

混凝土表面开裂时间评估的概率方法

郑建军¹, 徐卫敏¹, LI Chun-qing²

(1. 浙江工业大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310014; 2. Department of Civil Engineering, University of Greenwich, London, UK)

摘要 基于混凝土保护层开裂问题的近似解析解和蒙特卡罗算法, 确定获得稳定数值结果的最小模拟次数, 并获得了与各随机参数相对应的混凝土表面开裂时间的均值和变异系数。基于数值模拟结果, 证实了当每个参数都服从正态分布时, 混凝土表面开裂时间也是一个正态分布的随机变量。定量评价了保护层厚度均值和变异系数对混凝土表面开裂时间的影响。

关键词 混凝土; 表面开裂时间; 正态分布; 概率方法

中图分类号: TU375; TV431

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2008)04-0001-03

A probability assessment method for time to concrete surface cracking // ZHENG Jian-jun¹, XU Wei-min¹, LI Chun-qing²
(1. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 2. Department of Civil Engineering, University of Greenwich, London, UK)

Abstract : A probability method is proposed in this paper for the assessment of the time to concrete surface cracking. Based on the approximate analytical solution of the concrete cover cracking and the Monte Carlo algorithm, the minimum number of simulations for achieving stable numerical results is determined and the mean value and variation coefficient of the time to concrete surface cracking corresponding to each random parameter are obtained. It is verified by the simulation results that, when each parameter is a normal random variable, the time to concrete surface cracking is also a normal random one. Finally, the effects of the mean value and variation coefficient of the concrete cover depth on the time to concrete surface cracking are evaluated quantitatively.

Key words : concrete; time to concrete surface cracking; normal distribution; probability method

大量的工程实践表明, 氯离子侵蚀是沿海钢筋混凝土结构使用性能失效的主要原因^[1-2]。钢筋混凝土结构使用性能失效一般表现为混凝土表面出现大量裂缝, 并进一步导致部分混凝土保护层剥落^[3]。因此, 混凝土表面开裂时间的预测对于钢筋混凝土结构的耐久性评估和设计具有重要应用价值。

一些学者将混凝土中钢筋的初锈时间作为混凝土结构的耐久性指标, 并基于 Fick 第二定律, 建立了钢筋初锈时间的预测模型^[4]。但由于这种耐久性指标过于保守, 更多学者趋向于将混凝土保护层达到某种损伤状态所需的时间作为混凝土结构的耐久性指标, 如混凝土表面开裂时间或混凝土保护层剥落时间^[5-6], 由此提出相应的理论计算公式^[7]。这些公式大多基于确定性方法, 忽略了材料性能(如抗拉强度和弹性模量)、结构几何尺寸(如保护层厚度和钢筋直径)和外部环境因素(如季节变化和海洋环境中氯离子含量)的变异性。因此, 比较合理的理论预测模型是考虑这些物理参数的变异性, 并定量分析

它们对混凝土结构耐久性的影响。为此, 笔者在前人工作的基础上提出了混凝土表面开裂时间预测的概率方法。

1 混凝土表面开裂时间

处于海洋环境中的钢筋混凝土结构, 钢筋锈蚀导致结构性能退化一般经历以下 5 个阶段^[8]: ①自由膨胀阶段。外界侵蚀的氯离子破坏钢筋表面的钝化膜, 生成铁锈产物, 并逐渐填充钢筋与混凝土界面处的环形空隙, 在这个阶段, 混凝土保护层不受任何锈胀力的作用。②保护层弹性变形阶段。当铁锈产物填满钢筋与混凝土界面处的环形空隙后, 混凝土保护层开始受锈胀力的作用, 当保护层内环处的环向应力大于混凝土抗拉强度时, 保护层出现径向裂缝。③裂缝延伸阶段。随着锈胀力的不断增大, 径向裂缝逐渐向外延伸, 直至整个保护层完全开裂。④表面裂缝增大阶段。保护层完全开裂后, 结构刚度大幅度下降, 表面裂缝宽度不断增大, 直至达到建

