

二维 T-S 波在壁面局部喷吸边界层流中的演化

曹卫东 李 跃

(江苏大学流体机械工程技术研究中心 江苏 镇江 212013)

摘要 采用壁面设置局部法向速度模拟喷吸条件,数值计算获得稳定的三维边界层基本流的数值解。在此基础上,研究不稳定的二维扰动 T-S 波在空间演化过程的非线性问题,探讨边界层壁面局部无量纲喷吸速度 0.004~0.0006 对二维 T-S 波非线性演化的影响及其对增长率贡献。数值计算结果表明,边界层平均流剖面的改变促进了扰动波快速增长,增强了流体运动的不稳定性,扩大了中性曲线的不稳定区域范围,不稳定的二维 T-S 波获得了更大的增长率;不稳定的二维扰动 T-S 波在非线性演化过程中,由于非线性相互作用不断增强,逐渐诱导激发出三维扰动速度及高次谐波,其三维扰动基本波的流向波数和频率与二维扰动波的流向波数和频率相同;正、负相间流向涡及强剪切层已初步形成。

关键词 局部喷吸;边界层;非线性;二维 T-S 波

中图分类号:O357.4

文献标识码:A

文章编号:1006-7647(2009)05-0016-04

Study on evolution of 2D T-S wave in boundary layer with localized ejection and suction//CAO Wei-dong, LI Yue(Research Center of Fluid Machinery Engineering and Technology, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract :The numerical solution of basic flow in a three-dimensional boundary layer was numerically determined using localized ejection and localized suction. On this basis, the nonlinear spatial evolution processes of a two-dimensional unstable disturbance T-S wave were studied, and the 0.004- and 0.0006-velocity localized ejection and suction effects on the nonlinear evolution of the two-dimensional T-S wave and on the growth rate are discussed. Numerical results show that the change in the average flow is a key factor that causes fast growth of the disturbance wave, enhances the instability of flow, enlarges the unstable region of the neutral curve, and adds to the growth rate of the unstable two-dimensional T-S wave. In the process of the evolution, because of the gradual increase of nonlinear interactions, the three-dimensional disturbance velocity and high-frequency harmonics are induced, and the stream wave number and frequency of three-dimensional are the same as those of the two-dimensional disturbance wave. Positive and negative staggering stream vortices and an intense shear layer are formed.

Key words :localized ejection and suction; boundary layer; nonlinear; 2D T-S wave

边界层的流动稳定性与转捩问题和大量的工程问题相关,如航空航天飞行器、叶片机械、流动减阻等,一直是流体力学研究的重要课题之一。从层流到失稳,直至发展成湍流的过程一般被认为是从二维 T-S 波开始,随后发生初次失稳,经非线性相互作用,诱导产生不稳定的三维扰动,出现二次失稳,产生高次谐波及高阶不稳定性,最终演化成湍流状态。影响流动稳定性与转捩的因素很多,包括流体的可压缩性、壁面温度、雷诺数、压力梯度、壁面条件等。目前研究壁面条件对流动稳定性影响的实验结果没有互相的可比性,其对流动稳定性影响的内在机制依然不十分清楚,深入理解扰动波与三维边界层的

相互作用有助于认识流动失稳与转捩的机制问题。

早期的稳定性研究均基于时间模式, Gaster^[1]给出了一个时间和空间增长率的转换关系,然而 Gaster 获得的理论临界雷诺数大于实验临界雷诺数,且高频波的理论解与实验结果也不吻合,人们开始怀疑线性理论平行性假设引起了误差。Saric 等^[2]利用可视化的方法,以 T-S 波的频率触发烟线,原本平行的二维烟线,到下游某处发展成展向呈现周期性的烟线,实验中发现了 3 种不同的三维扰动,分别称为 C 型、H 型、K 型,其出现的方式与原有的二维 T-S 波有关。Kachanov 等^[3]利用热线风速仪做了详细测量,验证了 Saric 的结果,并做出一些理论的

