

U 形渠道水力计算的显式计算式

李风玲¹ 文 辉¹ 陈 雄²

(1.惠州学院建筑与土木工程系,广东 惠州 516007;2.茂名学院建筑工程学院,广东 茂名 525000)

摘要 通过选择适当的变量及曲线拟合得到 U 形断面的正常水深和临界水深的显式公式,代替了目前采用的图解、试算等方法。该公式形式简洁、准确。在工程常用范围内临界水深的最大相对误差小于 0.618%,正常水深的最大相对误差小于 1.074%,它将给设计人员带来极大的方便。

关键词 U 形渠道;近似算法;显式计算式

中图分类号 :TV133 **文献标识码** :B **文章编号** :1006-7647(2010)01-0065-03

Explicit formulae for hydraulic calculation of U-shaped channels//LI Feng-ling¹, WEN Hui¹, CHEN Xiong²(1. Department of Architecture & Civil Engineering, Huizhou University, Huizhou 516007, China; 2. Department of Architecture Maoming University, Maoming 525000, China)

Abstract : Explicit formulae for hydraulic calculation of U-shaped channels at critical and normal depths were derived by selecting proper variables and fitting curves. The existing graphic and trial methods were replaced. The engineering case shows that the proposed formulae are simple and accurate. The maximum relative error of the critical depth is less than 0.618%, and that of the normal depth is smaller than 1.074%. It will be greatly convenient for the designers.

Key words : U-shaped channel; approximate solution; explicit formula

梯形断面是一种非常传统的输水渠道的断面形式,已有不少国内外学者在其最优断面方面进行了大量研究^[1-3]。与梯形断面相比,U 形断面具有以下特点:①渠口宽度小、节省耕地;②水力半径大,从而使沿程水头损失小,水力条件优越;③冻胀分布均匀,冻胀变形很小且易复位。U 形断面渠道在中小型输水渠道中有取代传统梯形渠道的发展趋势。但在 U 形断面的设计及水力计算中,其正常水深和临界水深方程为含参数的高次方程,理论上无解析解,传统求解方法是用试算法、图解法及迭代法进行求解,计算过程相当繁琐且误差较大。U 形断面临界水深、正常水深的直接计算尚未见报道。目前只有张志昌等^[4]在 U 形渠道水力最优断面计算方面得到了一些重要结论。为此,从 U 形断面渠道临界流方程、明渠均匀流基本方程出发,对其进行恰当的恒等变形,应用优化拟合的方法,根据文献^[5]可知,U 形断面渠道圆心半角的取值范围 $\theta_0 \in [70^\circ, 90^\circ]$ 本文重点研究这种 U 形断面无量纲水深 $\beta \in (0, 2]$ 范围内的正常水深和临界水深的直接计算公式。

1 U 形渠道的水力计算公式

U 形渠道断面见图 1(图中 r 为底弧半径)。

图 1 中 $e = r(1 - \cos\theta_0)$,可以将水深划分为 2 种情形:①在底圆弧内($0 \leq h \leq e$);②在底圆弧外($e \leq h \leq 2r$)。

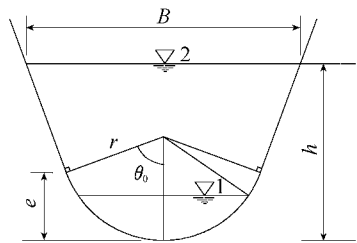


图 1 U 形渠道断面示意图

1.1 U 形断面渠道水力要素

U 形断面渠道水力要素计算公式如下:

$$\begin{cases} A = r^2 \left\{ \theta_0 + \left[\left(\frac{h}{r} \right)^2 + 2 - 2 \left(\frac{h}{r} \right) \right] \tan^{-1} \theta_0 + \frac{2 \left(\frac{h}{r} - 1 \right)}{\sin \theta_0} \right\} \\ B = 2r \left[\sin \theta_0 + \tan^{-1} \theta_0 \left(\frac{h}{r} - 1 + \cos \theta_0 \right) \right] \\ \chi = r \left[2\theta_0 + \frac{2 \left(\frac{h}{r} - 1 + \cos \theta_0 \right)}{\sin \theta_0} \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中: A 为过水断面面积, m^2 ; B 为水面宽度, m ;

χ 为湿周 m ; h 为水深 m 。

1.2 临界水深的计算公式

临界流基本方程^[6]：

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \tag{2}$$

式中： α 为动能修正系数； Q 为设计流量 m^3/s ； g 为重力加速度。

联立式(1)和式(2)即可得到 U 形渠道临界水深的直接计算公式。设无量纲参数 K 和分界参数 K^* 如下：

$$K = \frac{\alpha Q^2}{gr^5} \tag{3}$$

$$K^* = \frac{\left[\theta_0 - \frac{1}{2}\sin(2\theta_0)\right]^3}{2\sin\theta_0} \tag{4}$$

