

考虑非恒定摩阻项的水击随机分析

袁 健,胡 明

(河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 现有水击随机分析中均忽略摩阻项的影响,特别是摩阻项对水击压力波动过程模拟的影响。在研究水击发生条件和影响参数随机性的基础上,建立含非恒定摩阻项的水击随机数学模型。引入矩特征线法对水击过程进行数值模拟。计算结果表明,考虑非恒定摩阻项的水击随机模型不仅可计算最大水击压力,而且能模拟水击压力波动的衰减过程。

关键词 水击 随机分析 非恒定摩阻 矩特征线法

中图分类号 :TV135 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2008)06-0020-04

Stochastic analysis of water hammer considering unsteady friction//YUAN Jian, HU Ming (College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : Stochastic analysis of water hammer is an important content in hydraulic structural reliability. In studies of stochastic analysis of water hammer, the effect of friction on transient flow has always been neglected. Based on the study of the occurrence condition and the influential factors, a random model of water hammer is established where unsteady friction is considered and the moment characteristic method is proposed for numerical calculation. A computational example shows that both the unsteady friction model and the steady friction model can be used for calculating the maximum piezometric head, whereas the former fits better with regard to the simulation of the fluctuation process of water hammer.

Key words : water hammer ; random analysis ; unsteady friction ; moment characteristic method

目前关于水击的研究大多是将其视为一个非随机量进行研究^[1-2],但是水击的发生条件及水电站库水位、机组控制参数等影响因素的不确定性决定了水击的随机本质,对水击进行随机分析,明确概率意义,才能更好地适应以概率计算为基础的结构可靠度设计^[3-4]。

文献[5]从水击极大值的近似解析式出发,推导了由水库、管道及阀门组成的简单管水击最大升压的概率分布及统计规律。该文以库水位和阀门关闭历时为随机变量。文献[6-7]在文献[5]的研究基础上,增加机组带负荷程度系数这一重要随机变量,推导了简单管最大水击升压和最大总水压力概率分布,并应用于压力管道结构设计。但是这些文献均忽略摩阻项的影响,尤其是摩阻项对水击压力波动过程模拟的影响。

由于非恒定流本身的复杂性和人们对非恒定摩阻损失机理的研究尚不充分,传统水击理论常用恒定摩阻代替非恒定摩阻。而有关试验结果表明^[8],

在水击瞬变过程中,恒定摩阻仅能模拟第 1 个周期的压力波动过程,1 个周期后的压力过程模拟精度较低,原因就在于它忽略了非恒定摩阻引起的能量损失。本文的随机模型引入了基于广义不可逆热力学(EIT)的非恒定摩阻项^[9],并采用矩特征线法模拟水击压力波动过程。

1 随机变量的概率分布

1.1 静水头 H_0 的概率分布

在水击随机分析中,电站静水头 H_0 采用年最高库水位 H_G (相对于坝底高程)的概率分布。据文献[10],水库年最高库水位 H_G 服从正态分布,变差系数 C_v 为 0.1,即 H_G 服从 $N(\mu_G, 0.01\mu_G^2)$ 分布,且其多年均值 μ_G 与正常蓄水位 H_n 之间存在关系:

$$\mu_G = 0.935H_n - 0.33 \tag{1}$$

1.2 导叶初始开度 τ_0 的概率分布

设 N_f 为机组满负荷运行出力, N_0 为甩负荷前的实际运行出力,定义机组初始带负荷程度系数

$m_0 = N_0/N_{f0}$ 由于 N_0 取决于电力系统负荷要求及水量丰枯程度,因此 m_0 为随机变量,服从 $[0.2, 1.0]$ 上的递增三角形分布^[6]。

