

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2009.01.022

具有自由面渗流问题的数值方法研究简述

宁 博¹,龙海燕²,柴军瑞^{1,3},曹境英⁴,张胜利⁴

(1.西安理工大学水电学院,陕西 西安 710048;2.陕西省横山县农业综合办公室,陕西 横山 719100;
3.三峡大学土木水电学院,湖北 宜昌 443002;4.中国水电建设集团十五工程局有限公司,陕西 西安 710068)

摘要 基于具有自由面渗流问题的特点,简述当前国内外求解渗流自由面数值方法的研究现状。首先,概括具有自由面渗流问题的特点;其次,对具有自由面渗流问题的数学模型进行了总结;最后,论述求解渗流自由面的各种数值方法,尤其对目前广泛应用的有限元法进行了分析比较。

关键词 自由面 有限元法 饱和渗流 非饱和渗流

中图分类号 :TV139.14 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2009)01-0085-05

Brief description of numerical method research of free surface seepage //NING Bo¹,LONG Hai-yan²,CHAI Jun-rui^{1,3},CAO Jing-ying⁴,ZHANG Sheng-li⁴(1. College of Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710068, China; 2. Hengshan Office of Overall Agriculture Development, Hengshan 719100, China; 3. College of Civil Hydroelectric Engineering, Three Gorges University, Yichang 443002, China; 4. Sinohydro Engineering Bureau 15, Xi'an 710068, China)

Abstract :Based on the characteristics of analysis of the free surface seepage problem, a brief description of the current domestic and international numerical methods for identifying a free surface is presented. Firstly, the characteristics of the analysis of free surface seepage are summed up. Secondly, a mathematic model of free surface seepage is summarized. Finally, the numerical methods for solving free surface seepage are discussed, especially the widely applicable finite element methods, which are analyzed and compared.

Key words :free surface ;FEM ;saturated seepage ;unsaturated seepage

渗流自由面在二维分析时为浸润线,在三维分析时为浸润面。自由面的位置可以随降雨、蒸发等因素的影响而自由变动,其上的压力为大气压即相对压力为零。存在于自然界中的很多渗流现象都具有自由面,如坝体渗流、各种闸坝的绕坝渗流等。渗流自由面的确定是渗流计算的主要内容之一,鉴于具有自由面渗流问题的复杂性,对有关问题诸如数学模型的选用、数值求解方法的建立进行研究是很有必要的。目前,对含自由面渗流问题研究的热点是 如何改进现有的数值方法或利用现有理论提出更加符合实际的数值方法。

1 具有自由面渗流问题的特点

对于具有自由面的渗流问题,在常规分析中主要考虑饱和区内水的流动,但是非饱和区内的水流引起人们越来越多的兴趣。饱和区与非饱和区的根本区别在于前者完全被水充满,而后者水与空气并存。如仅考虑饱和区,虽然此时渗流控制方程是线

性的,但由于自由面边界是未知的,使得这类问题变为非线性问题。如考虑非饱和区,由于渗透系数的非线性,结果导致非饱和渗流控制方程的非线性。总之,具有自由面的渗流问题是一个较为复杂的非线性问题。

2 具有自由面渗流问题的数学模型

定解条件与渗流的基本方程式结合起来构成渗流问题的数学模型。对于具有自由面的渗流问题,由于存在只考虑饱和渗流与饱和-非饱和渗流同时考虑两类研究思路,故数学模型可分为饱和渗流模型和饱和-非饱和渗流模型两类。对于饱和渗流模型,以二维非稳定流为例,被采用的支配方程有以下 4 种类型:

a. Boussinesq 方程式^[1]:自由面常作为流量补给条件,适用于研究区域地下水运动。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial h}{\partial y}\right)+\frac{\omega-\varepsilon}{k}=\frac{\mu}{k}\frac{\partial h}{\partial t}$$

式中: H 为地下水深; h 为某一基准面算起的水头; ω 为入渗强度; ϵ 为蒸发强度; μ 为给水度; k 为渗透系数。

b. Laplace 方程式^[1]: 自由面可作为下降流速条件, 也可作为流量补给条件, 适用于固结完好、不考虑压缩的堤坝。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

c. 扩散方程式^[1]: 自由面可不作为任何补给条件, 也可作为流量补给条件, 适用于自由面和深度方向渗透坡降变化不大的均质堤坝。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{\mu}{kH} \frac{\partial h}{\partial t}$$

