

保角变换在堤防电法勘探中的应用

李长征,冷元宝

(黄河水利科学研究院,河南 郑州 450003)

摘要:为了解决复杂的电堤防隐患探测模型求解问题,采用保角变换方法将复杂的堤防模型探测问题转化为较简单的直流电场问题,通过求解符合条件的解析函数,求出电流密度解,电流密度反映视电阻率曲线的变化规律。研究结果表明:保角变换方法能够较简单地求解不同类型的堤防模型问题,高阻异常体在地表表现为较高的电流密度值,低阻异常体在地表表现为低电流密度值,埋藏越浅、尺度较大的异常体在地表引起的视电阻率异常较大。

关键词:保角变换;堤防;电法勘探;电流密度

中图分类号:P631.3 文献标识码:B 文章编号:1006-764X(2009)S1-0129-03

堤防隐患探测是堤防安全的重要保障,及时发现隐患,采取加固措施能够避免险情发生^[1]。堤防隐患包括软弱层、管涌通道、裂缝等^[2]。堤防电法探测技术从单点测量发展到高密度电阻率法快速探测,目前大电极距、多通道滚动、高电压勘探技术逐渐发展,探测深度和效率均有较大程度提高^[3-5]。

保角变换已经应用到计算地球物理方法中,对于 z 平面上的一个点 z_0 ,通过函数 $w = f(z)$ 作为单值变换函数,在 w 平面有一点 w_0 与之对应, z 平面上的一条曲线 C , w 平面上有一条曲线 C_1 与之对应,在变换中,尽管图形的形状要发生变换,但是相应的两条曲线之间的夹角却保持不变,变换 $w = f(z)$ 叫做保角变换^[6]。保角变换法能够解决边界形状比较复杂的堤防电场问题,例如地形对直流电场的影响、某些形体对半空间均匀电流场的影响等,保角变换法的求解形式较为简单,徐世浙等做过大量的研究工作,但相关工程研究人员在堤防隐患探测方面未进行深入研究。

笔者建立堤防隐患模型,采用保角变换方法求得二维模型的电流密度解,从而反映视电阻率的变化规律。

1 保角变换方法解决直流电场问题的理论依据

保角变换方法可以解决二维平面电场问题,对于二维直流电场,如果某一函数具备下列条件:①满

足二维的拉普拉斯方程;②满足电流线的边界条件。由复变函数理论知道,任一解析函数

$w = u + iv = f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$ (1)
式(1)虚部 $v(x, y)$ 满足二维的拉普拉斯方程,若 $v(x, y)$ 满足电流线的边界条件,那么 $v(x, y) = c$ 就是所求的电流线方程。在这种情况下,式(1)将 z 平面上的电流线 $v(x, y) = c$ 变换成 w 平面上的水平线 $v = c$, w 平面上的水平线 $v = c$ 在 z 平面上的像 $v(x, y) = c$ 就是所求的电流线方程,对 x 或 y 求偏导数即可求得电流密度的解。

电法勘探中设点电源的电流强度为 I ,用 $MN \rightarrow 0$ 的装置进行测量,测得电场强度为 E ,计算视电阻率为

$$\rho_s = \frac{E}{j_0} \tag{2}$$

式(2)中 j_0 是假定地下介质均匀、地形无起伏时 MN 处的电流密度。根据通量定理, $j_0 = \frac{I}{2\pi r^2}$, $\rho_s = \frac{2\pi r^2}{I} E$,如果用线电源供电,由单位长的线电源流出的电流量为 I ,用 $MN \rightarrow 0$ 装置测得电场强度 E ,则 $j_0 = \frac{I}{\pi r}$,计算视电阻率为

$$\rho_s = \frac{\pi r}{I} E \tag{3}$$

MN 处实测的电场强度为

$$E = j\rho \tag{4}$$

式中 j, ρ 是 MN 处实际的电流密度和电阻率,将式

(4)代入式(3),得

ρ_s = πrρ₀/Ij (5)

在 I , r , ρ₀ 保持不变的条件下 , πrρ₀/I 是常数 ,即 ρ_s 与 MN 处实际的电流密度 j 成正比 ,所以 j 的变化规律反映 ρ_s 的变化规律。

