

改进惯性权重的粒子群算法及其在边坡稳定性分析中的应用

蔡德所^{1,2}, 吴彰敦¹, 陶俊波¹, 邱 飞³

(1. 广西大学土木建筑工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 三峡大学土木水电学院, 湖北 宜昌 443002;
3. 玉林市水利电力科学研究所, 广西 玉林 537000)

摘要 改进 PSO 算法的惯性权重。不仅考虑了惯性权重随代数的纵向线性变化, 还根据当前和迄今粒子的适应度重排序横向线性变化来改进惯性权重。横向线性变化上限不变, 下限逐渐减小, 使得线性变化数值范围随代数逐渐增大。惯性权重随着代数逐渐取负, 并且适应度差的粒子取负的几率更大。这样得到基于粒子适应度排序改进惯性权重的粒子群算法(ASMIWPSO 算法)。通过 2 个仿真算例对比 ASMIWPSO 算法和 PSO 算法的寻优结果, 所获得的全局最优值前者多于后者。采用边坡工程实例进行 ASMIWPSO 算法、PSO 算法和理正岩土计算软件结果比较, 说明 ASMIWPSO 算法具有更好的优化结果。

关键词 粒子群算法; 惯性权重; 适应度排序; 最小安全系数

中图分类号 :TP301.6; TU31 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2009)01-0020-03

A modified particle swarm optimization(PSO) algorithm with dynamic inertia weight and its application to slope stability analysis / CAI De-suo^{1,2}, WU Zhang-dun¹, TAO Jun-bo¹, QIU Fei³ (1. College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China; 2. College of Civil and Hydroelectric Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 3. Yulin Hydraulic Electric Power Research Institute, Yulin 537000, China)

Abstract : In this paper, the inertia weight of the PSO algorithm is modified, not only in terms of its longitudinal linear change with iteration times, but also in terms of its lateral linear change, because of an adaptation sequence of the current particle and the optimal particle. The numerical range of inertia weight increases with the iteration times, with the upper limit of the lateral linear change keeping constant while the lower limit decreasing gradually. Hence, this modified PSO algorithm with dynamic inertia weight, which is known as the ASMIWPSO algorithm, is obtained. Through two simulation instances, the optimization effect of the ASMIWPSO algorithm is compared with that of the PSO algorithm. Then, the ASMIWPSO algorithm, the PSO algorithm and LI Zheng software are applied to a practical slope engineering problem, whose results indicate that the ASMIWPSO algorithm has a better optimization effect.

Key words : particle swarm optimization algorithm; inertia weight; adaptation sequence; minimum safety factor

对边坡进行稳定性分析, 其关键就在于确定最危险滑动面及其所对应的最小安全系数。这其实是一个典型的工程优化问题。针对这一问题, 国内外学者已经成功运用了一些最优化方法来求解, 也有一些成熟的商业化软件得以应用。纵观这些寻优方法, 既有其优点也存在一定的局限性。

粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法是近年来发展较快的一种基于群智能的进化算法, 最早由 Kennedy 等^[1]于 1995 年提出。PSO 算法与遗传算法类似, 同样基于群体与适应度的概念, 从随机解出发, 通过迭代寻找最优解。与遗传算法相比较, 其具有算法简单、实现容易同时又有深刻的智

能背景、收敛速度快、需要调整参数少、全局寻优能力强等优点, 因此备受学术界的重视。PSO 算法可用于求解大量非线性、不可微、多峰值及多目标的复杂优化问题, 它不依赖于所求问题的具体领域, 而是直接以决策变量的编码作为运算对象, 以适应度函数值为搜索目标, 且同时可以使用多个搜索点的信息, 已应用于多个学科和工程领域。

考虑到 PSO 算法在实际应用中存在的问题, 在介绍 PSO 算法之后提出基于粒子适应度排序改进惯性权重的 PSO 算法(use adaptation sequence modified inertia weight particle swarm optimization, ASMIWPSO)。通过 2 个仿真算例对比 ASMIWPSO 算

法及 PSO 算法的寻优结果。将 ASMIWPSO 算法应用于边坡稳定性分析,对比 ASMIWPSO 算法、PSO 算法和理正岩土计算软件的结果,说明 ASMIWPSO 算法在求解边坡稳定性分析中的计算优势。

