

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2009.01.009

蒙特卡罗法求大体积混凝土不稳定温度场的完整解

陈 铂 , 罗 麟

(四川大学水力学与山区河流开发保护国家重点实验室 , 四川 成都 610065)

摘要 利用蒙特卡罗法 , 通过在时空域中不规则网格随机游走来求解大体积混凝土不稳定温度场。应用这种方法可以在不分解总刚矩阵的情况下 , 独立地求解任意时间段中单个结点的温度值。给出了有水化热影响和多边值条件共同作用下大体积混凝土不稳定温度场的蒙特卡罗法 , 并引入松弛系数 s 调整到初、边值的游动概率来提高精度 , 通过计算实例显示该方法是正确可行的。
关键词 大体积混凝土结构 ; 不稳定温度场 ; 蒙特卡罗法 ; 多边值条件
中图分类号 :TV315 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2009)01-0031-04

The complete solution of mass concrete in unstable temperature field using the Monte Carlo method //CHEN Bo , LUO Lin
(State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering , Sichuan University , Chengdu 610065 , China)
Abstract : With irregular grid random walk in the time-space domain , the Monte Carlo Method was used to obtain a mass concrete transient temperature field. With this method , the temperature value on any single node at any moment can be solved independently in the absence of decomposition of the total stiffness matrix. The Monte Carlo method of mass concrete in an unstable temperature field under the effect of caloric of hydration and multi-boundary conditions is put forward. The random walk probability with the relaxation coefficient adjusted to the initial value and boundary value is introduced in order to obtain high accuracy. The example shows that the method is accurate and feasible.
Key words : mass concrete structure ; unstable temperature field ; Monte-Carlo method ; multi-boundary conditions

大体积混凝土水工结构 , 如大坝、船闸、泄洪建筑物、电站厂房等 , 体积大并且结构复杂^[1]。在施工和运行期间 , 这样的结构往往会由于温度变化而产生很大的应力和变形 , 为了掌握混凝土温度应力的发展过程和分布规律 , 首先要分析不稳定温度场。根据当地气候条件、施工过程及混凝土的热学特性 , 按热传导原理进行计算。问题归结为在给定的边界条件和初始条件下求解 1 个热传导方程^[1]。文献 [2] 中给出了大体积混凝土稳定温度场的蒙特卡罗法 , 文献 [3] 中给出了大体积混凝土二维第一边值冷却场的蒙特卡罗法 , 初步尝试使用蒙特卡罗法进行温控计算。本文就温控计算中常见的基本问题使用蒙特卡罗法进行求解 , 使该方法在温控计算中得以完善。

1 蒙特卡罗法求解不稳定温度场的基本思想

以二维问题为例 , 对蒙特卡罗法求解不稳定温度场进行说明。如图 1 所示 , 根据热传导理论 , 二维热传导方程可以写成如下抛物型偏微分方程 :

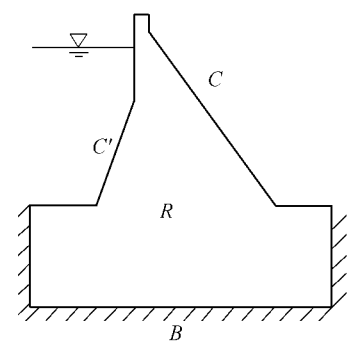


图 1 不稳定温度场示意图

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{\partial T}{\partial \tau} \right) = 0 \tag{1}$$

在初始瞬时 , T 应等于给定的温度 , 即当 $\tau = 0$ 时 ,

$$T = T_0(x, y)$$

在第一类边界 C' 上当 $\tau > 0$ 时 , 满足 :

$$T = T_b$$

在第二类边界 B 上满足 :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

在第三类边界 C 上满足 :

$$l_x \frac{\partial T}{\partial x} + l_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\beta}{\lambda} (T - T_a) = 0$$

