DOI:10.3880/j.issn.1006-7647.2008.02.018

土地平整中土石方量计算的三角网格法

朱成立,刘 强,陈 艳

(河海大学农业工程学院,江苏 南京 210098)

摘要:采用三角网格划分平整地块,根据土体的实际形状建立挖填方量计算多面体模型,避免了传统的方格网法计算中把多面体近似作为柱体存在的误差。工程实例计算结果表明,方格网法计算的挖填方差值为 36.84 m^3,而三角网格法计算的挖填方差值仅为 0.01 m^3。此外,应用编写的可视化计算软件,提高了计算效率和计算结果的准确性。

关键词:土地平整;土石方计算;方格网法;三角网格法;计算误差

中图分类号:S29 **文献标识码**:B **文章编号**:1006-7647(2008)02-0068-04

Triangular meshes method for land leveling earthwork calculation//ZHU Cheng-li, LIU Qiang, CHEN Yan (*College of Agricultural Engineering*, *Hohai University*, *Nanjing* 210098, *China*)

Abstract: The land area was divided into several triangular meshes, and a polyhedral model for earthwork calculation, which adapts to the actual topographic condition, and can preclude calculation error of the conventional square mesh method was developed. Calculation results of a practical project show that the variances of earthwork volume calculated with the square mesh method and the triangular mesh method are 36.84 m^3 and 0.01 m^3, respectively. Finally, it is pointed out that the application of a visualized calculation program compiled in this paper could improve the efficiency and accuracy of earthwork calculation.

Key words: land leveling; earthwork calculation; square mesh method; triangular mesh method; calculation error

土地平整是为增加耕地、使灌水均匀并满足机耕等要求而进行的田面整平工作,是土地开发整理项目的核心内容之一。土地平整工程投资在土地开发整理项目总投资中占有相当比重,视地形条件不同,一般在 20% ~ 50%。因此,土地平整土石方量计算的准确与否将直接影响整个项目投资预算的准确性,而且也关系到其他相关单项工程土石方的调配。

土地平整中,计算土石方量的传统方法主要有截面法、散点法和方格网法。截面法适用于地形起伏较大和挖填深度较大又不规则的平整区;散点法适用于非均匀变化的地面和挖填分界不明显的平整区;方格网法适用于地面坡度变化均匀和能找到挖填方分界线的平整区[1]。

方网格法需要把平整地块(一般为一个平整单元)划分成若干个边长一定的正方形网格,并测出方格结点的高程,或根据地形图上的高程点用插值法确定方格结点的高程,因此对地形图的要求较高。方格网法在计算挖填方量时,将网格单元内挖填方区域上各顶点处的挖方深度或填方高度求平均[1-2],近似地以棱柱体计算挖填土体体积,存在一定的误差。基于此,对于地面坡度变化均匀及能找到挖填方分界线的平整区,本文采用三角网格划分平整单元,相对降低了对地形图的要求;在算法上,根据土体的实际形状建立了挖填方量计算的多面体模型,并编写了可视化计算软件,该软件可操作性强,同时也提高了计算效率和计算结果的准确性。

1 三角网格单元划分

在平整单元内部,根据地形图上的高程点将平整地块划分成若干三角网格,三角网格的形状可以不同。为了保证计算结果准确,除要求地形图高程点分布相对均匀外,网格单元的划分不宜过大,其各边长以 20 ~ 50 m 为宜。

2 挖填方类型分析

耕作田块平整时,一般可根据原地形坡度和水流推进的要求,设计田面有一定纵坡(为水田时,纵坡坡度为 0),以平整单元建立坐标系,使 y 轴与纵坡向一致,垂直于 y 轴的田块中心线上任意点在平整后的高程相同,可以该中心线设计高程为基础,计算其他各结点处的设计高程。

作者简介:朱成立(1967—),男,江苏宝应人,副教授,硕士,从事农业水土资源规划研究。E-mail:clz@hhu.edu.cn

对于第 i 个三角网格单元，假设三角网格结点 j 的平面坐标为 (x_{ij}, y_{ij})，自然高程为 H_{0ij}，则各结点的设计高程为

$$H_{1ij} = H_c \pm i_y l_{ij} \tag{1}$$

平整单元的平均高程为

$$\overline{H_0} = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{3} H_{0ij}}{3n} \tag{2}$$