解释。Kachanov^[4]还分析了层流边界层失稳过程中的共振特性,更好地阐述了层流向湍流转捩过程的内在机理。Orszag 等^[5]在壁面剪切流中的直接数值模拟获得与实验一致的结论,也使得研究扰动波不稳定性增长导致转捩发生成为最经典与最常用的方法。Reed 等^[6]指出流动的稳定性及转捩与流动的初始条件密切相关,研究涉及感受性的问题。Bertolotti 等^[7]系统分析了非线性及非平行性对流动稳定性的影响^[7]。Kachanov^[8]的实验再次获得了线性理论预测的扰动波长增长率与波长,同时发现随着非线性作用的迅速增强,平均流修正不断变化。唐登斌等^[9]数值讨论了有限振幅 T-S 波在非平行边界层中的非线性演化问题,发现非线性作用将明显地增加扰动振幅的放大率,推迟扰动波的衰减过程。黄章峰等^[10]、曹伟等^[11]利用时间和空间模式分别研究了超音速平板边界层中转捩过程的机理,平均流快速修正导致边界层稳定性特性不断变化,有利于谐波被快速激发,解释了转捩过程中的许多现象^[10-11]。

本文在边界层壁面局部设置喷吸的背景扰动,计算获得三维边界层基本流数值解,研究不稳定二维有限扰动 T-S 波空间非线性演化过程,探讨二维有限扰动 T-S 波在 Blasius 边界层流与不同壁面喷吸扰动三维边界层流的感受特性。

1 控制方程和数值方法

控制方程为三维不可压、无量纲的 N-S 方程和连续方程:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

式中: ∇ 为梯度算子; ∇^2 为拉普拉斯算子; Re 为雷诺数, $Re = U_\infty \delta / \nu$,其中 U_∞ 为无穷远来流速度, δ 为边界层厚度, ν 为运动黏性系数; $\mathbf{u}, p$ 分别为速度场和压力场, $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}'$, $p = p_0 + p_1 + p'$,且 $\mathbf{u}_0, p_0$ 表示 Blasius 基本流数值解, $\mathbf{u}_1, p_1$ 表示边界层壁面局部设置喷吸诱导的扰动速度和压力, $\mathbf{u}', p'$ 分别为二维扰动波演化后获得的扰动速度和压力。对控制方程(1)和(2)进行直接数值模拟,其时间导数为三阶混合显-隐的分裂格式,空间导数在 x 和 y 向分别采用变间距的紧致有限差分离散。非线性项采用五阶精度变间距的迎风紧致有限差分格式,压力 Helmholtz 方程采用非等间距的 5 点中心差分格式和黏性项采用五阶精度变间距的对称紧致差分格式逼近,具体数值方法与推导详见文献[12-13]。为了获得不稳定的二维 T-S 扰动波,本文起始 Re 取为

3250,时间步长 0.02。因计算能力的限制, x, y, z 方向长度分别为 120.0,6.0,14.6,网格数分别取为 240 200 32。随着 x 不断增加, Re 不断增加, x 由 0 增加到 120, Re 由 3250 增加到约 4485。

a. 进流边界条件: $x = 0$,扰动速度为

$$\mathbf{u}' = a_0 \hat{\mathbf{u}}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} + c \quad (3)$$

式中: c 为共轭复数; $i\alpha$ 为流向波数; $i\omega$ 为频率; a_0 为初始幅值(本文选取 $a_0 = 0.001$)。 $\hat{\mathbf{u}}(y) = (\mathbf{u}'(y), v'(y))$ 求解 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题获得的特征速度,其归一化条件 $\max |\mathbf{u}'(y)| = 1$, $\rho p' / \partial x = 0$ 。

b. 出流边界条件: $x = 120$,采用无反射出流边界条件^[14] $\rho p' / \partial x = 0$ 。

c. 外缘边界条件: $y = 6$, $\rho \mathbf{u}' / \partial y = 0$, $\rho p' / \partial y = 0$ 。

d. 壁面边界条件: $y = 0$, $\rho p' / \partial y = 0$ 。

e. 壁面局部喷吸条件设置为:①边界条件 1, $(u_1, v_1, w_1) = 0$,即 Blasius 基本流;②边界条件 2,局部喷入 $v_1 = 0.004$ ($x = 1 \sim 1.8, z = -7.3 \sim 7.3$),其余网格 $(u_1, v_1, w_1) = 0$;③边界条件 3,局部吸出 $v_1 = -0.004$ ($x = 1 \sim 1.8, z = -7.3 \sim 7.3$),其余网格 $(u_1, v_1, w_1) = 0$;④边界条件 4,局部喷入 $v_1 = 0.000$ ($x = 1 \sim 1.8, z = -7.3 \sim 7.3$),其余网格 $(u_1, v_1, w_1) = 0$;⑤边界条件 5,局部吸出 $v_1 = -0.000$ ($x = 1 \sim 1.8, z = -7.3 \sim 7.3$),其余网格 $(u_1, v_1, w_1) = 0$ 。