将水轮机简化为阀门处理,将导叶综合流量系数视为确定量,忽略水轮机效率的变化,可推导出

$$\tau_0 = m_0 \left(\frac{H_d}{H_0} \right)^{1.5} \quad (2)$$

式中: τ_0 为导叶初始开度; m_0 为机组初始带负荷程度系数; H_d 为设计水头; H_0 为静水头。

1.3 阀门关闭历时 T_c 的概率分布

阀门关闭历时 T_c 与 τ_0 相关,而 τ_0 又与 H_0 和 m_0 相关,因此 T_c 服从 H_0 和 m_0 的条件分布。调速装置的灵敏度、油压的不稳定性及各次电负荷事故时采取的操作方式不同等多种因素造成实际阀门关闭历时 T_c 与整定关闭历时 T_{c0} 之间存在一个误差 ΔT_c ,即 $T_c = T_{c0} + \Delta T_c$,实践经验表明由误差造成的随机变量一般服从正态分布,考虑到误差范围一般控制在 10% 内,所以 T_c 服从 H_0 和 m_0 的条件正态分布 $N(T_{c0}, 0.01 T_{c0}^2)$ 。

2 计入非恒定摩阻的矩特征线法

如图 1 所示的简单管,水击基本方程为

$$\begin{cases} g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{4\tau}{\rho D} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

满足条件

$$\begin{cases} H(0, t) = H_0 \\ H(x, 0) = H_0 - \frac{n^2 m_0^2 Q_f^2 H_d^2}{R^{\frac{4}{3}} A^2 H_0^2} x \end{cases} \quad (4)$$

式中: H 为压力水头; v 为管道水流速度; τ 为管壁切应力; ρ 为流体密度; D 为管道直径; a 为波速; n 为管道摩阻系数; Q_f 为满负荷出力时的管道水流流量; R 为水力半径; A 为管道截面积。

若阀门服从直线关闭规律,还满足

$$\begin{aligned} v(L, t) &= \mu \left(1 - \frac{t}{T_c} \right) \sqrt{2gH(L, t)} = \\ &C_d \left(1 - \frac{t}{T_c} \right) \sqrt{H(L, t)} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: L 为管道长度; μ 为管道的流量系数; T_c 为阀门关闭历时; C_d 为阀门的流量系数。将 H_0, m_0, T_c 考虑为随机变量,上述方程组就转化为具有随机初始条件和随机边界条件的随机偏微分方程组。

2.1 非恒定摩阻模型

文献[9]从广义不可逆热力学(EIT)出发,利用熵理论,推导了一维非恒定管流能量损失的现象方

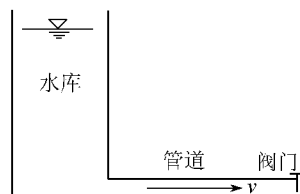


图1 简单管示意图

程,得到管壁非恒定切应力方程:

$$\tau = \tau_s + \frac{\rho D}{4} T \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\rho D}{4} T v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6)$$

式中: τ_s 为管壁恒定流切应力; T 为松弛因子。 T 值由实验决定,当 $T=0$ 时,非恒定摩阻模型即为经典拟恒定假设模型。

松弛因子体现了摩阻非恒定成分对压力波衰减的影响,一般而言不是常量,而是时间和空间坐标的函数。特征线法中,对应正负特征线,其取值不同。文献[11]研究表明,对于如图 1 所示的简单水力系统,一个特征线方向的松弛因子取有限值,而另一个特征线方向的松弛因子取零,压力波动是衰减的。

2.2 矩特征线法

矩特征线法即先用特征线法将水击偏微分方程转化为全微分方程,再用矩方程求解压力水头的均值过程。

将式(6)代入方程组(3)的第 1 式,得

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{4\tau_s}{\rho D} + T \frac{\partial v}{\partial t} + T v \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

用 1 个未知因子 λ 将式(7)与方程组(3)的第 2 式线性组合,则有

$$\begin{aligned} &\lambda \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial H}{\partial x} \right] + (1 + T) \cdot \\ &\left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v + T v + \lambda a^2 / g}{1 + T} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{4\tau_s}{\rho D} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

由全导数概念令

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} + v = \frac{v + T v + \lambda a^2 / g}{1 + T} \quad (9)$$