式中：H_c 为垂直于 y 轴的田块中心线的设计高程；i_y 为平整后田面的纵坡度，旱地一般以 $i_y = 1/800 \sim 1/500$ 的缓坡为田面平整后的纵坡标准，水田则取 $i_y = 0$[3]；l_{ij} 为结点 j 到垂直于 y 轴的田块中心线的距离，$l_{ij} = y_{ij} - y_{ref}$，其中 y_{ref} 为垂直于 y 轴的田块中心线上任意点的 y 坐标；n 为平整单元中的三角网格单元数。

在平整单元不是矩形及网格结点分布不均匀的情况下，每一个结点所代表的面积不一样，因此采用式(2)计算的 $\overline{H_0}$ 并不能与挖填平衡时的 H_c 相等。在第 1 次试算时，可以 $\overline{H_0}$ 作为 H_c 的近似值代入式(1)计算。若以 V_{tc} 表示总挖方量，以 V_{tf} 表示总填方量，根据挖填平衡原则，理论上 $V_{tc} = V_{tf}$，而实际计算中两者很难完全相等，可设定挖填方平衡时的误差限为 ε（ε 可视挖方或填方总量取一个相对小值），当 $|V_{tc} - V_{tf}| \leqslant \varepsilon$ 时，则以此相应的 H_{1ij} 作为最终的设计高程；否则，当 $|V_{tc} - V_{tf}| > \varepsilon$ 时，如果 $V_{tc} > V_{tf}$ 则需要增大 H_c，$V_{tc} < V_{tf}$ 时则应当减小 H_c，直至满足 $|V_{tc} - V_{tf}| \leqslant \varepsilon$。

通过式(1)得出平整区域内的 H_{1ij} 后，则各结点处挖填深度的计算公式为

$$h_{ij} = H_{0ij} - H_{1ij} \tag{3}$$

当 $h_{ij} < 0$ 时，该结点处在平整后被填高；当 $h_{ij} = 0$ 时，该结点处的高程在平整后维持不变；当 $h_{ij} > 0$ 时，该结点处平整后被挖低。

根据各结点挖填深度的数值，可对三角网格单元中零线的存在与否及其位置进行判断。所谓零线，指的是由平整前后地面高程不变的点组成的线。考虑到地面坡度变化均匀的前提条件，要判断零线的位置，只需要计算零线和三角网格单元 3 条边相交的点的坐标即可。这样的点仅存在于 2 种情况：①位于由三角网格单元挖填深度符号相异的 2 个结点构成的边上，也就是处于以平整后地面高程被挖低及填高的 2 个结点为端点的线段上；②三角网格单元某结点的地面高程恰好在平整前后不变，则该结点就是一个零点。

设 t 和 p 为第 i 个网格单元内挖填深度符号相异的 2 个结点，则该三角网格边上第 k 个零点坐标为

$$x_{zik} = x_{it} + (x_{ip} - x_{it}) \frac{|h_{it}|}{|h_{it}| + |h_{ip}|} \tag{4}$$

$$y_{zik} = y_{it} + (y_{ip} - y_{it}) \frac{|h_{it}|}{|h_{it}| + |h_{ip}|} \tag{5}$$

式中：x_{zik} 为第 k 个零点的 x 坐标；y_{zik} 为第 k 个零点的 y 坐标；x_{it}，x_{ip} 为挖填深度符号相异的 2 个结点的 x 坐标；y_{it}，y_{ip} 为挖填深度符号相异的 2 个结点的 y 坐标；h_{it}，h_{ip} 为符号相异的 2 个结点的挖填深度。

零点坐标确定后，即可分析出不挖不填、全挖、全填、半挖半填 4 大种类共 10 种三角网格单元内部挖填方类型（如图 1 所示）。

3 多面体挖填方计算模型

结合图 1 分析，三角网格单元内挖填方计算模型可归纳为 2 类（如图 2 所示），适用于全挖、全填、半挖半填类型（不挖不填类型因为没有挖填方量，所以不参与计算）。