2 数值结果与分析

经 600 无量纲时间计算得到边界层壁面局部设置喷吸诱导的稳定的扰动速度和压力 $\mathbf{u}_1, p_1$;由 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题, $\omega = 0.26$, $i\alpha = 0.74945 - 0.024159i$,求得一组不稳定二维 T-S 波特征值;采用空间模式,数值研究该二维有限扰动 T-S 波在 5 种边界条件时的非线性演化过程。

2.1 流向扰动速度的幅值

扰动流向速度 $\mathbf{u}'$ 最大幅值 A 随 Re 的变化如图 1 所示。与边界条件 1 比较,其余边界条件均能激励二维 T-S 的增长,边界条件 2 中的二维扰动波的增长速率最快,其次为边界条件 3,边界条件 4、5 中的扰动增长比边界条件 1 稍大,但小于边界条件 2。

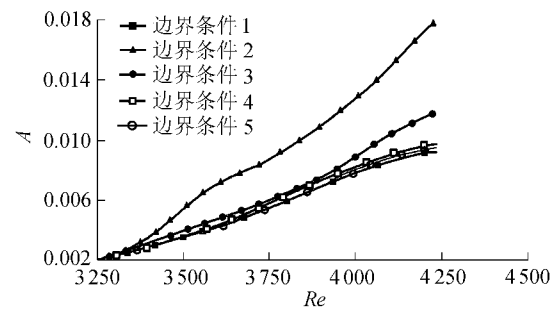


图 1 扰动流向速度最大幅值随 Re 的变化

和 3。图 1 说明壁面喷吸诱导三维边界层均加速了二维 T-S 波的增长,增长速率与喷吸强度大小有关。

2.2 扰动速度幅值增长率

e^N 法依然是目前预测小扰动增长与转捩趋势的常用经验方法^[15]。应用线性稳定性理论对二维 T-S 波的增长率进行分析。幅值增长率定义为

$$e^N = \int_0^{x_i} -\alpha_i dx \tag{4}$$

式中 x_i 为流向坐标; α_i 为进口边界层厚度无量纲化的增长率。

图 2 给出了 5 种边界条件预测得到的二维扰动 T-S 波的幅值增长率随 Re 的变化曲线。线性理论计算得到的边界条件 2、3、4、5 的幅值增长率均大于边界条件 1,趋势与数值计算的结果吻合,边界层基本流的变化是扰动波增长率改变的一个关键性因素,由于平均流剖面的改变,增加了流体运动的不稳定性,事实上,壁面局部喷吸诱导的展向速度将引起横流的不稳定性,进一步激励着流动失稳的发生。

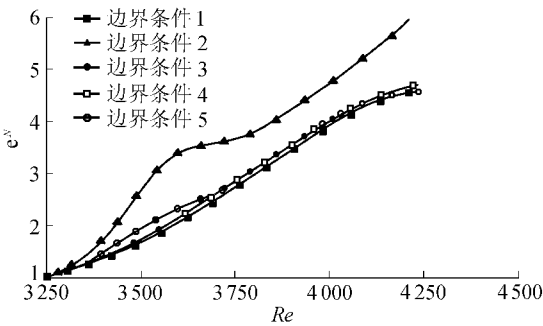


图 2 二维扰动波的幅值增长率随 Re 的变化

2.3 中性曲线与增长率

以边界条件 1、二维 T-S 波在边界条件 1 中非线性演化后平均流修正、边界条件 2、二维 T-S 波在边界条件 2 中非线性演化后平均流修正共 4 种平均流为例,分别利用线性稳定性理论,分析流场的中性曲线($z=0$),如图 3 所示。图 3 中 β 为展向波数; ω 为频率;1-3500,1P-3500,2-3500,2P-3500 分别表示上述 4 种平均流且 $Re=3500$ 时的中性曲线;1-4000,1P-4000,2-4000,2P-4000 分别表示上述 4 种平均流且 $Re=4000$ 时的中性曲线。

初始幅值 0.002 的二维 T-S 波在边界条件 1 中非线性演化后,平均流修正较小, $Re=3500$ 或 $Re=4000$,平均流修正项对中性曲线不稳定区域的范围影响也较小,图 3 所示中性曲线 1-3500 与 1P-3500 及 1-4000 与 1P-4000 区别不明显。与边界条件 1 比较,边界条件 2 的中性曲线的不稳定区域大大增加。图 3 所示中性曲线 2-3500 的范围明显大于 1-3500,中性曲线 2-4000 的范围明显大于 1-4000。下游平均流修正项对中性曲线不稳定区域影响能力大于上

