

流体最小能耗率原理的热力学基础

徐国宾, 练继建

(天津大学建筑工程学院, 天津 300072)

摘要 针对学术界一直存在争议的流体在运动过程中到底是遵循最大熵原理还是遵循最小能耗率原理或最小熵产生原理问题, 以热力学理论为基础, 分析最小熵产生原理和最小能耗率原理, 同时澄清一些容易混淆的问题, 指出热力学中的基本原理、基本概念同样适用于流体运动。流体在运动过程中遵循最小能耗率原理或最小熵产生原理。

关键词 流体运动 热力学 最大熵原理 最小熵产生原理 最小能耗率原理

中图分类号 O35 **文献标识码** A **文章编号** 1006-7647(2008)05-0016-05

Principle of the minimum rate of energy dissipation for fluid based on the theory of thermodynamics//XU Guo-bin, LIAN Ji-jian (School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract : It is still being debated whether the motion of fluid follows the principle of minimum entropy production, the principle of the minimum rate of energy dissipation, or the principle of maximum entropy. This paper further analyzes the principle of the minimum rate of energy dissipation and the principle of minimum entropy production and clarifies some confusing issues based on thermodynamics theory. It is pointed out that the basic principles and concepts of thermodynamics can also be applied to the motion of fluid and that the motion of fluid follows the principle of minimum entropy production or the principle of the minimum rate of energy dissipation.

Key words : motion of fluid ; thermodynamics ; principle of maximum entropy ; principle of minimum entropy production ; principle of the minimum rate of energy dissipation

流体在运动过程中到底是遵循最大熵原理还是遵循最小能耗率原理或最小熵产生原理, 在学术界一直尚有争议^[1-6]。此外, 热力学中关于系统的定义是否适用于流体力学, 流体力学中的基本方程是否适用于开放系统等问题也容易引起异议。为了弄清楚这些问题, 笔者以热力学理论为基础, 对这些问题进行阐述、分析, 指出热力学中的基本原理、基本概念同样适用于流体运动。流体在运动过程中遵循最小能耗率原理或最小熵产生原理, 而不是最大熵原理。

1 热力学研究对象及几个基本概念

1.1 热力学研究对象

热力学分为经典热力学和非平衡态热力学(亦称不可逆过程热力学)。经典热力学主要研究系统的平衡态和可逆过程, 其理论基础就是热力学第一定律、第二定律和第三定律, 这 3 个定律构成了经典热力学的一个完整的理论体系^[7-9]。非平衡态热力

学是在经典热力学基础上发展起来的, 它主要研究开放系统的非平衡态性质和不可逆过程, 构成其理论基础的是最小熵产生原理和耗散结构理论^[10-11]。

热力学理论是研究自然界中热现象和热运动规律的基础科学。自然界中的热现象十分广泛, 凡是与温度有关的现象都属于热现象, 如物体的热胀冷缩、物体运动过程中因摩擦生热而产生的能量耗散、物质中各种不同相之间的相互转化、不同物质之间的化学反应、金属和半导体的导电性等等。所以, 热力学理论具有普适性。热力学的普适性与其所采用的研究方法有关。自然界中物质由大量微观粒子(如分子、原子、电子等)构成, 但热力学所研究的不是物质的微观结构和过程, 而是物质的宏观物理性质及各种宏观物理过程^[9]。

热力学的研究对象主要是流体(包括气体和液体)、固体、等离子体等这样一些宏观系统^[8]。所以, 热力学的基本原理、基本概念也同样适用于流体力学。

基金项目 国家自然科学基金(50679053)

作者简介 徐国宾(1956—), 男, 河北石家庄人, 教授, 博士, 从事工程水力学与泥沙研究。E-mail : xuguob@sina.com

1.2 热力学系统

热力学系统是指由大量微观粒子(如分子、原子、电子等)组成的有限宏观系统。系统与外界相互作用,根据它们的相互作用程度,热力学将系统分为孤立系统、封闭系统和开放系统。孤立系统是指那些完全不受外界影响的系统,即与外界既无物质交换,又无能量交换的系统;封闭系统是指与外界仅交换能量但不交换物质的系统;开放系统是指与外界既交换物质又交换能量的系统。