求解得

$$\lambda = \pm \frac{g \sqrt{1 + T}}{a} \quad (10)$$

将式(9)、式(10)代入式(8)中,整理得到如下相容方程:

$$dH \pm \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T} dQ + \frac{4\tau_s}{\rho g D} dx = 0 \quad (11)$$

进一步将简单管等分成 N 段,每段长 $\Delta x = \frac{L}{N}$,时间步长为 $\Delta t = \frac{\Delta x}{a}$,如图 2 所示。记 $H(i, k), Q(i, k)$ 为图 2 中 P 点(时刻 $k\Delta t$,位置 $i\Delta x$ 处)的压力水头

和流量,记 $E[H(i,k)]$, $E[Q(i,k)]$ 分别为 P 点的压力水头均值和流量均值。

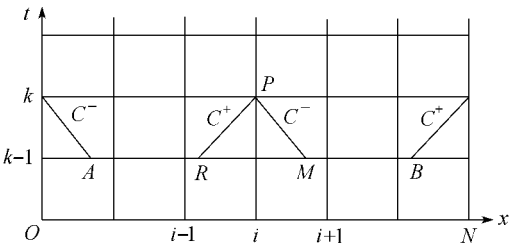


图2 矩特征线法的计算网格

将式(11)沿各自特征线方向积分,可得关于未知点 P 的压力水头 $H(i,k)$ 和流量 $Q(i,k)$ 的方程组:

$$\begin{cases} C^+ : H(i,k) = C_R - S_R Q(i,k) \\ C^- : H(i,k) = C_M + S_M Q(i,k) \end{cases} \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned} C_R &= H_R + \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_R} Q_R \\ S_R &= \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_R} + \frac{\Delta x n^2}{A^2 R^{4/3}} \Big| Q_R \Big| \\ C_M &= H_M - \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_M} Q_M \\ S_M &= \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_M} + \frac{\Delta x n^2}{A^2 R^{4/3}} \Big| Q_M \Big| \end{aligned}$$

式中 T_R 和 T_M 是正向和负向特征线的 T 值,下标意义见图2,其余变量意义同上。 Q_R, H_R, Q_M, H_M 采用如图2所示的线性内插,则

$$Q_R = Q(i,k-1) - \frac{1}{\sqrt{1 + T_R}} [Q(i,k-1) - Q(i-1,k-1)]$$

$$H_R = H(i,k-1) - \frac{1}{\sqrt{1 + T_R}} [H(i,k-1) - H(i-1,k-1)]$$

$$Q_M = Q(i,k-1) + \frac{1}{\sqrt{1 + T_M}} [Q(i+1,k-1) - Q(i,k-1)]$$

$$H_M = H(i,k-1) + \frac{1}{\sqrt{1 + T_M}} [H(i+1,k-1) - H(i,k-1)]$$

对式(12)两边求数学期望,得到一个矩方程组,求解该方程组得

$$\begin{cases} E(Q_P) = \frac{E(C_R) - E(C_M)}{E(S_R) + E(S_M)} \\ E(H_P) = \frac{E(C_R)E(S_M) + E(C_M)E(S_R)}{E(S_R) + E(S_M)} \end{cases} \tag{13}$$

2.3 边界条件与初始条件

上游 $H(0,t) = H_0$,则有 $E[H(0,t)] = E(H_0)$ 。

结合 C^- 上的边界特征线方程,可得上游边界条件:

$$\begin{cases} E[Q(0,k)] = \frac{E(H_0) - E(C_A)}{E(S_A)} \\ E[H(0,k)] = E(H_0) \end{cases} \tag{14}$$

式中: $C_A = H_A - \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_M} Q_A$; $S_A = \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_M} + \frac{\Delta x n^2}{A^2 R^{4/3}} \Big| Q_A \Big|$ 。