3.1 模型1

图 2(a)所示的模型 1 多面体代表网格单元内三

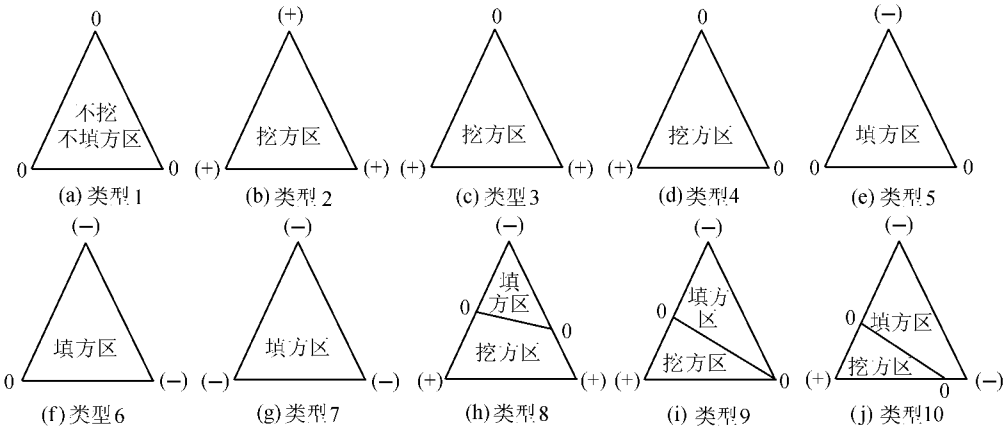

图 1 三角网格单元内部挖填方类型

((+),(−),0 分别表示平整后该处被挖低、填高和高程维持不变)

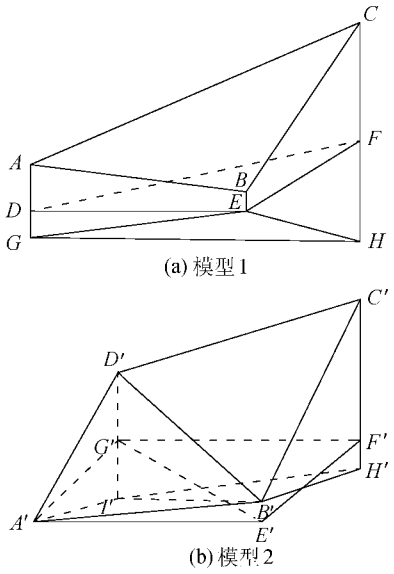

图2　挖填方计算模型

角形区域部分的挖填方土体，△ABC 为平整前的田面，△GEH 为平整后的田面。可见当△ABC 位于△GEH 之上时(如图2(a)所示的情况)，该区域属于挖方区；反之，则属于填方区。其体积计算公式为

$$V_1 = \frac{1}{3} S_{\triangle DEF}(|h_A| + |h_B| + |h_C|) \tag{6}$$

式中：V_1 为模型1多面体的体积；$S_{\triangle DEF}$ 为△ABC 的水平投影面积；h_A 为 A 点的挖填深度；h_B 为 B 点的挖填深度；h_C 为 C 点的挖填深度。

根据图2(a)并结合 V_1 的表达式分析，可得出如下几种特殊情况的体积计算公式：

a. 当 $h_A = h_B = h_C = h$，即 A，B，C 3点处的挖填深度相同时，模型1多面体转变为柱体，其体积计算公式为

$$V_{1-1} = S_{\triangle DEF}|h| \tag{7}$$

b. 当 $h_A = h_B = h = 0$，$h_C \neq 0$ 时，模型1多面体转变为四面体，其体积计算公式为

$$V_{1-2} = \frac{1}{3} S_{\triangle DEF}|h_C| \tag{8}$$

c. 当 $h_B = 0$，$h_A \neq 0$，$h_C \neq 0$ 时，体积计算公式为

$$V_{1-3} = \frac{1}{3} S_{\triangle DEF}(|h_A| + |h_C|) \tag{9}$$

3.2　模型2

图2(b)所示的模型2多面体是网格单元内四边形区域挖填方计算模型，其中 $A'B'C'D'$ 为平整前的田面，$A'B'H'I'$ 为平整后的田面，四边形 $A'E'F'G'$ 为田面 $A'B'C'D'$ 的水平投影。如果面 $A'B'C'D'$ 位于面 $A'B'H'I'$ 之上，则表示由四边形 $A'B'C'D'$ 所确定的区域为挖方区(图2(b)所示的情况)；反之，则为填方区。该模型可以看成是由模型1中特殊情况b和c组合而成，因此模型2所计算的挖填方量等于该模型划分成上述2种特殊情况计算所得挖填方量的总和，即

$$V_2 = V'_{1-2} + V'_{1-3} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'E'G'}|h_{D'}| + \frac{1}{3} S_{\triangle E'F'G'}(|h_{D'}| + |h_{C'}|) \tag{10}$$