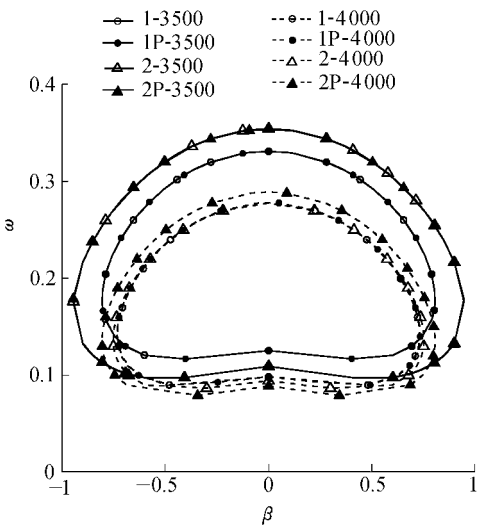


图 3 中性曲线

游,中性曲线 2-3500 与 2P-3500 基本重合,而中性曲线 2-4000 与 2P-4000 区别显著。中性曲线不稳定区域增加意味着有更多的不稳定波可能被激发产生。边界条件 3、4、5 具有类似的特性,但对中性曲线的影响小于边界条件 2。

如图 4 所示,1-4000,1P-4000,2-4000,2P-4000 分别表示上述 4 种平均流得到的下游 $Re=4000$ 处($z=0$)展向波数与最大增长率之间的关系,最大增长率 $-\alpha_i$ 依次逐渐增加,进一步说明边界条件 2 对边界层流的扰动以及扰动波演化后的平均流修正使得不稳定 T-S 波获得更大的增长率,扰动波更容易被激发增长。该结果与曹伟等^[11]获得的结论相似。边界条件 3、4、5 具有类似的特性,对最大增长率的影响小于边界条件 2。

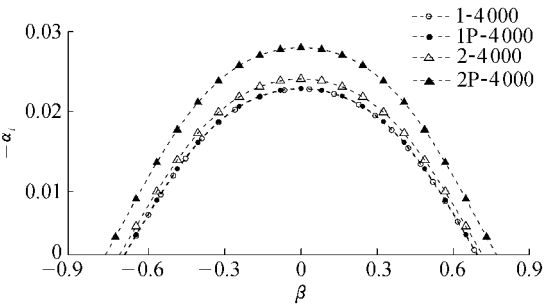


图 4 最大增长率

2.4 三维扰动速度及高次谐波

二维 T-S 波在边界条件 2 中的演化时逐渐诱导产生了三维展向扰动速度 w' ,且振动周期与二维 T-S 波一致。图 5 为 w' 绝对值最大空间点的基本波 1F、二次谐波 2F 及三次谐波 3F 流向分布($t=200, y=0.26, z=2.3$)。由图 5 可知,由于非线性作用的不断增强,三维扰动及高次谐波逐渐被激发出来,且 2F 及 3F 幅值小于基本波 1F,计算结果还表明三维扰动基本波的流向波长与二维扰动波的流向波长相

同。边界条件 3 4 5 具有类似的特性,且三维扰动速度及高次谐波幅值小于边界条件 2;二维扰动 T-S 波在边界条件 1 中演化时无展向扰动速度 w' 。

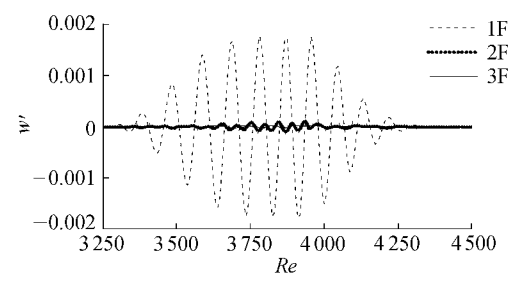


图 5 展向扰动速度及高次谐波

2.5 流向涡量

二维 T-S 波在边界条件 2 中演化与推进后,展向扰动速度 w' 逐渐增强,促进了流向涡的快速形成。图 6 表示 $Re = 4000$ 处流向涡量的等值线(等值线间距为 0.0002,实线为正,虚线为负)。流向涡量具有明显的涡心结构,形成正负相间的较强剪切层,且流向涡的影响区域较大,计算结果还表明流向、展向及法向涡量最大值随 Re 的增加增长明显,流向涡和展向涡的快速增长将可能导致流动的二次失稳及高级失稳的发生,加速流动转捩的过程。边界条件 3 4 5 具有类似的特性,但三维涡量的强度小于边界条件 2。二维 T-S 波边界条件 1 中演化时仅有流向扰动速度 u' 与法向扰动速度 v' ,无流向与法向涡量。