2 堤防内部裂缝模型

由于大堤在施工过程中 ,土质的级配不合理 ,或大堤水分蒸发 ,干裂形成裂缝。设大堤内部存在一裂缝 ,裂缝下端的埋藏深度为 1 ,上端埋藏深度为 k' ,裂缝引起的畸变电场如图 1 所示 ,可把裂缝视为一板状高阻体。将图 1 的 z 平面上的板状高阻体 CDE 变换成图 2 的 w 平面的水平板状高阻体 ,同时保持地表线 ABFG 的位置不变。地表电流密度的显式[7]:

j = (x^2 + E/K) / sqrt((1 + x^2)(k'^2 + x^2)) (6)

其中 :K = ∫_0^1 dt / sqrt((1 - t^2)(1 - k'^2 t^2)) ,为第一类完全椭圆积分 ;E = ∫_0^1 sqrt(1 - k'^2 u^2) du ,为第二类完全椭圆积分。

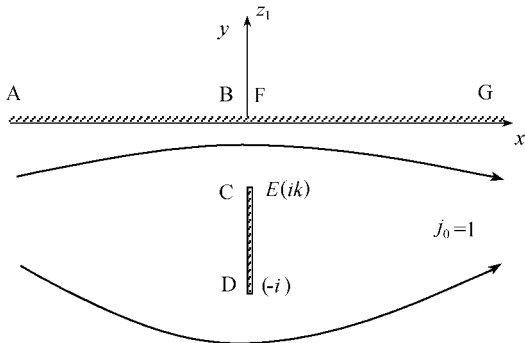


图 1 堤防内部裂缝模型

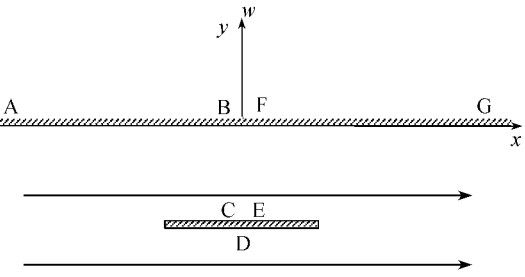
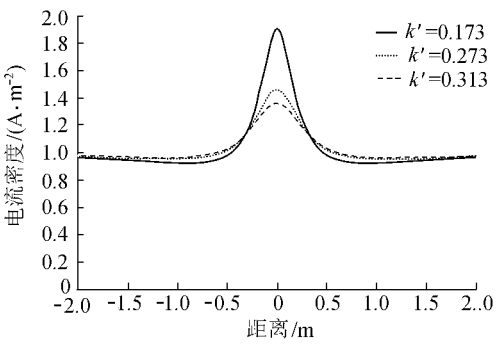


图 2 保角变换后的模型

电流密度曲线如图 3 所示 ,分别为 k' = 0.173 ,k' = 0.273 ,k' = 0.313 时的地表电流密度曲线。裂缝顶部表现为较高的电流密度值 ,中心点电流密度的最大值随着裂缝顶部的深度增加而减小 ,可见随着裂缝顶

部埋深的增加 ,对地表电流密度的影响逐渐减小。电流密度的变化规律完全反映视电阻率的变化规律。



(横坐标 0 点为模型中心点在地表的投影 ,下同)
图 3 不同参数的电流密度曲线

3 管涌模型和穿堤管道模型

3.1 管涌模型

堤防渗流管涌通道是威胁堤防安全的重要隐患 ,一般表现为低阻特征 ,设堤防内部有一截面为椭圆面的低阻管涌通道。

利用式(7)

x = (cn(x_1, k_1) dn(x_1, k_1) sn(y_1, k'_1) cn(y_1, k'_1)) / (1 - dn^2(x_1, k_1) sn^2(y_1, k'_1))
y = (sn(x_1, k_1) dn(y_1, k'_1)) / (1 - dn^2(x_1, k_1) sn^2(y_1, k'_1)) (7)