1 粒子群优化算法

粒子群优化算法首先初始化一群随机粒子,然后通过多次迭代找到最优解。在每一次迭代中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己:一个是粒子本身迄今为止寻找到的最优值,即个体极值 p_{id}^j ;另一个是当前整个粒子群找到的最优解,称之为全局极值 p_{gd}^j 。

$$\begin{cases} w^j = w_{\max} - \frac{(w_{\max} - w_{\min})j}{j_{\max}} \\ c_1 = c_2 = 1.8 \sim 2.0 \\ v_{id}^{j+1} = w^j v_{id}^j + c_1 r_1 (p_{id}^j - x_{id}^j) + c_2 r_2 (p_{gd}^j - x_{id}^j) \\ x_{id}^{j+1} = x_{id}^j + v_{id}^{j+1} \end{cases} \quad (1)$$

式中: v_{id}^j 为当前第 i 粒子在第 d 维度上的速度; x_{id}^j 为当前第 i 粒子在第 d 维度上的位置; c_1, c_2 分别为个体极值和全局极值的学习因子,通常可取 $1.8 \sim 2.0$; r_1, r_2 为 $(0, 1)$ 之间的均匀分布随机数; w^j 为惯性权重,用来控制速度,较大的 w^j 有利于全局搜索,而较小的 w^j 有利于局部搜索; $w_{\max}$ 为惯性权重最大值; $w_{\min}$ 为惯性权重取小值; $j_{\max}$ 为最大迭代数;上标 j 表示当前代, $j+1$ 表示下一代;下标 i 表示第 i 个粒子; d 表示 d 维坐标。粒子群优化算法在解空间内搜索时,在算法后期会出现粒子在全局最优解附近“振荡”的现象。为了避免这种情况,惯性权重可随着迭代,进行线性减小,使最大值 $w_{\max}$ 减至最小值 $w_{\min}$ 。一般 $w_{\max} = 0.9, w_{\min} = 0.4^{[1]}$ 。

2 基于粒子适应度排序改进的 PSO 算法

GA 个体选择策略中, Baker 提出通过个体好坏的排序(并非原始适应值)确定个体选择概率^[2-3]。参考个体好坏的排序思想, ASMIWPSO 算法考虑了粒子随适应能力横向线性变化,修正惯性权重的大小,惯性权重大小差异随代数逐渐增大。文献[4]将整个粒子种群分成不同的 2 个小组,当一个小组的粒子飞速移向目前的最优解时,另外一个小组的粒子向反方向飞速移动,以避免算法陷入局部最优。而 ASMIWPSO 算法方向改变考虑了粒子的适应好坏排序,反方向的粒子选取概率逐代增多。

2.1 惯性权重自适应横向线性变化

当前粒子 x_{id}^j 适应度排序: n 个粒子,适应度矩

阵为 1 行 n 列。适应度排序矩阵 A^j 取 $a^j + [1, 2, \dots, n-1, n]^T$ 。 a^j 为惯性权重第 j 代修正系数, $a^j = a^1 - \frac{j-1}{j_{\max}-1}(a^1 - a^{j_{\max}})$, a^j 随代数线性递

减。矩阵 A^j 元素 a_i^j 取值范围为 $(\frac{a^j+1}{a^j+n}, 1]$ 。如 $a^1 = 9n, a^1 - a^{j_{\max}} = 8.75n$ 。第一代 $a_i^1 \in (0.9, 1]$, 终止代 $a_i^{j_{\max}} \in (0.2, 1]$, 下限由 0.9 到 0.2 随代数线性递减,适应度排序矩阵元素取值范围逐渐增大也使得局部搜索逐渐增强,防止陷入局部最优。

迄今最优粒子 p_{id}^j 适应度排序,适应度排序矩阵 B^j 取 $b^j + [1, 2, \dots, n-1, n]^T$ 。 b_j 为惯性权重第 j 代修正系数, $b^j = b^1 - \frac{j-1}{j_{\max}-1}(b^1 - b^{j_{\max}})$, b^j 随代数线性递减。矩阵 B^j 元素 b_i^j 取值范围为 $(\frac{b^j+1}{b^j+n}, 1]$ 。如 $b^1 = 19n, b^1 - b^{j_{\max}} = 10n$ 。第一代 $b_i^1 \in (0.95, 1]$, 终止代 $b_i^{j_{\max}} \in (0.9, 1]$ 。