式中：$S_{\triangle A'E'G'}$ 为△$A'B'D'$ 的水平投影面积；$S_{\triangle E'F'G'}$ 为△$B'C'D'$ 的水平投影面积；$h_{C'}$ 为 C' 点的挖填深度；$h_{D'}$ 为 D' 点的挖填深度。

对于全挖或全填的三角形网格单元，其土石方计算可参考式(6)；对于半挖半填的三角形网格单元，其中三角形部分参考式(6)计算土石方量，而四边形部分则参考式(10)计算土石方量。式(6)～(10)中关于三角形水平投影面积的求解公式为

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|\sum x_q y_{q+1} - \sum y_q x_{q+1}\right| \tag{11}$$

式中：$S_{\triangle}$ 为三角形的水平投影面积；x_q，x_{q+1} 为三角形各顶点处的 x 坐标，$q = 1,2,3$(当 $q = 3$ 时，$q + 1$ 取1)；y_q，y_{q+1} 为三角形各顶点处的 y 坐标，$q = 1,2,3$(当 $q = 3$ 时，$q + 1$ 取1)。

4　三角网格法与方格网法的比较

三角网格法采用三角形划分平整单元，只要求平整单元内的高程点分布均匀，且网格单元的大小控制在一定范围内，网格单元的形状可以是任意三角形。与方格网法相比，三角网格法对地形图的要求较低，而且在算法上所建立的挖填方计算多面体模型避免了方格网法中将网格单元内挖填方区域上各顶点的挖方深度或填方高度求平均，近似以棱柱体计算土石方量而造成的误差。

关于方格网法在算法上的误差，可以从理论上具体分析。同分析三角网格单元内挖填方类型的情况类似，方格网单元内5种常见的挖填方类型如图3所示。

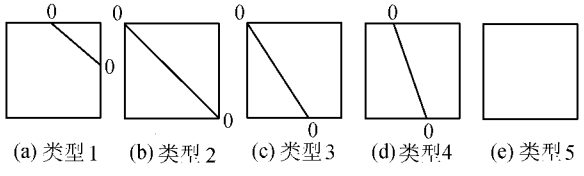

图3　方格网单元内常见挖填方类型

由图3可见，方格网单元内挖填方区域均为凸多边形。设方格网单元内某一挖方或填方区为一凸 m 边形($m = 3,4,5$)，则该凸 m 边形必定可划分为 $m - 2$ 个三角形。采用式(6)分别计算每个三角形区域内的土石方量，并以 $m - 2$ 个三角形区域内的总土石方量作为该凸 m 边形区域内总挖方量或总填

方量的准确值，设第 f 个三角形区域的水平投影面积为 $S_{\triangle f}$，则有

$$V_0 = \frac{1}{3}\sum_{f=1}^{m-2} S_{\triangle f}(h_f + h_{f+1} + h_m) \tag{12}$$

而采用传统方格网法计算公式，其体积为

$$V_0' = \frac{1}{m}\sum_{f=1}^{m-2} S_{\triangle f}\sum_{f=1}^{m} h_f \tag{13}$$

由此产生的误差为

$$\Delta V = V_0' - V_0 = \frac{1}{m}\sum_{f=1}^{m-2} S_{\triangle f}\sum_{f=1}^{m} h_f - \frac{1}{3}\sum_{f=1}^{m-2} S_{\triangle f}(h_f + h_{f+1} + h_m) \tag{14}$$