将 (x , y) 平面的椭圆变换成 (x₁ , y₁) 平面的垂直直线段。

定义函数 x = ∫_0^u dt / sqrt((1 - t^2)(1 - k'^2 t^2)) 的反函数为 u = sn(x) ,cn(x) = sqrt(1 - sn^2(x)) ,dn(x) = sqrt(1 - k'^2 sn^2(x)) ,k 为计算参数。

求解电场复位后 ,得到地表电流密度的隐式[7]:

j = A^2 * (k_2 / k_1) * (cn^2(y_2/A, k'_1) dn(y_2, k'_2)) / (cn^2(y_2, k'_2) dn(y_2/A, k'_1)) (8)

式中 :k₁ 和 x₀ 为控制椭圆体埋深和大小的参数 ;k' = sqrt(1 - k^2) ;k₂ ,k'_2 ,A 为保角变换参数。

渗流管道引起的电场畸变如图 4 所示 ,图 5 为

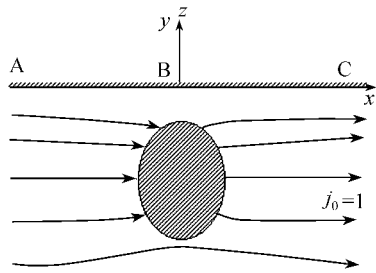


图 4 管涌模型

变换后的模型。

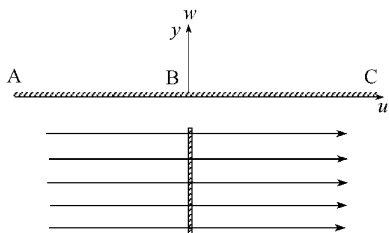


图 5 保角变换后的模型

图 6、图 7、图 8 分别为 3 个参数管涌模型和电流密度曲线,管涌埋深基本不变,截面大小逐渐减小。由图 6~8 可以看出,截面顶部地面表现为低电流密度值,随着管涌截面的减小,截面顶部电流密度值减小,曲线变得平缓,说明随着地下椭圆体截面的减小,对地表的电流密度的影响将减小。

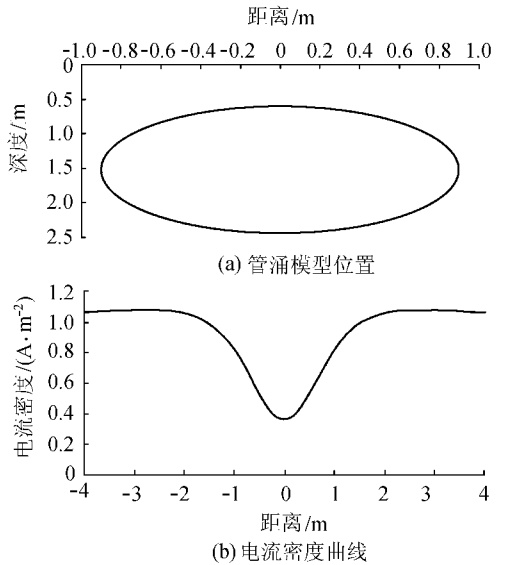


图 6 管涌模型和电流密度曲线

($k_1 = k'_1 = 0.707$, $\alpha_0 = 0.641$, $k_2 = 0.0425$)

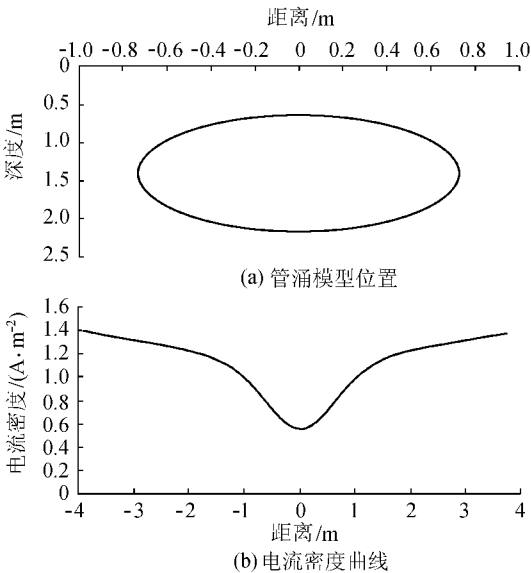


图 7 管涌模型和电流密度曲线

($k_1 = k'_1 = 0.707$, $\alpha_0 = 0.741$, $k_2 = 0.087$)