当前粒子 x_{id}^j 和迄今最优粒子 p_{id}^j 的适应度重排序用来改进惯性权重,适应度好的粒子惯性权重小,适应度差的粒子惯性权重大。

2.2 改变惯性权重方向

当某个粒子处于局部最优时,可能每次评价总是最好,由于每代局部最优的干扰,导致某个粒子惯性权重修正都基本取 $\frac{a^j+1}{a^j+n} \frac{b^j+1}{b^j+n}$ 会使得迭代过早收敛。可通过在一定代数后改变惯性权重方向来避免迭代过早收敛。

$\text{sign}(r_0 - a^j b_i^j 0.5j/j_{\max})$ 更新惯性权重的方向。 r_0 表示生成 $(0, 1)$ 随机数。 $\text{sign}(\ast)$ 表示符号函数。迭代前期惯性权重主要取正,惯性权重取负的可能性递增;迭代后期, $j_{\max}$ 代惯性权重取正向和反向的概率相同。适应度较差的粒子惯性权重反向的几率更大。

基于粒子适应度排序改进惯性权重的 PSO 算法公式如下:

$$\begin{cases} c_{1i}^j = c_{2i}^j = 1.8 \sim 2.0 \\ w_i^j = \text{sign}\left(r_0 - \frac{a^j b_i^j 0.5j}{j_{\max}}\right) \left[w_{\max} - \frac{(w_{\max} - w_{\min})j}{j_{\max}} \right] a_i^j b_i^j \\ v_{id}^{j+1} = w_i^j v_{id}^j + c_{1i}^j r_1 (p_{id}^j - x_{id}^j) + c_{2i}^j r_2 (p_{gd}^j - x_{id}^j) \\ x_{id}^{j+1} = x_{id}^j + v_{id}^{j+1} \end{cases} \quad (2)$$

2.3 仿真算例

仿真算例在 AMD 双核 3800, 1Gddr2 内存, Windows XP Service Pack 2 操作系统,应用 MATLAB 编程运行得到,通过 2 个算例验证 ASMIWPSO 算法与 PSO 算法。

通过式(3)与式(4)比较 ASMIWPSO 算法与 PSO 算法,算法迭代 70 次,分别取 50,100 个粒子测试。 $c_1 = c_2 = 2$ 。

$$\min f(x,y) = (4 - 2.1x^2 + x^4/3)x^2 + xy + (-4 + 4y^2)y^2$$
$$-10 \leq x,y \leq 10 \tag{3}$$

$$\max f(x,y) = \frac{\sin x \sin y}{xy}$$
$$-10 \leq x,y \leq 10 \tag{4}$$

ASMIWPSO 算法: $a^1 = 9n, a^1 - a^{j_{\max}} = 8.75n$ 。 $b^1 = 19n, b^1 - b^{j_{\max}} = 10n$ 。 j 为 5 的倍数时更新惯性权重的方向。

式(3)有 6 个局部极小解 $(-0.0898, 0.7126)$ 和 $(0.0898, -0.7126)$ 是全局最优解,精确最优值为 1.0316284589877。分别取保留 7 位与 9 位有效数字的结果作为全局最优值。

式(4)的多峰值函数全局最优解为 $(0,0)$,最优值为 1。分别取保留 7 位与 9 位有效数字的结果作为全局最优值。进行 30 次独立试验寻找到全局最优值的概率结果见表 1。表 1 的 ASMIWPSO 算法找到的全局最优值要多于 PSO 算法。

表 1 PSO 算法和 ASMIWPSO 算法测试结果

粒子数/个	结果的有效数字/位数	PSO 算法结果/%		ASMIWPSO 算法结果/%	
		式(3)	式(4)	式(3)	式(4)
50	9	0.0000	0.2000	2.0000	15.2000
50	7	0.4667	5.6000	8.0667	25.3333
100	9	0.0000	0.4333	6.4667	16.3000
100	7	0.3667	9.0333	7.6333	25.6667

3 边坡稳定性分析的优化模型

3.1 设计变量及其约束条件

以坡脚点作为坐标原点建立笛卡尔坐标系,设计变量往往选定为滑动圆弧的圆心坐标 (a,b) 和半径 r 。为了使问题得以简化,可以假设圆弧经过坡脚点(坐标原点),这样,寻找最危险滑动圆弧的问题就变为寻找最危险滑动圆弧圆心坐标的问题。实践证明,对于无软弱下卧层的土质边坡,这样的假设是符合实际情况的。