1.3 可逆过程与不可逆过程

在热力学中,系统状态随时间的变化称为过程。如果一个过程的每一步都可自发地向相反的方向进行,则称其为可逆过程。否则为不可逆过程。不可逆过程是单方向的,如无外界作用,不会自发地向相反方向转化。可逆过程只是一种理想化的概念,在实际中并不存在。实际的宏观过程都是不可逆过程。也就是说,一个宏观过程产生的效果,无论用任何曲折复杂的方法也不可能使系统恢复原状而不引起其他变化。

1.4 平衡态与非平衡态定态

热力学系统可能以 2 种不同的宏观状态存在,即平衡态或非平衡态^[11]。热力学中的平衡态是指系统状态的所有物理量不再随时间变化,而且系统内部不存在任何物理量的宏观流动过程;否则称为非平衡态。平衡态有 2 个重要特征:①表征系统宏观性质的所有物理量不随时间变化;②系统内部不存在任何物理量的宏观流动过程。凡不满足上述任一条件的状态,都叫非平衡态。在非平衡态,系统仍可保持一种稳定态(简称定态)。如果一个系统的所有物理量都不随时间改变,称为定态。例如,设想 1 根管道的两端各连接 1 个无限大的水库,即管道两端的水位差保持恒定(如图 1 所示),在这种情况下,管道中的水流为恒定流,所有物理量都不随时间而改变,即达到定态。但这种定态不是平衡态,因为管道中还存在着由高水位到低水位的水流流动,即宏观流动过程,这种状态是非平衡定态。

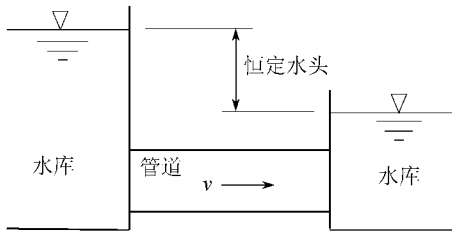


图 1 恒定流——非平衡定态

1.5 稳定与平衡

由于热力学系统中微观粒子做无规则的布朗运动,常常会使系统发生偏离原来的状态的微小偏差,

这种偏差称为涨落。涨落是偶然的和随机的。稳定性是指系统的状态不随时间的变化而变化,也不因为微小涨落而导致整个系统状态改变。如果一个系统处于某种定态或平衡态,由于涨落而偏离了原来的状态,但随着涨落被逐渐衰减,仍会回到原来的状态,称该系统是稳定的;反之,如果涨落随着时间的发展不但没有衰减反而放大,使系统更加偏离原来的状态,则称该系统是不稳定的。热力学系统中还存在稳定平衡和亚稳定平衡。如对于孤立系统,熵可能有几个极大值,其中最大值对应于稳定平衡,其他较小的值则对应于亚稳定平衡。对于开放系统也是如此,熵产生或能耗率可能有几个极小值,其中最小值对应于稳定平衡,其他较大的值则对应于亚稳定平衡。

1.6 热力学第二定律(亦称最大熵原理)

热力学第二定律常见的表达方式有 2 种^[7]:其一是克劳修斯表述——不可能把热从低温物体传到高温物体而不引起其他变化;其二是开尔文表述——不可能从单一热源取热使之完全变为有用的功而不产生其他影响。

为了用数学形式表达热力学第二定律,克劳修斯引入了熵的概念。熵的数学表达式如下:

$$\begin{cases} S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} & (\text{可逆过程}) \\ S_2 - S_1 > \int_1^2 \frac{dQ}{T} & (\text{不可逆过程}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: S_1, S_2 分别为系统初、终态的熵; Q 为热量; T 为绝对温度。