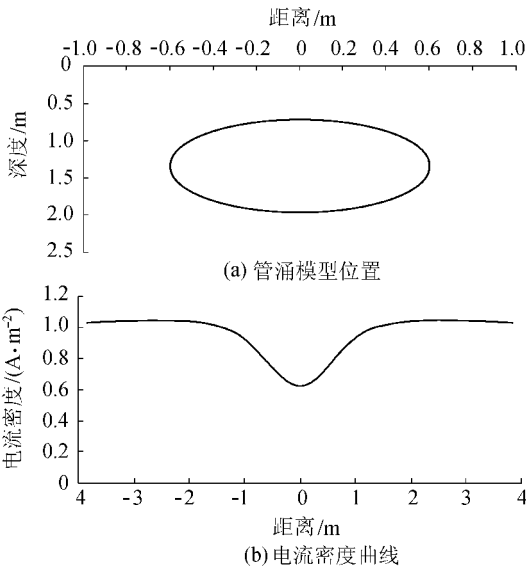


图 8 管涌模型和电流密度曲线

($k_1 = k'_1 = 0.707$, $\alpha_0 = 0.841$, $k_2 = 0.125$)

3.2 穿堤管道模型

对于空的穿堤管道,表现为高阻,畸变电场如图 9 所示,电场的边界条件是:①电流沿绝缘体的表面流过,绝缘体表面是电流线;②在无穷远处电流线不受畸变,保持正常。图 10 为保角变换后的模型。

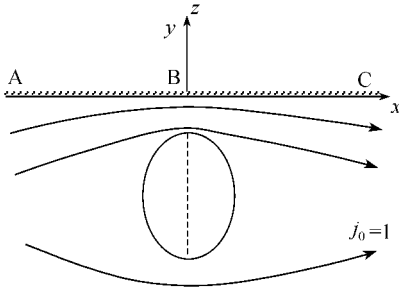


图 9 高阻穿堤管道模型

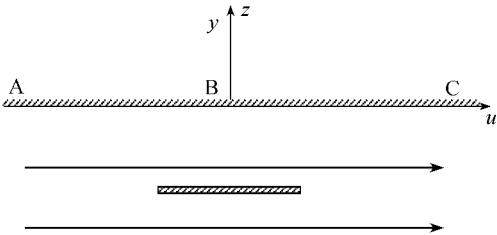


图 10 保角变换后的模型

地表电流密度为^[7]

$$j = \frac{A^2}{k_1} \frac{\frac{dn^2(\gamma_2, k'_2)}{cn^2(\gamma_2, k'_2)} - \frac{E_2}{K_2} + \frac{\pi}{2K_2K'_2}}{\frac{dn\left(\frac{\gamma_2}{A}, k'_1\right)}{cn^2\left(\frac{\gamma_2}{A}, k'_1\right)}} \quad (9)$$

(下转第 138 页)

是因为理论计算是假定地层均质同性,而实际上自然界沉积的地层千变万化,不但地层厚度变化较大,而且砂层本身不均一,其渗透系数在水平和垂直方向都有所不同。

②基坑内水位开始时降低很快,但随着时间的推移,以缓慢递变的速度向下降落,但递变的趋势已呈渐近线状态,直至稳定。

③降水井内动水位高程大都在 9 m 左右,按理论推算:各井点到基坑中心距离平均值在 35.0 m 左右,水力梯度取最大值 1/10,井内到基坑抬高水头约 3.5 m,外加井侧动水跃最大值 5.0 m(注:花管的空隙率大于 30%),理论上基坑内最终稳定水位应在 17.5 m 左右,和观测结果非常接近。

5 结 语

赵王河节制闸施工降水工作达到了预期的效果。降水后由于含水量降低,以及因自重应力增加而固结,淤泥土强度也有了明显提高,地基处理起来

不但容易,而且还节约了大量经费。

在水利工程施工中,基坑降水是关系工程质量和进度的重要环节,因此要做好施工降水设计、成井工艺等工作。基坑降水方法很多,应根据地质条件和工程情况确定方法,不仅可用单一方法,更可以多种方法综合利用。