当水深在底圆弧内,即 $K \leq K^*$,可以参阅文献[7]计算临界水深;当水深在底圆弧外,即 $K > K^*$,设无量纲临界水深：

$$\beta_K = \frac{h_K}{r} \tag{5}$$

则 $\beta_K = C_1 K^{D_1} \tag{6}$

其中

$$C_1 = 0.1742\theta_0^3 - 0.7924\theta_0^2 + 1.1313\theta_0 + 0.3291$$

$$D_1 = -0.1044\theta_0^3 + 0.4063\theta_0^2 - 0.4901\theta_0 + 0.4533$$

1.3 正常水深的直接近似计算公式

明渠均匀流基本方程^[6]：

$$Q = \sqrt{i} A^{\frac{5}{3}} n^{-1} x^{\frac{-2}{3}} \tag{7}$$

式中： i 为渠道底坡； n 为糙率。

联立式(1)和式(7)即可得到 U 形渠道正常水深的直接计算公式。设无量纲参数 P 和分界参数 P^* 如下：

$$P = \frac{nQ}{\sqrt{i} r^{\frac{8}{3}}} \tag{8}$$

$$P^* = \frac{\left[\theta_0 - \frac{1}{2}\sin(2\theta_0)\right]^{\frac{5}{3}}}{(2\theta_0)^{\frac{2}{3}}} \tag{9}$$

当水深在底圆弧内,即 $P \leq P^*$,可以参阅文献[8]计算正常水深;当水深在底圆弧外,即 $P > P^*$,设无量纲正常水深：

$$\beta_n = \frac{h_n}{r} \tag{10}$$

则 $\beta_n = C_2 P^{D_2} \tag{11}$

其中

$$C_2 = -0.1842\theta_0^3 + 0.4657\theta_0^2 - 0.2385\theta_0 + 0.9369$$

$$D_2 = 0.2322\theta_0^3 - 0.6956\theta_0^2 + 0.8909\theta_0 + 0.0821$$

2 公式评价

设置 θ_0 不同($\theta_0 \in [70^\circ, 90^\circ]$)的 U 形断面,求解不同无量纲水深 β (水深与底弧半径之比)时,由式(6)计算 β_K ,计算相对误差 $\Delta_K = (\beta_K - \beta)/\beta \times 100\%$,计算结果列于表 1,最大相对误差小于 0.618%;由式(11)计算 β_n ,计算相对误差 $\Delta_n = (\beta_n - \beta)/\beta \times 100\%$,计算结果列于表 2,最大相对误差小于 1.074%。结果表明精度满足工程需要。

表 1 无量纲临界水深计算误差

$\theta_0/^\circ$	$\Delta_K/\%$					
	$\beta = 1.0$	$\beta = 1.25$	$\beta = 1.343$	$\beta = 1.5$	$\beta = 1.75$	$\beta = 2.0$
70	0.282	0.103	0.019	-0.111	-0.257	-0.312
75	0.399	0.337	0.243	0.054	-0.254	-0.520
80	0.325	0.516	0.450	0.260	-0.143	-0.573
85	0.036	0.593	0.589	0.444	0.007	-0.542
88	-0.248	0.527	0.618	0.518	0.087	-0.510
90	-0.486	0.523	0.607	0.545	0.128	-0.493

表 2 无量纲正常水深计算误差

$\theta_0/^\circ$	$\Delta_n/\%$				
	$\beta = 1.0$	$\beta = 1.25$	$\beta = 1.5$	$\beta = 1.75$	$\beta = 2.0$
70	0.413	0.140	-0.169	-0.371	-0.439
75	0.568	0.479	0.086	-0.332	-0.679
80	0.470	0.754	0.371	-0.223	-0.850
85	0.003	0.892	0.645	-0.072	-0.970
90	-0.954	0.818	0.857	0.087	-1.074

为了更好地研究正常水深、临界水深在定义域内的误差分布情况,以 U 形渠道底圆弧的圆心半角 θ_0 为横坐标,相对误差绝对值 Δ 为纵坐标,分别绘制临界水深直接计算公式的误差分布图和正常水深直接计算公式的误差分布图,见图 2、图 3。对误差分布曲线进行精度分析可知:临界水深计算误差较小且变幅不大,正常水深计算误差较大且变幅较大;临界水深和正常水深的计算误差均随着 θ_0 的增大而增大。

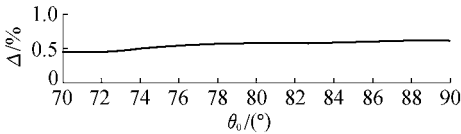


图 2 临界水深计算误差

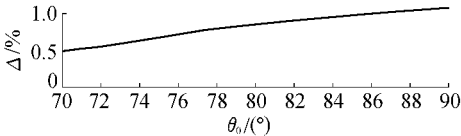


图 3 正常水深计算误差

3 计算步骤及应用举例

3.1 计算临界水深步骤

根据已知条件由式(3)(4)求 K 和 K^* ,确定是

由文献[7]或式(6)求得 β_K ; 由式(5)求得临界水深 h_K 。

3.2 计算正常水深步骤

根据已知条件由式(8)(9)求 P 和 P^* ; 由文献[8]或式(11)求得 β_n ; 由式(10)求得正常水深 h_n 。

3.3 算例^[4]