式中 $\bar{H}$ 为平均渗流深度。

d. 固结方程式^[1] (非 Biot 固结方程): 自由面常作为流量补给条件, 适用于黏土筑坝的各种固结情况。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t}$$

式中 S_s 为储存系数。

对于饱和-非饱和渗流模型, 被采用的支配方程通常为 Neuman 方程式^[2], 自由面无需作为边界条件处理, 适用于非均质各向异性堤坝。一般作出特定假设后, Neuman 方程式可化简为各种饱和渗流方程式。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij}^s K_r \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_{i3}^s K_r \right) = C(\psi) \frac{\partial h}{\partial t}$$

式中: ψ 为压力水头; $C(\psi)$ 为容水度; K_{ij}^s 为饱和渗透系数; K_r 为相对透水性系数。

3 求解渗流自由面的数值方法

3.1 有限差分法

Lee 等^[3-4] 曾经尝试运用适体网格系统变换方法来模拟地下水流动, 并对最简单的上下游垂直边界的自由面问题进行粗略验证。介玉新等^[5] 将基于适体坐标变换的有限差分法引入土工渗流分析。该法将直角坐标系转换成适体坐标系, 生成的网格线贴合求解物理区域的边界, 再将原来在直角坐标系下的渗流控制方程和边界条件转换到适体坐标系下, 利用有限差分法的原理对转换后的渗流控制方程进行离散, 用数值迭代方法求解得到最终的水头场分布。

3.2 有限元法

3.2.1 移动网格法

移动网格法是确定渗流自由面的传统有限元法, 该法直接引用 20 世纪 60 年代中期 Zienkiewicz

等^[6] 最初求解简单有压渗流时的方法, 将自由面当作可变动边界处理, 在迭代过程中反复修改自由面的位置, 使网格发生相应变形, 直到自由面的位置稳定为止。

3.2.2 固定网格法

1973 年 Neuman^[7] 提出用不变网格分析有自由面渗流的 Galerkin 法之后, 涌现出多种固定网格法, 主要可以归纳为流量调整法、渗透矩阵调整法、虚单元法及截止负压法四大类型。这些算法的核心是在计算过程中不改变网格剖分。

Desai^[8-9] 于 1976 年提出了剩余流量法。该法首先对渗流全域剖分网格, 求得结点水头后, 通过内插得到渗流自由面的近似位置; 以自由面上法线方向的流速为零作为迭代收敛的基本条件, 在每一次的迭代过程中通过计算结点剩余流量来计算结点水头的增量, 进而得到下次迭代的结点水头值, 重新内插得到新的自由面直至满足收敛条件为止。Gell 等于 1984 年在 Desai 法的基础上提出了改进的剩余流量法^[10], 基本上解决了 Desai 法求解中渗流有限元方程右端项不确定所导致的非线性问题, 且较容易应用到三维渗流分析中。张有天等^[11] 也在这一解法的基础上进行改进, 提出了初流量法。该法在单位流量与水力梯度的线性关系中引入初流量的概念, 通过调整初流量来满足近似自由面处法向流量为零的条件。其基本思想是: 将计算域以自由面为界分为 2 个子域, 为保证 2 个子域之间没有能量交换, 在自由面以上区域求各高斯点的结点初流量, 以此逐步减小自由面上的能量交换。速宝玉等^[12] 提出了节点虚流量法, 它基于真实解满足渗流实区和虚区无流量交换的客观事实, 围绕节点流量的连续性条件, 用不断扣除节点虚流量贡献的方法迭代求得问题的真解。王媛^[13] 针对初流量法求解稳定性差的缺陷, 首先提出区域识别函数的概念, 指出了区域识别函数不连续是导致初流量法的结果易出现振荡的主要原因, 并提出了连续的区域识别函数, 改进了初流量法。李新强^[14] 也对初流量法进行了改进, 除了认为单元区域和有初流量域的积分误差是造成初流量法解不稳定的根本原因之外, 还认为初流量法的改进工作须主要集中在数值积分点的判定和数值积分方法的选用上。基于以上认识, 李新强摒弃了以高斯方法为代表的等间距的积分方法, 选用等间距的数值积分方法, 构造了判定条件与积分结果之间的连续性条件 (连续调整系数)。