依据圆弧通过坡脚点的假设,设计变量的约束条件为

$$\begin{cases} a \in [-s_1, s_2] \\ b \in [0, s_3] \\ r = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \tag{5}$$

表 3 30 次独立试验 PSO 算法与 ASMIWPSO 算法的最优、最劣及平均测试结果

计算方法	圆心坐标 x/m			圆心坐标 y/m			圆弧半径 r/m			最小安全系数 $F_{\min}$		
	最优	最劣	平均	最优	最劣	平均	最优	最劣	平均	最优	最劣	平均
PSO 算法	2.2173	2.3279	2.1734	80.3523	81.3329	80.5186	80.3829	81.3662	80.5479	1.03263	1.03290	1.03271
ASMIWPSO 算法	2.2146	1.8910	2.1843	80.3583	81.0580	80.4261	80.3888	81.0801	80.4558	1.03263	1.03265	1.03263

式中 s_1, s_2 和 s_3 是根据具体问题所确定的常数^[5]。
3.2 目标函数

Bishop 法是条分法的一种,它考虑了土条间相互作用力的影响,求解的安全系数比瑞典条分法大,往往更符合实际情况,因此在工程界得到比较广泛的应用。优化模型采用了简化 Bishop 法的求解公式(总应力法):

$$\begin{cases} F = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{m_{\theta_i}} (c_i b_i + W_i \tan \varphi_i)}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i} \\ m_{\theta_i} = \cos \theta + \frac{\sin \theta_i \tan \varphi_i}{F} \end{cases} \tag{6}$$

式中: F 为滑动圆弧的安全系数; c_i 为土体的黏聚力; φ_i 为土体的内摩擦角; θ_i 为条块圆弧的圆心角; W_i 为条块土体的自重; b_i 为条块土体的水平宽度^[5]。

4 工程实例

某土坝下游边坡,坡脚点边坡倾角为 25° ,高 20m 处边坡倾角增为 35° ,坡高 30m,土质为均质黏性土,黏聚力 $c = 10 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi = 20^\circ$,密度 $\rho = 1836.7 \text{ kg/m}^3$,对其进行稳定性分析,求最小安全系数。

取 $w_{\max} = 0.9$,取 $w_{\min} = 0.4$; $c_1 = c_2 = 2$; $a^1 = 9n, a^1 - a^{j_{\max}} = 8.75n$; $b^1 = 19n, b^1 - b^{j_{\max}} = 10n$ 。ASMIWPSO 算法; j 为 10 的倍数时,更新惯性权重的方向,迭代中更新了 6 次。取 50 个粒子迭代 60 次的 PSO 算法与 ASMIWPSO 算法,比较 30 次独立试验的最优结果。

在采用 MATLAB 编制粒子群算法程序的同时,还采用理正岩土计算软件获得的结果来加以对比。与理正岩土计算软件相比,由于算法编程中相关假设稍有区别,因此结果也难免存在一些差异,但是圆心位置差异在 2% 以内,最小安全系数差异在 0.2% 以内,符合工程要求。

计算结果见表 2、表 3^[6]。ASMIWPSO 算法搜索到的圆心坐标要优于 PSO 算法。

表 2 3 种计算方法计算结果

计算方法	圆心坐标 x/m	圆心坐标 y/m	圆弧半径 r/m	最小安全系数 $F_{\min}$
理正岩土计算软件	2.2790	80.3600	80.3920	1.03700
PSO 算法	2.1734	80.5186	80.5479	1.03271
ASMIWPSO 算法	2.1843	80.4261	80.4558	1.03263

(下转第 51 页)

可以看出,新老混凝土接合面张开后,对温降产生的拉应力起到了释放作用,在张开部位附近的应力明显减小,但对坝踵处的应力影响比较小。冬季上游坝面有向上游变形的趋势,结合面张开对上游面的应力有一定的释放作用。夏季结合面闭合,贴坡混凝土和老坝体紧贴在一起,共同抵抗外力。所以建议对新老混凝土接合面采取允许其开裂、控制其开裂深度和张开度的处理方式。