对于无限小的过程,式(1)可改写成微分形式,即

$$dS \geq \frac{dQ}{T} \quad (2)$$

式中等号对应于可逆过程,不等号对应于不可逆过程。对于孤立系统,因系统和外界没有能量和物质交换,则 $dQ = 0$,于是得

$$dS \geq 0 \quad (3)$$

式(3)表明在孤立系统中熵只增不减。对于可逆过程系统的熵不变,即 $dS = 0$;对于不可逆过程系统的熵增加,即 $dS > 0$,这称为最大熵原理,也是热力学第二定律的另一种表达方式。特别强调一点,最大熵原理只适用于孤立系统。

1.7 最小熵产生原理

最小熵产生原理是非平衡态热力学基本理论之一。非平衡态热力学的奠基人之一比利时科学家普里戈金^[10]应用局域平衡假设,从经典热力学中的吉布斯公式出发,得到了无外力和黏性力作用下的系

统局域熵平衡方程,然后利用李雅普诺夫稳定性理论,经过严格的理论证明,得到最小熵产生原理数学表达式如下:

$$\frac{dP}{dt} \leq 0 \quad (4)$$

其中 $P = \iiint_V \sigma dV = \frac{d_i S}{dt}$

$$\sigma = \sum_{i=1}^m J_i \cdot X_i$$

式中: P 为系统熵产生; V 为系统所占据的空间体积; σ 为局域熵产生; J_i 为广义流; X_i 为广义力。

广义流和广义力影响着系统的演变方向。广义力引发广义流,两者之间的关系一般呈很复杂的函数关系,但在近平衡态时广义流与广义力的关系是线性关系。

式(4)表明,在非平衡线性区,一个开放系统内的不可逆过程总是向熵产生减小的方向进行,当熵产生减小至最小值时,系统的状态不再随时间变化。此时,系统处于与外界约束条件相适应的非平衡定态,这就是最小熵产生原理^[9-10]。最小熵产生原理保证了非平衡定态的稳定性。一旦系统达到非平衡定态,在没有外界的影响下它将不会再自发地离开这个定态。

2 流体最小能耗率原理

根据热力学理论,任何宏观系统的状态都可引用状态函数熵 S 来描述。对于开放系统,普里戈金^[10]将熵的变化分解为2项之和,即

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} \quad (5)$$

式中: $\frac{d_e S}{dt}$ 表示系统与外界交换能量和物质引起的熵变,称为熵流; $\frac{d_i S}{dt}$ 表示系统内发生不可逆过程产生的熵变,称为熵产生。熵流项其值可正、可负或为零,一般没有确定的符号。而根据热力学第二定律,由不可逆过程引起的熵产生项 $\frac{d_i S}{dt}$ 永远是正值,即 $d_i S \geq 0$,因此,开放系统的熵变 dS 不一定大于零,也可以等于零或小于零,而孤立系统的熵变 dS 却永远大于零。

根据文献^[11]有下列关系:

$$\phi = T\sigma \quad (6)$$

式中 ϕ 为能量耗散函数,表示单位时间单位体积内耗散掉的能量,它是由不可逆过程引起的。根据式(6),可得到系统的能耗率 Φ 与熵产生 P 之间的关系如下:

$$\Phi = \iiint_V \phi dV = T \iiint_V \sigma dV = TP \quad (7)$$

根据式(4)可得

$$\frac{d\Phi}{dt} \leq 0 \quad (8)$$

所以,线性区的最小熵产生原理亦可称为最小能耗率原理,两者是等价关系。即在非平衡线性区,一个开放系统内部的不可逆过程总是向熵产生或能耗率减小的方向进行,当熵产生或能耗率减至最小值时,系统的状态不再随时间变化。此时,系统处于与外界约束条件相适应的非平衡定态。