式中: T 为温度, $^{\circ}\text{C}$; a 为导温系数, m^2/s ; θ 为绝热温升, $^{\circ}\text{C}$; τ 为时间, s ; T_b 为第一类边界温度(水温), $^{\circ}\text{C}$; l_x, l_y 为边界表面向外法线方向的余弦; β 为表面放热系数, $\text{kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C})$; λ 为导热系数, $\text{kJ}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C})$; T_a 为第三类边界温度(气温), $^{\circ}\text{C}$ 。

方程(1)经变分后得

$$\kappa(T) = \iint_R \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{\partial T}{\partial \tau} \right) T \right\} dx dy + \int_C \left(\frac{1}{2} \frac{\beta}{\lambda} T^2 - \frac{\beta}{\lambda} T_a T \right) ds \quad (2)$$

将区域 R 划分为有限个三角形单元, 每个单元中亦满足式(2), 在各单元中对式(2)泛函求极值后合并整理得到

$$HT + R \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta}{\partial \tau} f - T_a p = 0 \quad (3)$$

式中: T 为结点温度向量; $\frac{\partial \theta}{\partial \tau}$ 为绝热温升增量; H, R 为有关系数矩阵; f, p 为与内热源及边界条件有关的向量。

式(3)对任意时间 τ 都成立, 故 $\tau = \tau_m$ 和 $\tau = \tau_{m+1}$ 都成立。现设

$$\Delta T_m = T_{m+1} - T_m = \Delta \tau \left[(1-s) \frac{\partial T}{\partial \tau_m} + s \frac{\partial T}{\partial \tau_{m+1}} \right] \quad (4)$$

式中 s 为松弛系数。

式(4)经变形得到

$$\frac{\partial T}{\partial \tau_{m+1}} = \frac{1}{s \Delta \tau} (T_{m+1} - T_m) - \frac{1-s}{s} \frac{\partial T}{\partial \tau_m} \quad (5)$$

把时间 τ 划分为一系列的相等时段 $\Delta \tau$, 其中第 m 时段 $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m$ 。将式(5)代入式(3)整理得到

$$\left(sH + \frac{1}{\Delta \tau} R \right) T_{m+1} + \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right] T_m - \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m f - T_a p = 0 \quad (6)$$

消去 T_m 的系数, 整理后得到

$$\begin{aligned} & \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} \left(sH + \frac{1}{\Delta \tau} R \right) T_{m+1} = \\ & \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} f + \\ & T_a \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} p - T_m \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$HRR = \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} \left(sH + \frac{1}{\Delta \tau} R \right)$$

且

$$HRR = (HRR)_{\text{DJ}} + (HRRQ)_{\text{DJ}} =$$

$$\begin{bmatrix} hrr_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & hrr_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & hrr_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & hrr_{12} & \dots & hrr_{1n} \\ hrr_{21} & 0 & \dots & hrr_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ hrr_{n1} & hrr_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$HRF = \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} f$$

$$HRP = \left[(1-s)H - \frac{1}{\Delta \tau} R \right]^{-1} p$$

根据式(7)可以得到与式(1)相应的离散化方程

$$(HRR)_{\text{DJ}} T_{m+1} = \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m HRF + T_a HRP - (HRR)_{\text{DJ}} T_m \quad (8)$$

式中: $(HRR)_{\text{DJ}} T_{m+1}$ 为所求时层所求结点项;

$\left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m HRF$ 为源项(反映水化热); $T_a HRP$ 为第三类边界项; $(HRR)_{\text{DJ}} T_m$ 为同时层相邻结点项; T_m 为前一时层本结点项。

式(8)两端同时左乘 $(HRR)_{\text{DJ}}^{-1}$ 并整理后得

$$T_{m+1}(I) = \sum_{j=1}^n p_j(I) T_{m+1}(j) + p_t(I) T_m(I) + p_s(I) \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta \tau} \right)_m + p_{ta}(I) T_a \quad (9)$$