4 结论与建议

a. 重力坝老坝体出现的纵向裂缝主要是由于温度变化产生的温度应力引起的。在温降的过程中,容易造成大坝顶部混凝土开裂,缝尖端应力集中效应的存在使得纵向裂缝向深处开展,一直到达一个稳定的状态。老坝体纵向裂缝在高温季节闭合,在低温季节张开。

b. 大坝加高工程完成后,顶部加高部分未出现开裂现象,老坝体已有的纵向裂缝基本处于张开状态,但没有向下扩展的趋势。主要因为,抬高后的坝前水位对缝的张开度起到了一定的限制作用,贴坡混凝土完成以后,原暴露在空气中的老坝体下游面成为内部边界,温度变化幅度明显减小,导致坝体出现纵向裂缝的温降荷载也相应减少,新浇贴坡混凝土对老坝体的压紧作用。

c. 大坝加高完成、水位抬升以后,坝踵压应力水平有所减小,但是始终处于受压状态。

d. 新老混凝土的接合会在大坝加高完成后第一个温降过程中开裂,开裂后对其周围的应力起到了释放作用,但对坝踵处影响较小。建议采取允许新老混凝土接合面开裂、控制其开裂深度和张开度的处理方式。

(上接第 22 页)

5 结 语

算例表明,ASMIWPSO 算法比 PSO 算法的优化结果更好。

适应度排序计算的 a_i^j 和 b_i^j 数值控制在稳定的范围内,似可用于修正学习因子,使得适应度差的粒子增强学习能力,适应度好的粒子减弱学习能力。

坝坡稳定风险分析,要计算多个不同水位下的最小安全系数,ASMIWPSO 算法更准确地求出最小安全系数,提高了计算坝体边坡失稳、失效概率以及大坝允许风险标准和进行风险评价的可靠性^[7]。

参考文献:

[1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization
水利水电科技进展 2009 29(1) Tel 025-83786335

参考文献:

[1] 朱伯芳. 大体积混凝土温度应力与温度控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.
[2] 张国新, 朱伯芳, 吴志朋. 重力坝加高的温度应力问题[J]. 水利学报, 2003(5): 11-15.
[3] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 2 版. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
[4] 杨庆生, 李春江, 弓俊清. 大体积混凝土凝固过程的温度和应力仿真与控制[J]. 北京工业大学学报, 2007, 33(9): 948-953.
[5] 王水林, 邓建辉, 葛修润. 改进的拉氏乘子法在接触摩擦问题中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(5): 64-67.
[6] SIMO J C, WRIGGER P, TAYOR R L. A perturbed lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1985, 50: 163-180.
[7] KIKUCHI N. A smoothing technique for reduced integration penalty methods in contact problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1982, 18: 343-350.
[8] 雷晓燕, SWOBODE G, 杜庆华. 接触摩擦单元的理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 23-32.
[9] 邵伟, 金锋, 王光伦. 用于接触面模拟的非线性薄层单元[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1999, 39(2): 34-38.
[10] HAUG D, SAXCE G. Frictionless contact of elastic bodies by finite element method and mathematical programming technique[J]. Computers Structures, 1980(11): 55-67.
[11] 赵兰浩. 考虑坝体-库水-地基相互作用的有横缝拱坝地震响应分析[D]. 南京: 河海大学, 2006.
[12] 赵兰浩, 李同春, 牛志伟. 坝体-库水动力相互作用的数值求解格式[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2008, 36(4): 491-495.
[13] 肖汉江, 李祖民. 大坝加高试验温度应力仿真计算与原型监测对比分析[J]. 长江科学院院报, 2002, 19(S1): 54-56.

(收稿日期 2008-07-08 编辑: 方宇彤)

[C]//Proc IEEE Int Conf on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.

[2] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础[M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2003.
[3] 玄光南, 程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
[4] 冯骏, 薛云灿, 江金龙. 一种新的改进粒子群算法研究[J]. 河海大学常州分校学报, 2005, 20(1): 10-13.
[5] 赵明阶, 何光春, 王多垠. 边坡工程处治技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003.
[6] 陶俊波. 系统分析的研究和在水利工程的应用[D]. 南宁: 广西大学, 2008.
[7] 麻荣永. 土石坝风险分析方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.

(收稿日期 2007-10-22 编辑: 高建群)