笔者曾利用单位体积流体的吉布斯公式推导出有外力作用下的适用于开放系统的黏性流体局域熵平衡方程,并得到不可压缩流体的局域熵产生表达式(式(9))^[12-13]。式(9)在推导过程中,应用了流体力学中适用于开放系统的欧拉型连续方程、运动方程和能量方程。

$$\sigma = \frac{1}{T} \Pi : \nabla v \quad (9)$$

式中: Π 为切向应力张量; ∇v 为流速梯度张量。

根据 σ 和 ϕ 关系式,写出流体的能量耗散函数表达式如下:

$$\phi = \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (10)$$

式中: τ_{ij} 为切向应力张量分量; v_i 为速度分量。

通过对 ϕ 求体积积分,得到流体在单位时间内的总能耗率 Φ 的具体表达式如下:

$$\Phi = \iiint_V \phi dV = \iint_{\Omega} \tau_{ij} v_i n_j d\Omega - \iiint_V v_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV \quad (11)$$

式中 n_j 为面积元 $d\Omega$ 的外法线单位矢量 n 的分量。设流体运动为恒定运动,在这种情况下式(11)中的第1项面积积分为零,于是得到

$$\Phi = - \iiint_V v_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV \quad (12)$$

对于恒定一维流体运动,若质量力只考虑重力,得到单位时间单位长度的总能耗率的数学表达式为

$$\Phi = \rho g J \iint_A v_x dA = \rho g Q J \quad (13)$$

式中: ρ 为水的密度; Q 为流量; J 为水力坡降。

根据最小熵产生原理或最小能耗率原理,可写出流体做恒定运动时的最小能耗率原理的数学表达式:

$$\Phi = \rho g Q J = \text{最小值} \quad (14)$$

式(14)在推导过程中引用了忽略惯性加速度项中的时变加速度的运动方程,所以其适用情况如下:

- ①具有稳定边界的任何开放的流体系统,如河流;
②恒定非均匀流或均匀流;③层流或紊流。

3 几个容易混淆的问题

笔者根据最小熵产生原理推导出流体最小能耗率原理的数学表达式后,曾有人提出一些异议,所以有必要对某些容易混淆的问题作出澄清。

3.1 热力学中关于系统的定义是否适用于流体力学

首先,前面已经阐述过热力学理论是研究自然界中热现象和热运动规律的基础科学,凡是与温度有关的现象都属于热现象。流体在运动过程中涉及摩阻力和传热问题,所以流体运动属于一种热现象,也是热力学的研究对象。热力学中的基本原理、基本概念也同样适用于流体力学。

其次,关于热力学对系统的定义。热力学中所定义的系统是指在空间和时间上都具有宏观尺度并包含有大量微观粒子(如分子、原子、电子等)的系统,系统的边界既可以是运动的,也可以是固定的,而流体由大量流体质点所组成。流体力学中定义的系统是指包含有大量流体质点且具有宏观尺度的系统,该系统的边界可以是运动的,也可以是固定的^[14]。所以,流体系统属于热力学系统,可以将热力学定律直接应用到流体系统中。

其实在流体力学中不乏使用热力学定律的例子。例如在流场中任取由一定流体质点所组成的流体系统,根据热力学第一定律(即质量守恒定律),单位时间内通过系统边界流出和流入的流体质量总和等于在同一时间系统内流体质量的减少,即

$$-\iint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \iint_{\Omega} \rho v_i n_i d\Omega \quad (15)$$

由此可推导出

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (16)$$

这就是流体力学中的连续方程,其在推导过程中使用了热力学第一定律。另外,像流体力学中的能量方程在推导过程中也使用了热力学第一定律。

3.2 流体力学中的基本方程是否适用于开放系统

流体力学中的基本方程是质量守恒定律、动量方程和热力学第一定律在流体运动中的数学表达式,即连续方程、动量方程和能量方程。流体力学采用2种方法建立基本方程:①控制体分析法,即欧拉法。该法是在流场中任取一微元体(根据热力学对系统的定义^[9],该微元体相当于一个系统),该微元体不随流体一起运动,即相对于流场来说,它是静止不动的,外界流体连续不断地通过该微元体,微元体