其中

$$p_t(I) = \frac{-hrr_{jk}^{(11)} - hrr_{ji}^{(12)}}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}}$$

$$p_s(I) = \frac{-hrr_{jk}^{(22)} - hrr_{kj}^{(23)}}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}} + p_t(I)$$

$$\dots \dots$$

$$p_n(I) = \frac{-hrr_{kj}^{(nN)} - hrr_{ji}^{(n1)}}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}} + p_t(I) + p_s(I) + \dots + p_{n-1}(I)$$

$$\sum_{i=1}^N (-1)$$

$$p_t(I) = \frac{1}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}} + p_t(I) + p_s(I) + \dots + p_n(I)$$

当结点在区域 R 中时 $p_t(I) = 1$:

$$p_{ta}(I) = \frac{hrp_j^{(1)} + hrp_j^{(2)} + \dots + hrp_k^{(N)}}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}} + p_t(I) + p_s(I) + \dots + p_n(I) + p_t(I)$$

当结点在第三类边界上时 $p_{ta}(I) = 1$:

$$p_s(I) = \frac{hrf_j^{(1)} + hrf_j^{(2)} + \dots + hrf_k^{(N)}}{hrr_{jj}^{(1)} + hrr_{jj}^{(2)} + \dots + hrr_{kk}^{(N)}}$$

时空域中结点与其相邻结点如图2所示, 其中

$p_j(I)$ 是 I 结点向其相邻的 j 结点随机游动的概率, $p_t(I)$ 是 I 结点向它自身上一个时层游动的概率, 且

在区域 R 中 $\sum_{j=1}^n p_j(I) + p_t(I) = 1$, $T_{m+1}(I)$ 为 $m+1$

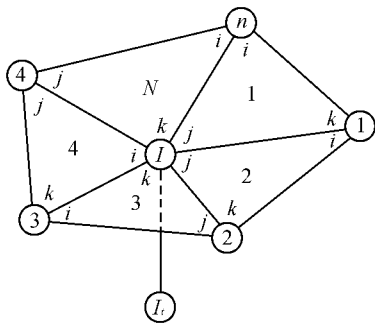


图2 时空域中任意结点与其相邻结点示意图

时段 I 结点的温度值。对于第一类边界结点 q , 始终有关系式

$$T(q) = T_b \quad q \in C'$$

将整个求解域视为一个包含时间维的时空域 Ω , 将初始条件和第一类边界条件合在一起为边界 Γ (强吸收边界), I 为 Ω 内的点, q 为边界 Γ 上的点, 则方程 (9) 变为

$$\begin{cases} T(I_{m+1}) = \sum_{j=1}^{n+2} p_j(I_{m+1})T(j) + p_s(I)\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\tau}\right)_m \\ T(q) = f(q) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $p_s(I)$ 为反映源项影响的系数; I_{m+1} 为时空点, 如图 2 所示它沿原空间点位置向其前一个时层时空点 I_m 游动的概率为 $p_{n+1}(I_{m+1})$, 等于式 (9) 中的 $p(I)$; 若该点在第三类边界 (弱吸收边界) 上, 其停留 (即被第三类边界吸收) 的概率为 $p_{n+2}(I_{m+1})$, 等于 $p_{ta}(I)$ 。

为求时空点 I_{m+1} 处的温度值, 构造一个随机游动模型如下: 设一质点自结点 $I_{m+1} \in \Omega$ 处出发, 按照转移概率 $p_1(I_{m+1}), p_2(I_{m+1}), \dots, p_j(I_{m+1}), \dots, p_n(I_{m+1})$ 和 $p_{n+1}(I_{m+1})$ 向与 I_{m+1} 原空间相邻并同在一个时层的 n 个结点 $1_{m+1}, 2_{m+1}, \dots, j_{m+1}, \dots, n_{m+1}$ 和其前一时层的 I_m 结点随机移动一步。若质点第一步到达了结点 j_{m+1} , 则按相应的转移概率向与 j_{m+1} 原空间相邻并同在一个时层的结点和其前一个时层的 j_m 结点随机移动一步, 如此重复下去。当该质点到达一个边界结点 q 处 (被强吸收边界吸收) 或游动到第三类边界结点后, 下一步游动概率为 $p_{ta}(I)$ 时 (被弱吸收边界吸收), 则一次游动即告终止。