显然，只有当 $m = 3$ 时 $\Delta V = 0$，2 种方法的计算结果才完全相同。可见，正是因为 ΔV 的存在降低了方格网法计算土石方量的准确性。

下面以 1 个工程实例对三角网格法和方格网法进行比较（i_y 取 0，即将田面平整为水平田面）。其中方格网单元的划分如图 4(a)所示，三角网格单元的划分如图 4(b)所示，2 种算法的计算结果如表 1 所示。

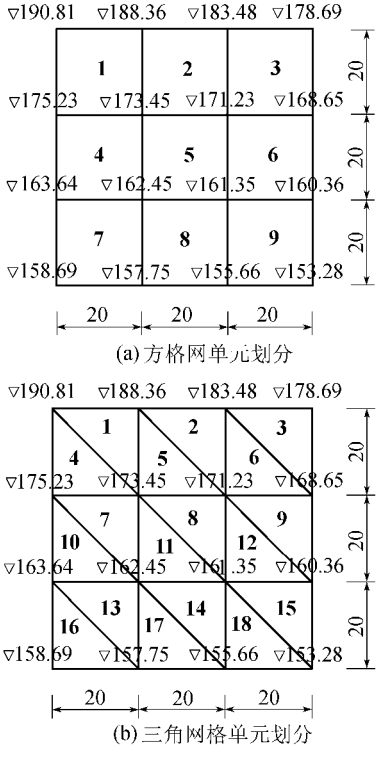

图 4　平整区域（单位：m）

从表 1 可以看出：传统方格网法求得的设计高程为 168.38 m，挖填方差值为 36.84 m^3，而采用三角网格法求得的设计高程为 168.44 m，挖填方差值仅有 0.01 m^3。可见，三角网格法通过多面体挖填方计算模型进行土石方计算，有效避免了方格网法中将网格单元内挖填方区域上各顶点的挖方深度或填方高度求平均，近似以棱柱体计算土石方量而造成的误差。

表 1　方格网法及三角网格法计算结果比较　m^3

方格网法（设计高程 168.38 m）			三角网格法（设计高程 168.44 m）		
网格号	挖方量	填方量	网格号	挖方量	填方量
1	5433.00	0	1	3153.07	0
2	4300.00	0	2	2516.41	0
3	2853.00	0	3	1699.74	0
4	626.95	505.79	4	2277.74	0
5	296.75	810.41	□	□	□
6	50.08	1263.42	15	0	2022.26
7	0	3099.00	16	0	1682.93
8	0	3631.00	17	0	1964.26
9	0	4287.00	18	0	2335.59
合计	13559.78	13596.62	合计	13700.85	13700.86

5　土石方计算程序的编写

本程序采用 Microsoft 的 Visual Basic 6.0 作为开发工具，通过其对 ActiveX 部件的支持实现了对 Excel 工作表的操作，使得用户在得到总的挖填方数据的同时，还可以从同步生成的 Excel 表中清楚地看到各网格单元中土石方挖填的具体数据，便于确定合理的土石方运距和进行土石方的优化调配。

本程序由 3 个主要部分构成，即初始数据录入部分，网格单元结点设计高程计算部分，面积及挖填方计算部分。在实际项目中，即使是挖填方平衡的土地平整工程设计，最后结果都难以保证项目挖填方在数值上绝对相等，因此程序还要有一定的“智能”，允许一定范围内的挖填方差值存在。

6　小　结

本文采用三角网格划分平整地块，建立了多面体计算模型，降低了方格网法计算土石方量对地形图的较高要求；采用多面体模型计算土石方量，降低了计算误差；可视化计算程序的编写和应用，使计算效率大幅度提高。

参考文献：

[1] 国土资源部土地整理中心. 土地整理工程设计[M]. 北京：中国人事出版社，2005：58-65.

[2] 刘林，俞集辉. 变电站土石方工程量计算的优化方法[J]. 重庆大学学报，2001，24(6)：127-130.

[3] 朱成立，张展羽，莫建兵. 农田土地平整设计中几个问题的探讨[J]. 水利水电科技进展，2003，23(6)：54-56.

[4] 陈华生，牛又奇，孙建国. Visual Basic 程序设计教程[M]. 苏州：苏州大学出版社，1999.

[5] WALKENBACH J. Excel2003 高级 VBA 编程宝典[M]. 盖江南，王勇，译. 北京：电子工业出版社，2005.

（收稿日期：2007-09-21　编辑：高建群）