参考文献:

- [1] 伍夕国.井点降水施工工艺在水电工程施工中的运用[J].四川水利,2008(6):20-25.
- [2] 吴昌瑜,李思慎,谢红.深基坑开挖中的降水设计问题[J].岩土工程学报,1999(3):92-94.
- [3] 薛禹群,朱学愚.地下水动力学[M].北京:地质出版社,1979.
- [4] 罗建军,瞿成松,姚天强.上海环球金融中心塔楼基坑降水工程[J].地下空间与工程学报,2005(4):645-649.
- [5] 刘建航,侯学渊.基坑工程手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1997.

(收稿日期:2009-02-23 编辑:方宇彤)

(上接第 131 页)

图 11 为 3 种参数模型的地表电流密度曲线,参数 1: $k_1 = k'_1 = 0.707, x_0 = 0.641, k_2 = 0.0425$;参数 2: $k_1 = k'_1 = 0.707, x_0 = 0.741, k_2 = 0.087$;参数 3: $k_1 = k'_1 = 0.707, x_0 = 0.841, k_2 = 0.125$ 。由图 11(a),图 11(b),图 11(c)可知,椭圆高阻体的深度基本一致,模型截面逐渐减小。在截面体顶部表现为高电流密度,说明探测视电阻率较大,随着截面减小,峰值变小,曲线趋于平缓,表明大尺度截面体对地表视电阻率影响较大。

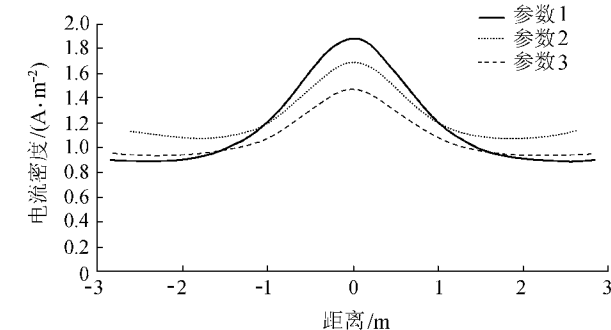


图 11 3 种参数的电流密度曲线

4 结 语

将堤防裂缝作为垂直地面的高阻板状体模型,详细计算了不同埋深的堤防内部裂缝模型的电流密度曲线,将堤防管涌视为低阻椭圆体模型,穿堤空的管道视为高阻椭圆体模型,计算了不同椭圆体条件下的地表电流密度曲线,结果表明:高阻异常体在地

表表现为较高的电流密度值,低阻异常体在地表表现为低电流密度值;埋深越浅、尺度较大的异常体,在地表引起的异常较大。

保角变换方法解决的是二维的电场问题,电流密度反映视电阻率的变化规律。利用保角变换方法,计算各参数模型的堤防隐患模型,建立典型隐患模型的样本数据,为堤防电法探测成果的解释提供参考。

参考文献:

- [1] 肖柏勋,何继善,刘光鼎.我国堤防隐患快速无损探测技术的现状与思考[C]//工程地球物理学进展.武汉:武汉水利电力大学出版社,2002:9-16.
- [2] 陈效国.堤防工程新技术[M].郑州:黄河水利出版社,1998:1-2.
- [3] 郭秀军,张晓培,牛建军.分布式高密度电阻率探测系统及其在堤坝隐患探测中的应用[J].工程地球物理学报,2004,1(4):309-312.
- [4] 姚南,王玉钰,吴有信.高密度电阻率法在工程勘察中的应用[J].西部探矿工程,2005(15):52-53.
- [5] 罗延中,万乐.高密度电阻率法成像[J].CT理论与应用研究,2006,15(1):61-65.
- [6] 胡嗣柱.数学物理方法[M].北京:高等教育出版社,2002:17.
- [7] 徐世浙,王柏钧.保角变换在电法勘探中的应用[M].北京:地质出版社,1977:111-126.

(收稿日期:2008-00-00 编辑:方宇彤)