现定义一个随机变量 ξ , 其值为

$$\xi = \begin{cases} \sum_{i=1}^S p_s(I_i)\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\tau}\right)_{mi} + f(q) & q \in \Gamma \\ \sum_{i=1}^S p_s(I_i)\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\tau}\right)_{mi} + T_a(p) & p \in C \end{cases} \quad (11)$$

式中: S 为质点随机游动的步数; I_i 为质点游动到第

i 步时对应的结点; $\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\tau}\right)_{mi}$ 为质点游动到第 i 步时对应时层的绝热温升增量; $f(q)$ 为 Γ 边界上被吸收处 q 结点的温度; $T_a(p)$ 为第三类边界 C 上被吸收处 p 结点的温度。

文献 [3] 证明定义的随机变量 ξ 的期望值 $E(\xi) = T(I_{m+1})$ 。人们称由时空结点 I_{m+1} 开始而在 Γ 边界上或在第三类边界上 (被吸收) 结束的游动为一次随机游动, 经过一次随机游动可以得到随机变量 ξ 的一个抽样值, 经过 N 次随机游动可以得到随机变量 ξ 的 N 个抽样值 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$, 这样就可以将平均值 $\bar{\xi} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_k$ 作为 $T(I_{m+1})$ 的近似值。

2 蒙特卡罗法求解不稳定温度场的算例分析

根据上述理论, 编写了蒙特卡罗法求不稳定温度场的计算程序, 下面用文献 [4] 中的算例进行分析。

如图 3 所示, 一无限长矩形棱柱体, 横断面尺寸为 $10\text{m} \times 4\text{m}$, 初始温度为 20°C , AD, BC 两面为绝热边界, AB, CD 两面给定温度 10°C , 混凝土导热系数为 $0.00417\text{m}^2/\text{h}$, 使用相同的剖分网格分别用有限元法和蒙特卡罗法进行计算, 计算结果如下:

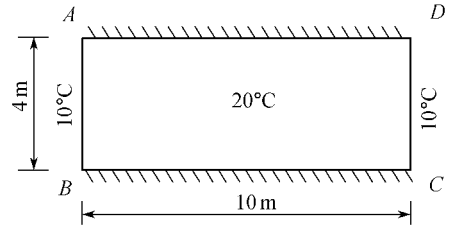


图3 算例示意图

如图 4、图 5 所示, 当 s 取 1.09 时, 蒙特卡罗法计算结果与解析解基本吻合。计算实例表明通过调整 s 来提高精度比单纯增加质点的游动次数要节省计算机时, 但如何选取最佳 s 值, 以及最优 s 值所取决的因素目前还不清楚, 需要大量不同工况条件下的试验和工程实测数据与本文方法相结合来确定各种情况下 s 的取值范围。此工作将作为下一阶段研究的内容。

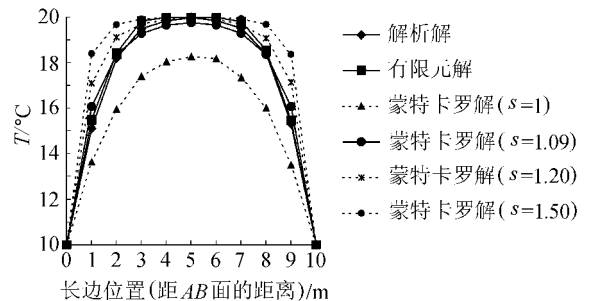


图4 第 10 d 计算结果对比

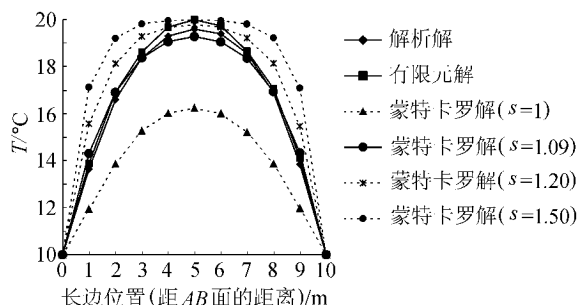


图5 第20d计算结果对比

3 结论

运用蒙特卡罗法求解大体积混凝土不稳定温度场,给出了相应的随机游动模型。通过计算和分析得到以下结论:

a. 利用蒙特卡罗法解决不稳定温度场问题是将其应用于新领域的一种尝试,与其他数值方法相比,该法计算简单、系统占用量少,而且可以对域内的任意结点在任意时层进行求解;蒙特卡罗法主要是通过质点的随机游动来求解问题,因此二维和三维的求解没有根本的差别,只需在原有程序中增加少量语句即可实现,程序编制较一般数值方法简单。