筑规范所规定的容许值。⑤结构破坏阶段。随着钢筋的进一步锈蚀,混凝土表面裂缝宽度继续增大,致使部分保护层剥落,最终导致结构破坏。

本文主要研究第③阶段,并确定混凝土表面开裂时间。在分析混凝土保护层受力特性时,通常可将它简化为一个同心圆柱体^[9],计算模型如图1所示。图1中 D 为钢筋直径, C 为保护层厚度, r_m 为从圆心到裂缝前端的距离,因而混凝土圆柱体的内外半径分别为 $a = D/2$ 和 $b = D/2 + C$ 。当混凝土中的钢筋锈蚀后,铁锈厚度 $d_s(t)$ 可通过实验和理论分析来确定^[10]。混凝土保护层部分开裂后,混凝土中任一点 r 处的径向位移 $u(r)$ 满足如下二阶常微分方程^[9]:

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du(r)}{dr} - k \frac{u(r)}{r^2} = 0 \tag{1}$$

式中 $k(0 < k \leq 1)$ 为开裂部分的平均环向刚度与径向刚度之比, $k = 1$ 表示混凝土未开裂, $r_m < r < b$; $k < 1$ 表示混凝土已开裂, $a < r < r_m$, k 与开裂部分的平均环向应变、平均环向开裂应变和材料参数有关^[9]。与方程(1)相对应的边界条件为

$$u(a) = d_s(t) \tag{2}$$

$$\sigma_\theta(b) = 0 \tag{3}$$

式中 $\sigma_\theta(b)$ 为混凝土圆柱体外边界 $r = b$ 处的径向应力。

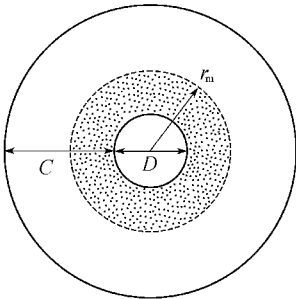


图1 混凝土保护层计算模型

未开裂混凝土中的径向位移 $u(r)$ 、径向应力 $\sigma_r(r)$ 和环向应力 $\sigma_\theta(r)$ 分别为^[9]

$$u(r) = c_1(r_m)r + c_2(r_m)r^{-1} \tag{4}$$

$$\begin{cases} \sigma_r(r) = \frac{\bar{E}[c_1(r_m)(1 + \bar{\mu}_c) - c_2(r_m)(1 - \bar{\mu}_c)r^{-2}]}{1 - \bar{\mu}_c^2} \\ \sigma_\theta(r) = \frac{\bar{E}[c_1(r_m)(1 + \bar{\mu}_c) + c_2(r_m)(1 - \bar{\mu}_c)r^{-2}]}{1 - \bar{\mu}_c^2} \end{cases} \tag{5}$$

式中 $c_1(r_m)$ 和 $c_2(r_m)$ 为待定系数。

平面应变有效弹性模量 $\bar{E}_e$ 和平面应变泊松比 $\bar{\mu}_c$ 与混凝土有效弹性模量 E_e 和泊松比 μ_c 的关系分别为

$$\bar{E}_e = \frac{E_e}{1 - \mu_c^2} \quad \bar{\mu}_c = \frac{\mu_c}{1 - \mu_c} \tag{6}$$

开裂混凝土中的径向位移、径向应力和环向应力分别为^[9]

$$u(r) = c_3(r_m)r^{\sqrt{k}} + c_4(r_m)r^{-\sqrt{k}} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \sigma_r(r) = \frac{\sqrt{k}\bar{E}[c_3(r_m)(1 + \bar{\mu}_c)r^{\sqrt{k}-1} - c_4(r_m)(1 - \bar{\mu}_c)r^{-\sqrt{k}-1}]}{1 - \bar{\mu}_c^2} \\ \sigma_\theta(r) = \frac{k\bar{E}[c_3(r_m)(1 + \bar{\mu}_c)r^{\sqrt{k}-1} + c_4(r_m)(1 - \bar{\mu}_c)r^{-\sqrt{k}-1}]}{1 - \bar{\mu}_c^2} \end{cases} \tag{8}$$

式中 $c_3(r_m)$ 和 $c_4(r_m)$ 为待定系数。这样,由 $r = r_m$ 处径向位移和应力的连续条件及边界条件式(2)和式(3)即可确定式(4)~(8)中的系数 $c_1(r_m)$, $c_2(r_m)$, $c_3(r_m)$ 和 $c_4(r_m)$,再令 $r_m = b$ 就可求得混凝土表面开裂时间 t_c 。