Bathe 等^[15] 于 1979 年提出了单元渗透矩阵调整法 (以下简称 Bathe 法)。该法是将全域剖分成单元, 按全域均为渗透系数 k 建立总体渗透矩阵, 求

解方程组得各结点水头值,判定结点水头与位置水头的大小,据此调整单元的渗透系数,进而重新计算单元渗透矩阵并组成总阵,再次求解结点水头,直到2次计算结点水头值相差小于某一允许值为止。李春华^[16]在 Bathe 法基础上于 1986 年对二维有自由面渗流问题作了进一步改进,即在每次求得结点水头值后,找出结点连线上自由面的位置,对于自由面以下和以上的单元仍按 Bathe 法处理,对自由面穿过的单元按复合材料单元计算,且给出了不同情况下单元渗透矩阵的计算公式。王贤能^[17]根据有限元法中采用高斯求积法计算单元渗透矩阵这一特点,在 Bathe 法的基础上,于 1997 年提出了高斯点法。这种算法根据高斯点相对于自由面的位置来确定高斯点对应的渗透系数,计算单个高斯点对单元渗透矩阵的贡献,对所有高斯点求和得到单元的渗透矩阵。舒仲英等^[18]在高斯点法的基础上,通过加密复合单元的高斯积分点数目来调整单元渗透矩阵,以此提高复合单元渗透矩阵值的计算精度。朱军等^[19]对 Bathe 法进行了改进,在调整渗透矩阵时对单元不同高斯点取不同的渗透系数,水上高斯点取原值的千分之一,水下高斯点取原值,以此原则计算单元渗透矩阵,避免了单元被自由面切割部分的体积求解。

吴梦喜等^[20]于 1994 年提出了虚单元法。该算法是以上一次计算求得的结点水头为基础,求出自由面与单元的交点,移动跨自由面单元的某些结点,使结点落于交点处。自由面将单元分成 2 个区域,自由面以上的单元为虚单元区,这一区域在下次计算时不参与形成渗透矩阵;自由面以下为渗流计算区域,随着渗流计算区域逐步逼近实际渗流区域,求出的结点水头也逐步逼近问题的真实解。而后出现的一系列方法例如:彭华等^[21]于 1997 年提出的弃单元法,梁业国等^[22]于 1997 年提出的子单元法,黄蔚等^[23]于 2001 年提出的丢单元法,张巍等^[24]于 2005 年提出的对丢单元法的改进,均类似于虚单元法。它们的区别主要在于处理跨自由面单元上各有不同。

20 世纪 70 年代以来,一些学者提出变分不等式法,包括 Baiocchi 变换法^[25]和推广压力法^[26]。速宝玉等^[27]基于变分不等式理论在推广压力法的基础上,于 1996 年提出了运用变分不等式理论求解渗流自由面的截止负压法。该法的主要思想是:以压力场为未知数,利用罚函数将压力场延拓至整个几何区域,使待定边界化为固定边界,并通过迭代求得压力场。在计算过程中,允许在非饱和区内出现一定的大于截止负压的小负压值,以便在正负压力之

间插值确定渗流自由面。张乾飞等^[28]指出该算法的不足之处在于只引用了单参数的罚函数,从而造成自由面附近区域的渗流计算不够精确,为此提出了引用双参数罚函数的改进截止负压法。

饱和-非饱和方法本质上也属于固定网格法。1973 年,Neuman 首先提出了用有限元法求解土坝饱和-非饱和渗流的数值方法,得到了学术界的广泛认可,目前国内很多学者进行的非饱和渗流研究都是基于这一理论而展开^[4,29-33]。饱和-非饱和渗流模型不仅研究了饱和区,同时也研究了非饱和区的水分运移情况,该方法无需进行自由面调整,负压区和正压区的分界面就是自由面。