式(5)可以写为 $Q(N,k) = AC_d \cdot \left(1 - \frac{k\Delta t}{T_c}\right) \sqrt{H(N,k)}$,将 $\sqrt{H(N,k)}$ 用其在 $E[H(N,k-1)]$ 处的 Taylor 展式近似代替,并两边取数学期望。结合 C^+ 上的边界特征线方程,可得下游边界条件:

$$\begin{cases} E[Q(N,k)] = \frac{1}{2} AC_d \left[1 - k\Delta t E\left(\frac{1}{T_c}\right)\right] \cdot \left\{ \sqrt{E[H(N,k-1)]} + \frac{E[H(N,k)]}{\sqrt{E[H(N,k-1)]}} \right\} \\ E[H(N,k)] = E(C_B) - E(S_B) E[Q(N,k)] \end{cases} \tag{15}$$

式中: $C_B = H_B + \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_R} Q_B$; $S_B = \frac{a}{gA} \sqrt{1 + T_R} + \frac{\Delta x n^2}{A^2 R^{4/3}} \Big| Q_B \Big|$ 。

初始条件

$$\begin{cases} E[Q(i,0)] = E(Av_0) = Av_f H_d E(m_0) E\left(\frac{1}{H_0}\right) \\ E[H(i,0)] = E(H_0) - \frac{i\Delta x n^2 v_f^2 H_d^2}{R^3} E(m_0^2) E\left(\frac{1}{H_0^2}\right) \end{cases} \tag{16}$$

用式(12)~(16)就可递推算出 P 点的压力水头均值 $E[H(i,k)]$ 和流量均值 $E[Q(i,k)]$ 。

3 算 例

如图1所示的简单管水力系统,电站静水头 H_0 服从 $N(500, 50^2)$,管道长度 $L = 800$ m,管道直径 $D = 8$ m,波速 $a = 1\,000$ m/s。在设计水头 $H_d = 500$ m下,阀门全开时管道水流速度为 $v_f = 6.0$ m/s,阀门的流量系数 $C_d = 0.268\,3$,阀门开度从1.0至0的整定关闭历时 $T_{c0} = 5$ s,服从线性关闭规律。采用矩特征线法求解最大水击压力及水击过程,计算中对正向特征线取松弛因子为0,负向取0.038。

将 H_0, m_0, T_c 视为随机变量, H_0 服从 $N(500, 50^2)$ 分布, m_0 服从 $[0.2, 1.0]$ 上的递增三角形分布, T_c 服从 $N(5, 0.5^2)$ 分布,经计算可得 $E(H_0) = 500.0$, $E\left(\frac{1}{H_0}\right) = 0.002\,063$, $E(m_0) = 0.733\,333$, $E(m_0^2) = 0.48$, $E\left(\frac{1}{T_c}\right) = 0.238\,765$,计算结果见图3、图4(1 mH₂O = 9.8 kPa)。

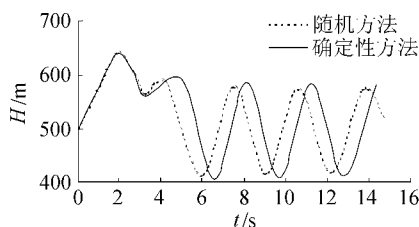


图3 确定性方法与随机方法计算结果对比

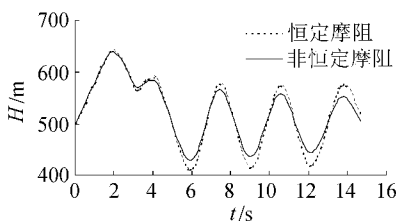


图4 非恒定摩阻与恒定摩阻计算结果对比

图3为不考虑摩阻时,采用矩特征线法(随机方法)与确定性特征线法进行水击计算的比较。从图形看,这2种方法计算得出的波形在第1相之前几乎相同,但在第1相之后2个波形之间有相位差。这是因为随机方法考虑了阀门关闭时间 T_c 的随机性,在计算过程中 T_c 采用的是其均值,而这个均值小于确定性方法中的 T_c 值。由于矩特征线法综合考虑了 H_0 、 m_0 和 T_c 的随机性,所以其结果具有概率信息,更加科学合理。