为了验证上述方法的有效性,本文选用Liu等^[10]的实验结果进行比较。在他们的实验中,钢筋混凝土板中所配的钢筋直径 $D = 16\text{ mm}$,28 d混凝土抗压强度 $f_c = 31.5\text{ MPa}$,抗拉强度 $f_t = 3.3\text{ MPa}$,有效弹性模量 $E_e = 9\text{ GPa}$,泊松比 $\mu_c = 0.18$,钢筋密度 $\rho_{st} = 7850\text{ kg/m}^3$,铁锈产物密度 $\rho_{rust} = 3600\text{ kg/m}^3$,铁锈类型系数 $\alpha_{rust} = 0.57$ 。此外,该实验中所用3种板的保护层厚度 C 分别为27 mm、48 mm和70 mm,所测得的锈蚀电流密度 i_{corr} 分别为 $3.75\text{ }\mu\text{A/cm}^2$, $2.41\text{ }\mu\text{A/cm}^2$ 和 $1.79\text{ }\mu\text{A/cm}^2$ 。根据这些数据就可算出这3种混凝土板的表面开裂时间 t_c ,理论预测与实验结果之间的比较如表1所示。进一步数值分析表明,理论预测与实验结果之间的平均相对误差为10%,说明理论预测与实验结果吻合良好。

表1 t_c 理论预测值与实验结果的比较

C/mm	t_c/a	
	实验结果	理论预测值
27	0.721	0.627
48	1.842	1.795
70	3.542	4.090

2 混凝土表面开裂时间的正态分布拟合

在如下分析中,本文选用Liu等实验中 $C = 48\text{ mm}$ 的钢筋混凝土板作为主要研究对象^[10]。从上述理论分析可知,影响混凝土表面开裂时间的主要因素包括钢筋直径、保护层厚度、锈蚀电流密度、混凝土抗拉强度和弹性模量,由于在实际工程中这些物理量往往具有一定的变异性,作为初步研究,本文假设它们均服从正态分布,其均值和变异系数如表2所示。

表 2 各参数及混凝土表面开裂时间的均值和变异系数

参数	参数的统计特征	开裂时间的统计特征
C	$N(48, 0.20)$	$N(1.85, 0.457)$
D	$N(16, 0.15)$	$N(1.82, 0.284)$
i_{corr}	$N(2.41, 0.15)$	$N(1.85, 0.285)$
E_c	$N(9.0, 0.12)$	$N(1.85, 0.283)$
f_t	$N(3.3, 0.15)$	$N(1.82, 0.332)$

为了定量评价各参数对混凝土表面开裂时间的影响,每次分析时取其中某一参数为随机变量,其余参数为定值,其数值等于它们各自的均值。在应用蒙特卡罗方法计算混凝土表面开裂时间时,首先要确定获得稳定数值结果所需的最小模拟次数 N 。为此,先考虑保护层厚度 C 对混凝土表面开裂时间 t_c 的影响,设 C 为随机变量,其余参数为定值,可获得 t_c 的均值 m_t 和变异系数 δ_t 与模拟次数 N 之间的关系,其结果如图 2 和图 3 所示。从图 2 和图 3 可以看出,当 N 较小时, m_t 上下波动,而 δ_t 则随着 N 的增大不断减小;当 N 大于 10^5 时, m_t 和 δ_t 均趋于稳定,表明 $N = 10^5$ 可作为获得混凝土表面开裂时间稳定值所需的最小模拟次数。同时,可求得相应的 m_t 和 δ_t 分别为 1.85 a 和 0.213,这一均值与 Liu 等实验所测得的开裂时间 1.842 a 十分接近,表明了本文蒙特卡罗模拟算法的有效性。进一步假设混凝土表面开裂时间服从正态分布,利用上面所求得的均值和变异系数即可得到相应的概率密度函数 p_t 和累积分布函数 P_t ,它们与蒙特卡罗模拟结果之间的比较如图 4 和图 5 所示。从图 4 和图 5 可以看出,正态分布拟合与蒙特卡罗模拟十分吻合,表明可以近似地将混凝土表面开裂时间看成是一正态分布的随机变量。类似地,通过分析其他物理量对混凝土