3.3 边界元法

用有限元法求解具有自由面的渗流问题时,不仅程序较复杂,而且在迭代过程中如自由面过大变动常使一批单元有过大变形而影响计算。边界元法求解这类问题时,不需要在内部剖分单元,仅需对边界进行剖分,因而迭代过程中自由面变动的程序处理一般比有限元法容易。Niwa^[34]于 1976 年提出了采用边界元法确定渗流自由面的基本迭代方法,柴军瑞等^[35]对这种方法进行了改进。

3.4 数值分析新方法

石根华于 20 世纪 90 年代初改进的数值流形方法是一种高度统一的数值方法,它用连续的和非连续的有限覆盖系统(一套数学覆盖,一套物理覆盖,两者相互独立定义,但又有一定依赖关系)把连续的和非连续的变形问题分析(DDA)融为一体,统一解决了有限元法、非连续变形分析和解析法的计算问题^[36]。用数值流形方法求解有自由面的渗流问题时,利用了流形单元的形状具有任意性这一特点,计算过程中只考虑渗流区的介质,而不必变动网格(即流形方法中的数学覆盖)。王均星等^[37]提出了饱和渗流下的流形单元法。该方法用物理覆盖来确定材料的分区与自由面,通过迭代求出自由面边界,将自由面穿越的单元用流形单元的方法进行处理,为流形方法在具有自由面渗流分析方面的推广作了较好的尝试。

从 20 世纪 70 年代起,国内外许多学者不断致力于研究新的数值方法来解决或部分解决单元、网格对数值模拟分析的限制。国际上用“Element-free”或“Meshless”统称这些只取结点而不必生成单元网格的各种算法。根据插值近似函数的不同,无网格方法可分为基于核函数近似、最小二乘近似、点插值近似和自然邻接点近似四大类。其中尤以无单元 Galerkin 法(以下简称无单元法)应用最为广泛,其理论基础是滑动最小二乘法。无单元法在应用于具有

自由面的渗流问题时有其独特的优势^[38]。葛锦宏等^[39]将无单元法引入到有自由面的渗流计算中,提出了有自由面渗流分析的无单元法。李春晓^[40]考虑用罚函数处理渗流边界条件,应用无单元法求解裂隙渗流问题。沈振中等^[41]在采用罚函数处理渗流边界条件的同时给出了罚因子的具体表达式,将无单元法用于求解堤坝渗流问题。

4 各类有限元法分析比较

有限元法是求解渗流自由面的主要数值方法。目前,研究思路主要分为两类:应用饱和渗流理论和应用饱和-非饱和渗流理论。从计算方法上看,分为移动网格法和固定网格法,通过移动网格或固定网格的特殊处理,保证渗流场在自由面上同时满足水头边界条件和流量边界条件。

移动网格法应用较早,理论较为成熟,但容易产生网格畸形,难以处理渗流介质水平分层的情况,不能用同一网格连续进行渗流场与应力场分析。

固定网格法分为饱和方法与饱和-非饱和方法。传统的饱和方法将自由面作为活动的边界,必须进行反复的迭代。该方法对实际问题做了较大简化,使用简单、方便,但没有考虑饱和区与非饱和区水流运动的相互联系且存在给水度的选取问题。饱和方法又可以归纳为流量调整法、渗透矩阵调整法、虚单元法及截止负压法四大类型。其中,流量调整法包括剩余流量法、节点虚流量法、初流量法和改进的初流量法。此方法虽然只进行一次总体渗透矩阵的集结和分解,但每一步迭代中都要确定自由面的近似位置,解的稳定性较差。渗透矩阵调整法包括 Bathe 法、李春华法、高斯点法等。此方法虽然不需要在每一步迭代中计算自由面位置,但每一步迭代计算中,都要重新集结、分解总体渗透矩阵,计算量比较大。虚单元法不断变动局部网格,严格地说属移动网格法。截止负压法以压力场为未知函数,虽然避免了对自由面边界的处理,但自由面附近区域的渗流计算不够精确。饱和-非饱和方法能更好地反映水分运动规律,无需进行自由面调整。自由面不再是运动区域的边界,而是负压区和正压区的分界面,因而无需加边界流量条件,从而避免了饱和渗流分析所面临的给水度的选取问题,但方程求解较为困难,存在数值弥散现象,且非饱和渗流参数的确定较为困难。