(上接第25页)

根据以上确定的各类别的关联度和因子的权系数,用式(11)计算待评对象5个等级的关联度,结果如下: $K_1(\mu) = -0.244$, $K_2(\mu) = -0.05$, $K_3(\mu) = -0.232$, $K_4(\mu) = -0.359$, $K_5(\mu) = -0.557$ 。

从以上结果可知,待测样本I属于第二等级,为基本正常。

4 结语

坝体变形是坝体水平位移、垂直位移等诸多单项监测指标的综合反映,且各单项指标间相互联系,所以单一指标的分析评价难以描述坝体变形整体的工作性态。本文应用可拓学理论评估方法,基于坝体各种变形实测资料,实现了多监测量的集成评估,获得了较为合理的评估结果。此方法理论严谨、计算简单、模型统一,进行简单改变可应用于坝体渗流、裂缝以及大坝整体的安全评估。可拓学理论评估方法在多层次多指标的复杂系统工程分析中具有较好的实用性,有广泛的推广前景。

参考文献:

[1] 何金平,李珍照.基于突变理论的大坝安全动态模糊综合分析与评价[J].系统工程,1997,15(5):39-43.

b. 蒙特卡罗法由于将求解域看作一个包括时间维度的时空域,在求解时每一结点、每一时层的计算都是独立的,具有天然的并行性,可以很容易地实现“分区异步长”计算。

c. 蒙特卡罗法可以快速高效地求解特定时段大体积混凝土局部区域的温度场,但在对整个区域逐时段进行求解时,其求解速度比有限单元法慢。

d. 蒙特卡罗法计算时其定解初、边值条件具有时空性,对于实现环境温度波动的模拟较之有限单元法要容易得多。

参考文献:

[1] 朱伯芳.大体积混凝土温度应力与温度控制[M].北京:中国电力出版社,1999.
[2] 陈铂,唐新军,凤炜.大体积混凝土稳定温度场的蒙特卡罗解[J].新疆农业大学学报,2006,29(1):83-86.
[3] 陈铂,唐新军,凤炜.大体积混凝土不稳定温度场的蒙特卡罗解[J].新疆农业大学学报,2006,29(4):73-76.
[4] 朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].北京:水利电力出版社,1979.

(收稿日期:2008-03-25 编辑:方宇彤)

[2] 何金平,李珍照,关良宝.基于属性识别理论的大坝结构性态综合评价[J].武汉水利电力大学学报,1998,31(3):1-4.
[3] 杨春燕,蔡文.可拓工程研究[J].中国工程科学,2000,2(12):90-96.
[4] 蔡文.物元模型及其应用[M].北京:科学技术文献出版社,1999.
[5] 谢全敏,夏元友.岩体边坡稳定性的可拓聚类预测方法研究[J].岩石力学与工程学报,2003,28(3):438-441.
[6] 苏怀智,吴中如,顾冲时.大坝工作性态模糊可拓评估的基本原理[J].岩土力学,2006,27(11):1967-1973.
[7] 苏怀智,顾冲时,吴中如.大坝工作性态的模糊可拓评估模型及应用[J].岩土力学,2006,27(12):2115-2121.
[8] 仲琳.碾压混凝土坝安全监控模型及其应用研究[D].南京:河海大学,2005.
[9] 吴中如,顾冲时.重大水工混凝土结构病害检测与健康诊断[M].北京:高等教育出版社,2005.

(收稿日期:2008-06-25 编辑:方宇彤)