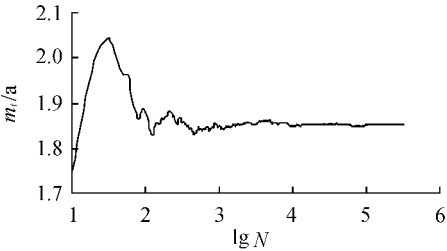


图 2 m_t 与 N 之间的关系

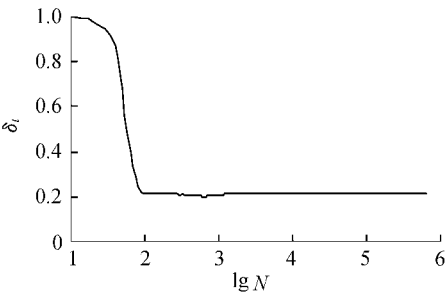


图 3 δ_t 与 N 之间的关系

土表面开裂时间的影响,可得到相应的均值和变异系数,其结果如表 2 所示。从表 2 可以看出,开裂时间的均值基本相等;而保护层厚度产生的变异系数最大,混凝土抗拉强度产生的变异系数次之,其余 3 个变量产生的变异系数最小,其数值基本相等。

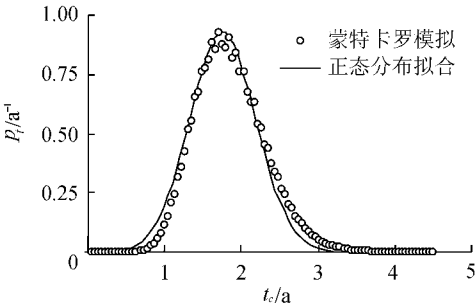


图 4 混凝土表面开裂时间的概率密度函数

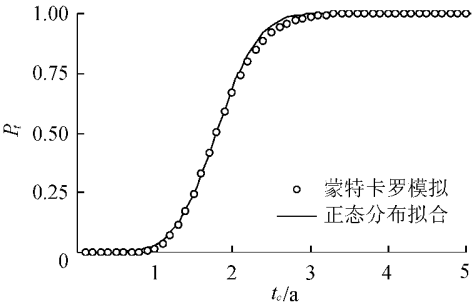


图 5 混凝土表面开裂时间的累积分布函数

3 混凝土保护层厚度均值和变异系数对开裂时间的影响

为了进一步了解各参数均值和变异系数对混凝土表面开裂时间的影响,下面着重以保护层厚度为例进行分析,受篇幅所限,其他参数对开裂时间的影响不再赘述。

先设保护层厚度的变异系数 δ_c 为 0.2,开裂时间的均值 m_t 和变异系数 δ_t 随保护层厚度均值 m_c 的变化如表 3 所示。从表 3 可以看出, m_t 和 δ_t 均随着 m_c 的增大而增大,表明增大保护层厚度不仅增大了开裂时间的均值,也增大了开裂时间的变异系数,在工程设计中应予以注意。再设 $m_c = 48$ mm, m_t 和 δ_t 随 δ_c 的变化如表 4 所示。从表 4 可以看出, m_t 基本不随 δ_c 的变化而变化,而 δ_t 则随着 δ_c 的增大而增大,表明 δ_c 只对 δ_t 有影响,对 m_t 几乎没有影响。

表 3 $\delta_c = 0.2$ 时 m_c 对 m_t 和 δ_t 的影响

m_c/mm	m_t/a	δ_t
27	1.00	0.169
35	1.28	0.203
48	1.85	0.247
60	2.50	0.275
70	3.16	0.296

(下转第 14 页)

编码形式,按待求问题的目标函数定义粒子的适应度函数,然后就可利用粒子群算法来求解,而不管实际问题的解空间是否连续或可导,因此将其应用于大坝安全监控领域是十分有意义的。研究表明,基于粒子群算法的混凝土坝变形预报模型的预报精度比最小二乘法的预报精度高,因此该模型的应用是可行的。但随着计算维度和规模的扩大,该算法的收敛速度较慢,所以如何加快该模型的收敛速度以及进一步提高模型的预报精度,是笔者下一步的研究工作。