5 结 论

以饱和渗流理论与饱和-非饱和渗流理论为基础,对具有自由面渗流问题的数值方法进行了归纳

总结,得出以下结论:

a. 饱和区域与非饱和区域的渗流特性决定了具有自由面的渗流问题是一类较为复杂的非线性问题。

b. 对于具有自由面的渗流问题,不同的数学模型具有不同的特点和适用条件,应结合具体的渗流问题合理选择模型。

c. 在求解渗流自由面的数值方法上,国内外学者致力于固定网格法改进已有算法或利用数值新理论建立符合渗流问题特点的新算法。饱和-非饱和渗流联合求解方法已日趋成熟。

d. 国内外对具有自由面渗流问题的研究较为偏重于数值方法,解决实际问题时,还可利用模拟试验揭示其内在规律,因此开展试验和实测方面的工作也是很有必要的。

参考文献:

- [1] 毛昶熙. 渗流计算分析与控制[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [2] 刘洁, 毛昶熙. 堤坝饱和与非饱和渗流计算的有限单元法[J]. 水利水电科学研究, 1997(3): 242-252.
- [3] LEE K K, LEAP D I. Application of boundary-fitted coordinate transformations to groundwater flow modeling[J]. Transport in Porous Media, 1994, 17: 145-169.
- [4] LEE K K, LEAP D I. Simulation of a free-surface and seepage face using boundary-fitted coordinate system method[J]. Journal of Hydrology, 1997, 196: 297-309.
- [5] 介玉新, 揭冠周, 李广信. 用适体坐标变换方法求解渗流[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 52-56.
- [6] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The finite element method[M]. New York: McGraw-Hill, 1991.
- [7] NEUMAN S P. Saturated-unsaturated seepage by finite elements. [J]. Hydraulic Div, ASCE, 1973, 99(12): 2233-2290.
- [8] DESAI C S. Finite element residual schemes for unconfined flow[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1976, 10(6): 1415-1418.
- [9] DESAI C S. Numerical methods in geotechnical engineering[M]. New York: McGraw-Hill, 1977.
- [10] 张有天. 岩石水力学与工程[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.
- [11] 张有天, 陈平, 王镭. 有自由面渗流分析的初流量法[J]. 水利学报, 1988(8): 18-26.
- [12] 速宝玉, 朱岳明. 不变网格确定渗流自由面的节点虚流量法[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 1991, 19(5): 113-117.
- [13] 王媛. 求解有自由面渗流问题的初流量法的改进[J]. 水