与外界流体既有质量交换又有能量交换,该微元体相当于热力学中的开放系统。通过分析该微元体的受力和运动特性,建立的流体力学基本方程称为欧拉型基本方程^[14-15]。②系统分析法,即拉格朗日法。该法是在流场中任取一微元体(也相当于一个系统),该微元体随流体一起运动,它的形状和大小也可以随时间发生变化,但流体不能通过微元体表面流入或流出,微元体与外界流体没有质量交换但有能量交换,该微元体相当于热力学中的封闭系统。通过分析该微元体的受力和运动特性,所建立的流体力学基本方程也称拉格朗日型基本方程^[14-15]。

拉格朗日法和欧拉法是建立流体运动基本方程的2种方法。对于同一流体运动既可用拉格朗日法,也可用欧拉法,且这2种方法还可以互换。但拉格朗日法在分析流体运动时,由于要寻求每一个质点的运动规律,在数学上常会遇到难以克服的困难。所以,在流体力学研究中常采用较为简便的欧拉法。

如果仅从字面上理解控制体分析法(欧拉法)和系统分析法(拉格朗日法)容易使人产生混淆。实际上无论是控制体分析法,还是系统分析法,在建立基本方程时都是在流场中取一个微元体,这个微元体就是流体系统,只不过欧拉法取的是开放系统,拉格朗日法取的是封闭系统^[15]。所以,笔者在推导流体最小能耗率原理的数学表达式时,将适用于开放系统的欧拉型基本方程用到开放系统上不会造成混淆,而且便于数学推导;相反,若将适用于封闭系统的拉格朗日型基本方程用到开放系统上,则可能会造成混淆。

3.3 式(11)中的面积积分是否为零

式(11)的面积积分项中的 Ω 面为开放系统的表面积,对于开放系统因为总有流体通过表面积与外界交换,面积积分 $\iint_{\Omega} \tau_{ij} v_i n_j d\Omega$ 是否为零,分流体做恒定运动和非恒定运动2种情况讨论。

当流体作恒定运动时,通过系统表面流出的流体与流入的流体相等,即通过系统表面流体的净流出量或净流入量等于零,只有这样才能保证系统内所有的物理量不随时间变化。在这种情况下面积积分为零。如果面积积分不为零,那么通过系统表面的流体的净流出量或净流入量不等于零,系统内部的物理量就会随时间发生变化,系统也就不会保持恒定状态,而是呈非恒定状态。

4 结 语

流体力学研究流体的宏观运动,所以热力学中的基本原理、基本概念同样适用于流体力学。根据

经典热力学理论可知,孤立系统的演变遵循最大熵原理。而根据非平衡态热力学理论可知,开放系统的演变服从最小能耗率原理或最小熵产生原理。流体运动过程中与外界既交换物质又交换能量,为开放系统。所以,流体在运动过程中遵循最小能耗率原理或最小熵产生原理,而不是最大熵原理。

参考文献：

[1] 钱宁,张仁,周志德.河床演变学[M].北京:科学出版社,1987 314-316.
[2] 徐国宾,练继建.河流调整中的熵、熵产生和能耗率的变化[J].水科学进展,2004,15(1) 3-5.
[3] 徐国宾.河流动力学中的最小能耗率原理[C]//黄河水利科学研究院.第6届全国泥沙基本理论研究学术讨论会论文集.郑州:黄河水利出版社,2005 476-484.
[4] 侯晖昌.河流动力学基本问题[M].北京:水利出版社,1982 186-228.
[5] YANG C T, SONG C C S.Theory of minimum rate of energy dissipation[J]. Journal of the Hydraulics Division,1979,105 (HY7) 769-784.
[6] CHANG H H. Minimum stream power and river channel