参考文献：

[1] 吴中如,顾冲时,沈振中,等.大坝安全综合评价的理论方法及其应用[J].水利水电科技进展,1998,18(3):2-6.
[2] 樊琨.基于人工神经网络的大坝位移预测[J].长江科学院院报,1998,15(5):45-48.
[3] 赵斌,吴中如,张爱玲.BP模型在大坝安全监测预报中的应用[J].大坝观测与土工测试,1999,23(6):1-4.
[4] 徐洪钟,胡群革,吴中如.自适应模糊神经网络在大坝安全监控中的应用[J].河海大学学报:自然科学版,2001,29(2):8-10.
[5] 徐洪钟,吴中如,李雪红.相空间神经网络模型在大坝安

全监控中的应用[J].水利学报,2001,32(6):67-70.
[6] 苏怀智,吴中如,温志萍,等.遗传算法在大坝安全监控神经网络预报模型建立中的应用[J].水利学报,2001,32(8):44-48.
[7] 于鹏,顾冲时.大坝安全监测的组合预测模型[J].人民黄河,2006,28(1):67-68.
[8] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]//IEEE Service Center. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth :IEEE Service Center, 1995 :1942-1948.
[9] HU Xiao-hui, EBERHART R C. Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization[C]// IEEE Service Center. Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Honolulu :IEEE Service Center, 2002 :1677-1681.
[10] 吴新杰,李媛,张丹,等.PSO算法在多元线性回归分析问题中的应用[J].辽宁大学学报:自然科学版,2007,34(1):18-20.
[11] 吴中如,沈长松,阮焕祥.水工建筑物安全监控理论及其应用[M].南京:河海大学出版社,1990.
[12] SHI Yu-hui, EBERHART R C. Parameter selection in particle swarm optimization[J]. Evolutionary Programming VII, 1998, 1447 :591-600.

(收稿日期 2007-10-08 编辑:方宇彤)

(上接第3页)

表4 $m_e = 48\text{ mm}$ 时 δ_e 对 m_i 和 δ_i 的影响

δ_e	m_i/a	δ_i
0.10	1.82	0.125
0.15	1.83	0.187
0.20	1.85	0.247
0.25	1.87	0.304
0.30	1.88	0.353

4 结 论

笔者通过研究得到如下主要结论:①基于混凝土保护层开裂问题的近似解析解,提出了混凝土表面开裂时间评估的概率方法。②证实了当每个参数都服从正态分布时,混凝土表面开裂时间也是一个正态随机变量。③增大保护层厚度的均值不仅增大了开裂时间的均值,而且也增大了开裂时间的变异系数,增大保护层厚度的变异系数会增大开裂时间的变异系数,但对开裂时间的均值几乎没有影响。

参考文献：

[1] BROOMFIELD J P. Corrosion of steel in concrete : understanding, investigating and repair[M]. London :E & FN Spon, 1997.
[2] LI Chun-qing, ZHENG Jian-jun, LAWANWISUT W, et al.

Concrete delamination caused by steel reinforcement corrosion [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2007, 19(7) : 591-600.
[3] 金伟良,吕清芳,潘仁泉.东南沿海公路桥梁耐久性现状[J].江苏大学学报:自然科学版,2007,28(3):254-257.
[4] 马亚丽,张爱林.混凝土结构钢筋初锈时间的概率模型[J].水利学报,2007,38(5):630-636.
[5] BAZANT Z P. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures-application[J]. Journal of Structural Engineering, 1979, 105(6) :1155-1166.
[6] LI Chun-qing. Reliability based service life prediction of corrosion affected concrete structures[J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(10) :864-873.
[7] BHARGAVA K, GHOSH A K, MORI Y, et al. Model for cover cracking due to rebar corrosion in RC structures[J]. Engineering Structures, 2006, 28(8) :1093-1109.
[8] 周欣竹,郑建军.混凝土结构表面开裂评估的可靠度方法[J].建筑结构学报,2006(5):730-733.
[9] 郑建军,周欣竹, Li Chun-qing. 钢筋混凝土结构锈蚀损伤的解析解[J].水利学报,2004,35(12):62-68.
[10] LIU Yun-ping, WEYERS R E. Modeling the time-to-corrosion cracking in chloride contaminated reinforced concrete structures[J]. ACI Materials Journal, 1998, 95(6) :675-681.

(收稿日期 2007-09-04 编辑:骆超)