- 利学报,1998(3) 68-73.
- [14] 李新强.无压渗流有限元分析的改进初流量法[J].水利学报,2007(8) 961-965.
- [15] BATHE K J, KHOSHGOFTAAR M R. Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration [J]. International Journal of Numerical and Analysis Methods in Geomechanics,1979,3(1) 13-22.
- [16] 李春华.稳定渗流有限元计算时采用固定网格法的初步研究[C]//中国力学学会.第三届全国渗流力学讨论会论文汇编.武汉:长江科学院,1986.
- [17] 王贤能.有自由面渗流分析的高斯点法[J].水文地质工程地质,1997(6) 23-27.
- [18] 舒仲英,邓建霞,李龙国.加密高斯点单元传导矩阵调整法在有自由面渗流分析中的应用[J].四川大学学报:工程科学版,2007,39(1) 48-52.
- [19] 朱军,刘光廷.改进的单元渗透矩阵调整法求解无压渗流场[J].水利学报,2001(8) 49-52.
- [20] 吴梦喜,张学勤.有自由面渗流分析的虚单元法[J].水利学报,1994(8) 67-70.
- [21] 彭华,曹定胜,王家荣,等.有自由面渗流分析的弃单元法及其应用[J].人民长江,1997,28(8) 38-40.
- [22] 梁业国,熊文林,周创兵.有自由面渗流分析的子单元法[J].水利学报,1997(8) 34-38.
- [23] 黄蔚,刘迎曦,周承芳.三维无压渗流场的有限元算法研究[J].水利学报,2001(6) 33-36.
- [24] 张巍,肖明.有自由面渗流分析的丢单元法的改进及其在地下工程中的应用[J].水利与建筑工程学报,2005,3(1) 32-36.
- [25] BAIOCCHI C. Free boundary problems in fluid flow through porous media [J]. Symp on Finite Element Methods in Flow Problems,1976(6) 14-18.
- [26] ODEN J T. Recent Advance theory of variational inequalities with applications to problems of flow through porous media. [J]. Eng Sci,1980(8) 173-184.
- [27] 速宝玉,沈振中,赵坚.用变分不等式理论求解渗流问题的截止负压法[J].水利学报,1996(3) 22-29.
- [28] 张乾飞,吴中如.有自由面非稳定渗流分析的改进截止负压法[J].岩土工程学报,2005,27(1) 48-54.
- [29] 吴梦喜,高莲士.饱和-非饱和土体非稳定渗流数值分析[J].水利学报,1999(12) 38-42.
- [30] 朱军,刘光廷,陆述远.饱和-非饱和三维多孔介质非稳定渗流分析[J].武汉大学学报:工学版,2001,34(3) 5-8.
- [31] 彭华,陈胜宏.饱和-非饱和岩土非稳定渗流有限元分析研究[J].水动力学研究与进展,2002,17(2) 253-259.
- [32] 金生,耿艳芬,王志力.利用饱和-非饱和渗流模型计算坝体自由面渗流[J].大连理工大学学报,2004,44(1): 110-113.
- [33] 陈建余.有密集排水孔的三维饱和-非饱和渗流场分析[J].岩石力学与工程学报,2004,23(12) 2027-2031.
- [34] NIWA Y. An application of the integral equation method to seepage problems[M]. Tokyo: Univ of Tokyo Press,1976.
- [35] 柴军瑞,仵彦卿.采用边界元法确定渗流自由面的一种改进方法[J].陕西水力发电,2000,16(1) 11-13.
- [36] 廖红建,王铁行.岩土工程数值分析[M].北京:机械工业出版社,2006.
- [37] 王均星,吴雅峰,白呈富.有自由面渗流分析的流形单元法[J].水电能源科学,2003,21(4) 23-25.
- [38] 陈小虎,沈振中.无单元法的工程应用进展[J].水利水电科技进展,2006,26(6) 90-94.
- [39] 葛锦宏,李广信,介玉新.无单元法在有自由面渗流计算中的应用[J].计算力学学报,2003,20(2) 241-243.
- [40] 李春晓.小湾水电站坝肩岩体裂隙网络渗流的三维网络与无网格法耦合模型研究[D].长春:吉林大学,2005.
- [41] 沈振中,陈小虎,吴越建.求解堤坝渗流场的罚函数无单元法[J].河海大学学报:自然科学版,2008,36(1) 44-48.

(收稿日期 2008-05-15 编辑 方宇彤)

(上接第 68 页)

种环境地质问题,特别是由于湖水位波动产生的附加应力变化对建(构)筑物的基础沉降变形的影响。

e. 龙湖的建设将改变该地区目前的地质环境,并打破其水动力平衡,其变化是一个长期的过程。应加强水位的长期监测,在其规划建设过程中应通盘考虑,多权衡利弊。

参考文献:

- [1] 中国地质大学(北京),河南省郑州地质工程勘察院.龙湖水系对水文地质、工程地质和生态环境影响分析主要成果报告[R].北京:中国地质大学(北京),2004.
- [2] 水利部黄河水利委员会勘测规划设计研究院.郑东新区

龙湖水系工程工程地质勘察报告(可行性研究阶段)[R].郑州:水利部黄河水利委员会勘测规划设计研究院,2003.

- [3] 常士骠,张苏民,项勃,等.工程地质手册[M].3版.北京:中国建筑工业出版社,1992.
- [4] GB 50011—2001,建筑抗震设计规范[S].
- [5] 高茂生,陈鸿汉,李桂荣,等.郑州市龙湖成湖方案研究[J].地质前缘,2005(特刊):107-111.
- [6] 河南省地质矿产勘查开发局第二水文地质工程地质队,武汉地质学院工程地质教研室.郑州市浅层土体特征及工程地质问题研究报告[R].郑州:河南省地质矿产勘查开发局第二水文地质工程地质队,1986.

(收稿日期 2008-01-29 编辑 方宇彤)