、自动控制等方面的研究中。在优化控制领域,若水力系统采用弹性模型Ⅳ描述,对相应控制规律的影响以及控制方式的建立可开展更细致的研究和比较分析工作。

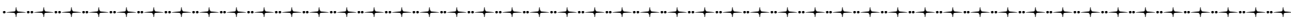
5 结 语

综述了国内外在水力-机械系统特性分析中常用的基于泰勒展开的多种形式的压力管道内水体弹性模型和相关研究的最新进展,通过算例结合压力管道内水体的精确模型比较分析了其他各模型的特点和应用条件。常用的弹性模型表现形式为多项式或连乘式,不易解耦,弹性阶数受到一定限制。基于变分理论和 Ritz-Galerkin 近似法得到的弹性模型Ⅳ是一种易于解耦、便于广泛应用的模型,若采用合理的弹性模型阶数,能够较直观精确地描述压力管道内水体的高阶水力特性,据此提出了有待进一步深入研究和分析的主要问题。

参考文献：

[1] WYLIE E B, STREETER V L, SUO Li-sheng. Fluid transients in systems[M]. New Jersey :Prentice Hall Englewood Cliffs , 1993.
[2] 周建旭,张健,刘德有.双机共变顶高尾水洞系统水力干

扰计算研究[J]. 河海大学学报 :自然科学版 ,2004 ,32 (6) :661-664.
[3] IEEE Working Group. Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies[J]. IEEE Transactions on Power Systems ,1992 ,7(1) :167-179.
[4] VOURNAS C D , ZAHARAKIS A. Hydro turbine transfer functions with hydraulic coupling[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion ,1993 ,8(3) :527-531.
[5] JAEGER E D , JANSSENS N. Hydro turbine model for system dynamic studies[J]. IEEE Transactions on Power Systems , 1994 ,9(4) :1709-1715.
[6] HANNETT L N , FELTES J W. Field tests to validate hydro turbine-governor model structure and parameters[J]. IEEE Transactions on Power Systems ,1994 ,9(4) :1744-1751.
[7] SOUZA O H Jr , BARBIERI N. Study of hydraulic transients in hydropower plants through simulation of nonlinear model of penstock and hydraulic turbine mode[J]. IEEE Transactions on Power Systems ,1999 ,14(4) :1269-1272.
[8] PHILIPP B L , HSU C S. Discrete system dominance index for model reduction[J]. App Math Modeling ,1996 ,20(6) :429-439.
[9] 陈乃祥.水利水电工程中的水力瞬变仿真与控制[M]. 北京 :中国水利水电出版社 ,2005.
[10] SMITH J R ,ROBBIE J F. Assessment of hydroturbine models for power-systems studies[J]. IEEE Proc ,1983 ,130(1) :1-7.
[11] MARGOLIS D L , YANG W C. Bond graph models for fluid networks using model approximation[J]. J of Dynamic Systems , Measurement , and Control ,1985 ,107(9) :169-175.
[12] 沈祖诒,田树棠,支培法.水力机械优化设计和计算机辅助分析[M]. 南京 :河海大学出版社 ,1995.
[13] 谷口治人,长尾待士,木通笠博正.安定度解析のための扬水发电所モデルの開発[J]. 电气学会论文 :B , 1991 ,111(2) :197-203.
[14] 周建旭.水电站水机电系统振动特性和稳定性研究 [D]. 南京 :河海大学 ,2006.
[15] 梁宏柱,叶鲁卿,孟安波.一种基于精确模型的水电站弹性水击计算新方法[J]. 大电机技术 ,2004(5) :49-52.
(收稿日期 2007-04-06 编辑 :方宇彤)



(上接第 90 页)

[18] SHEPHERD R. Monitoring chemical plumes in an environmental sensing chamber with a wireless chemical sensor network[J]. Sensors and Actuators B :chemical , 2007 , 121(1) :142-149.
[19] 俞弦,徐立中.基于移动通信公网和无线传感器网络的水情遥测系统层次设计[J]. 水利水电自动化 ,2006(3) :6-11.
[20] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜,等.多源信息融合[M]. 北京 :清华大学出版社 ,2006.

[21] 潘泉,于昕,程咏梅,等.信息融合理论的基本方法与进展[J]. 自动化学报 ,2003 ,29(14) :599-615.
[22] 石爱业,徐立中,杨先一.基于神经网络-证据理论的遥感图像数据融合与湖泊水质状况识别[J]. 中国图像图形学报 ,2005 ,10(3) :372-377.
[23] 徐立中,黄凤辰,林志贵.基于信息融合的水质自动监测系统体系结构[J]. 河海大学学报 :自然科学版 ,2003 , 31(6) :694-697.
(收稿日期 2007-03-02 编辑 :方宇彤)