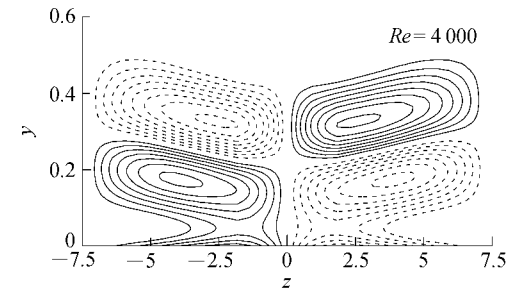


图 6 流向涡量

3 结 论

- 壁面局部喷吸扰动三维边界层流均能加速二维 T-S 波的快速增长,喷吸速度 0.004 边界层中增长速率大于喷吸速度 0.0006 的边界层,局部喷入较局部吸出更易促进扰动波的增长,线性稳定性理论预测的结果与数值模拟的趋势一致。
- 边界层受到局部喷吸扰动及平均流修正后,中性曲线不稳区域增加, T-S 波增长率放大。
- 二维 T-S 波不断增长并与局部喷吸扰动形成的三维边界层基本流相互作用,三维扰动速度及高次谐波被激发出来。
- 随着时空的不断推进,三维涡量不断增长,

可能导致流动的二次失稳及高级失稳的发生,加速流动转捩的过程。

参考文献:

- [1] GASTER M. On the generation of spatially growing waves in a boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics , 1965 ,22 :1-18.
- [2] SARIC W S ,KOZLOV V V ,LERCHENKO V Y. Forced and unforced subharmonic resonance in boundary layer transition [C]//American Institute of Aeronautics and Astronautics , AIAA Paper. New York :AIAA , 1984 :No.0007
- [3] KACHANOV Y S , LERCHENKO V Y. The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics , 1984 ,138 :35-60.
- [4] KACHANOV Y S. On the resonant nature of the breakdown of a laminar boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics , 1987 ,184 :43-70.
- [5] ORSZAG S A ,KELLS L C. Transition to turbulence in plane poiseuille and plane couette flow[J]. Journal of Fluid Mechanics , 1980 ,96 :159-205.
- [6] REED H L , SARIC W S. Stability of three-dimensional boundary boundary[J]. Annual Review of Fluid Mechanics , 1989 ,21 :235-284.
- [7] BERTOLOTI F P ,HERBERT T H ,SPARLART P R. Linear and nonlinear stability of the Blasius boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics , 1992 ,242 :441-474.
- [8] KACHANOV Y S. Experimental studies of three dimensional instability of boundary layer[C]//American Institute of Aeronautics and Astronautics , AIAA Paper. New York : AIAA , 1996 :No. 1978.
- [9] 唐登斌,夏浩.有限振幅 T-S 波在非平行边界层中的非线性演化[J].应用数学和力学 , 2002 ,23 (6) :588-596.
- [10] 黄章峰,曹伟,周恒.超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的内在机理-时间模式[J].中国科学 :G 辑 , 2005 ,35 (5) :537-547.
- [11] 曹伟,黄章峰,周恒.超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的内在机理[J].应用数学和力学 , 2006 ,27 (4) :379-386.
- [12] 钱建华,陆昌根,曹卫东.三维非定常不可压 N-S 方程一个高精度求解格式[J].河海大学学报 :自然科学版 , 2006 ,34 (5) :513-517.
- [13] 陆昌根,邵山.三维不可压缩 N-S 方程的紧致有限差分 Fourier 谱方法[J].河海大学学报 :自然科学版 , 2001 ,29 (4) :45-49.
- [14] JIN G , BRAZA M. A nonreflecting outlet boundary condition for incompressible unsteady Navier-Stokes equations calculations[J]. Journal of Computational Physics , 1993 ,107 :239-252.
- [15] 周恒,赵耕夫.流动稳定性[M].北京 :国防工业出版社 , 2004.

(收稿日期 2008-12-18 编辑 熊水斌)