patterns[J]. Journal of Hydrology,1979,41(3/4) 303-327.
[7] 王竹溪.热力学[M].2版.北京:高等教育出版社,1960:81-150.
[8] 马本,高尚惠,孙煜.热力学与统计物理学[M].北京:人民教育出版社,1980 1-147.
[9] 龚茂枝.热力学[M].武汉:武汉大学出版社,1998 276-296.
[10] 尼科利斯 G,普里戈京 I.非平衡系统的自组织[M].徐锡申,陈式刚,译.北京:科学出版社,1986 18-50.
[11] 威斯尼夫斯基 S,斯坦尼斯捷夫斯基 B,西马尼克 R.不平衡过程热力学[M].陈军健,殷开泰,李鹤立,译.北京:高等教育出版社,1988 28-33.
[12] 徐国宾,练继建.流体最小熵产生原理与最小能耗率原理(Ⅰ)[J].水利学报,2003,34(5) 35-40.
[13] 徐国宾,练继建.流体最小熵产生原理与最小能耗率原理(Ⅱ)[J].水利学报,2003,34(6) 43-47.
[14] 吴望一.流体力学(上)[M].北京:北京大学出版社,1982 81-199.
[15] 徐文熙,徐文灿.黏性流体力学[M].北京:北京理工大学出版社,1989 21-51.

(收稿日期 2007-09-01 编辑 高建群)

(上接第 12 页)

c. 计算出 $D_L, t_{\max}, u$ 后,应用 $(d_i, S), (t_2', S)$ 代入图 1 和图 3 进行检验,若 (d_i, S) 位于包络线以上且 (t_2', S) 位于阴影范围内,则结果可信。

参考文献：

[1] FISCHER H B, LIST E J, KOHR C Y, et al. Mixing in inland and coastal waters[M]. New York:Academic Press, 1979 81-147.
[2] 陈永灿,朱德军.梯形断面明渠中纵向离散系数研究[J].水科学进展,2005,16(4) 511-517.
[3] MCQUIVEY R S, KEEFER T N. Simple method for predicting dispersion in stream[J]. J Envir Engrg Div, ASCE, 1974, 100(4) 997-1011.
[4] 李锦秀,黄真理,吕平毓.三峡库区江段纵向离散系数研究[J].水利学报,2000(8) 84-87.
[5] CHATWIN P C. On the interpretation of some longitudinal dispersion experiments [J]. J Fluid Mech, 1971, 48 689-702.
[6] 张娟娟,万伟锋.确定河流纵向离散系数的快速 SA 法[J].地下水,2005,27(5) 396-398.
[7] 郭建青,李彦,王洪胜,等.突然排污时计算河流水质参数的直线解析法[J].水力发电学报,2007,26(4) 61-65.
[8] 郭建青,李彦,王洪胜,等.确定河流水质参数的抛物方程近似拟和法[J].水利水电科技进展,2005,25(2) 11-13.

[9] 顾莉,华祖林.天然河流纵向离散系数确定方法的研究进展[J].水利水电科技进展,2007,27(2) 85-89.
[10] SINGH S K. Estimating dispersion coefficient and porosity from soil-column tests [J]. Journal of Environmental Engineering,2002, 128(11) 1095-1099.
[11] 黄平.水环境数学模型及其应用[M].广州:广州出版社,1996 180-190.
[12] 富国,张永良,李彦武,等.感潮河网水域(广州河段)纵向离散系数的研究[J].环境科学研究,1992,5(2) 16-22.
[13] 闵涛,周孝德.河流水质纵向弥散系数反问题的迭代算法[J].水动力学研究与进展,2003,18(5) 547-552.
[14] 张文静,梁秀娟.确定河流纵向弥散系数的正态分布图解法[J].吉林大学学报 地球科学版,2004,34(S1) 83-86.
[15] ZHANG Ren-duo. Applied geostatistics in environmental science[M]. Beijing:science Press,USA inc,2004 27-29.
[16] 屠显章.东河的示踪试验[J].环境科学,1985,6(6) 9-16.
[17] 张江山.瞬时源示踪实验确定河流纵向离散系数和横向混合系数的线性回归法[J].环境科学,1991,12(6):40-43,63.
[18] 张江山.示踪实验确定河流纵向离散系数的单纯形加速法[J].环境科学,1994,15(4) 66-68.
[19] 龙炳清,赵仕林,罗娅君,等.天然河流纵向离散系数的最优化计算方法及其应用[J].重庆环境科学,2001,32(1) 27-28.

(收稿日期 2007-10-11 编辑 高建群)