图4为分别考虑非恒定摩阻与恒定摩阻时,采用矩特征线法进行水击计算的比较。采用非恒定摩阻得到的最大水击压力为6275 kPa,采用恒定摩阻得到的最大水击压力为6277 kPa,两者很接近。从水击压力波动过程看,水击开始的第1个周期,2种摩阻模型的波动过程均值线非常接近。从能量角度分析,这是因为第1次水击引起的管壁切应力脉冲还没有扩散至整个断面,即能量在水击波完成1个周期前还来不及耗散,因此这2种摩阻模型均可模拟这段波动过程。1个周期后,采用恒定摩阻得到的水击压力波动过程几乎不衰减,这与实际情况不相符合^[8],而采用非恒定摩阻的压力衰减较快,体现了摩阻项对水击波动的影响。因此,要模拟完整的水击过程,就必须考虑摩阻项的非恒定性。

4 结 论

a. 水击的发生条件及影响因素的不确定性决定了水击的随机本质,对水击进行随机分析,可提供具有概率意义的最大水击压力。

b. 恒定摩阻假设在具有拟恒定特性的低缓瞬变流是可行的,但对于水击这类高速瞬变流并不完全适用。在水击的随机分析中,采用非恒定摩阻模型不仅可以模拟最大水击压力,还可以模拟水击压

力波动的衰减过程。

c. 矩特征线法可应用于求解类似的随机偏微分方程。

参考文献:

- [1] ZHOU Yi-lin, TANG Hong-wu, LIU Xiao-hua. A split-characteristic finite element model for 1-D unsteady flows[J]. Journal of Hydrodynamics, 2007(1) 54-61.
- [2] CHEN Ying, LU Chuan-jing, WU Lei. Modelling and computation of unsteady turbulent cavitation flows[J]. Journal of Hydrodynamics, 2006(5) 559-566.
- [3] 朱永忠,索丽生.随机分析方法及其在水击和调压室涌浪中的研究进展[J].水利水电科技进展,2007,27(3) 90-94.
- [4] 张芹芬,索丽生.水电站水击与调压室涌浪随机分析研究进展[J].水利水电科技进展,1998,18(3) 7-11.
- [5] 郭文铸,索丽生.简单管水击随机分析[J].水力发电学报,1996(4) 72-81.
- [6] 张芹芬,索丽生,郭文铸.单管水击随机分析再探[J].水力发电学报,2000(2) 56-63.
- [7] 张芹芬,索丽生.水击随机分析在压力管道结构设计中的应用[J].河海大学学报:自然科学版,2000,28(2) 18-22.
- [8] HOLOMBE E L, ROULEAU W T. The effect of viscous shear on transients in liquid lines[J]. J of Basic Engrg, ASME, 1967, 89(1) 174-180.
- [9] AXWORTHY D A, GHIDAOUY M, McINNIS D M. Extended thermodynamics derivation of energy dissipation in unsteady pipe flow[J]. J of Hydra Engrg, ASCE, 125(4) 276-287.
- [10] 吴世伟.坝上流水位变化规律与统计量[J].华东水利学院学报,1984(4) 66-71.
- [11] 余代广.管道瞬变流中非恒定摩阻作用的研究[D].南京:河海大学,2003.

(收稿日期 2008-03-13 编辑 骆超)

· 简讯 ·

第12届全国水利量测技术综合学术研讨会在河海大学召开

由中国水利学会水利量测技术专业委员会主办、河海大学承办的第12届全国水利量测技术综合学术研讨会于2008年11月19~21日在南京河海大学召开。本次会议的议题包括:新型传感器、堤坝隐患探测技术和仪器、洪水险情快速探测技术及仪器;水利水电工程安全监测仪器及系统;水利水电工程施工质量检测、控制技术及仪器;室内试验及原型观测新技术和仪器设备;量水技术及仪器;水文要素(水位、流速、流量、断面、含沙量、颗粒及冰凌等)观测及系统自动化技术;水质监测新仪器及系统自动化技术;冰测量技术与仪器;水利水电量测技术新进展介绍与评述;冰信息采集和处理有关技术等。

(本刊编辑部供稿)