已知某 U 形断面渠道 $i = 0.001$, $n = 0.014$, $r = 1.0\text{ m}$, $\theta_0 = 80^\circ$, 求 $Q = 4.859\text{ m}^3/\text{s}$ 时水流是急流还是缓流。

3.3.1 临界水深

由式(3)(4)得 $K = \alpha Q^2 / (gr^5) = 2.4067$, $K^* = \left[\theta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right]^3 / (2 \sin \theta_0) = 0.9339$ 。

因为 $K > K^*$, 所以
 $C_1 = 0.1742\theta_0^3 - 0.7924\theta_0^2 + 1.1313\theta_0 + 0.3291 = 0.83806$
 $D_1 = -0.1044\theta_0^3 + 0.4063\theta_0^2 - 0.4901\theta_0 + 0.4533 = 0.27691$

由式(6)得

$$\beta_K = C_1 K^{D_1} = 1.069$$

由式(5)得

$$h_K = r\beta_K = 1.069$$

(精确解为 1.064, 误差为 0.448%)

3.3.2 正常水深

由式(8)(9)得 $P = nQ / (\sqrt[8]{ir^{\frac{8}{3}}}) = 2.1512$, $P^* = \left[\theta_0 - \frac{1}{2} \sin(2\theta_0) \right]^{\frac{5}{3}} / (2\theta_0)^{\frac{2}{3}} = 0.707481$ 。

因为 $P > P^*$, 所以
 $C_2 = -0.1842\theta_0^3 + 0.4657\theta_0^2 - 0.2385\theta_0 + 0.9369 = 1.0104$
 $D_2 = 0.2322\theta_0^3 - 0.6956\theta_0^2 + 0.8909\theta_0 + 0.0821 = 0.6020$

由式(11)得

$$\beta_n = C_2 K^{D_2} = 1.602$$

由式(10)得

$$h_n = r\beta_n = 1.602$$

(精确解为 1.600 m, 误差为 0.146%)
 $h_n > h_K$, 故此时水流状态为缓流。

4 结 语

a. 通过对 U 形渠道明渠均匀流方程和临界流方程恒等变形, 选择适当的变量并应用优化拟合原理, 得到了 U 形断面的正常水深和临界水深的显式公式。通过以上误差分析及实例计算表明显式计算公式具有形式较简洁、计算精度较高的特点, 方便工程设计人员在 U 形断面渠道工程设计中的直接使用。

b. 正常水深计算相对误差稍大, 还需进一步研究。

c. 目前本文研究的 U 形渠道定义域仅为中心半角取值范围 $\theta_0 \in [70^\circ, 90^\circ]$ 无量纲水深取值范围 $\beta \in (0, 2]$ 的情况, 今后要进一步研究适应范围更广的直接计算公式。

参考文献:

[1] 常发强. 偏离水力最佳断面渠道运行效益分析计算[J]. 水利水电科技进展, 2009, 29(3): 14-16.
[2] 杨复刚. 梯形渠道水力最佳断面应用浅析[J]. 水利经济, 2003, 21(4): 35-36.
[3] 陈平, 程吉林, 欧建锋. 梯形衬砌渠道边坡的优选方法[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2000, 28(5): 25-29.
[4] 张志昌, 李银才, 刘亚菲, 等. U 形渠道水力最优断面的计算[J]. 陕西水力发电, 2001, 17(2): 25-27.
[5] 陕西省水利水土保持局. U 形渠道[M]. 北京: 水利电力出版社, 1986.
[6] 吴持恭. 水力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.
[7] 李风玲, 文辉, 彭波. 圆形过水断面临界流的近似水力计算[J]. 人民长江, 2008, 39(11): 77-78.
[8] 文辉, 李风玲, 黄寿生. 圆管明渠均匀流的新近似计算公式[J]. 人民黄河, 2006, 28(2): 67-68.
(收稿日期: 2009-05-05 编辑: 方宇彤)

(上接第 51 页)

c. 综合比较分析, 建议主、副厂房的连接形式采用模型 α (地震动拉应力最小)。有条件时考虑将副厂房上、下游框架修改为框架-剪力墙结构或实体墙结构, 以提高其抗震性能。

参考文献:

[1] 董毓新. 中国水利百科全书: 水力发电分册[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
[2] 练继建, 王海军, 王日宣. 河床式水电站厂房结构动力特性研究[J]. 水利水电技术, 2004, 35(8): 37-40.

[3] 邹德兵, 张建海, 刘麟, 等. 土卡河水电站厂房坝段应力应变研究[J]. 水利水电科技进展, 2005, 25(1): 28-30.
[4] 党国强, 李守义, 鞠静春, 等. 河床式水电站厂房坝段动力分析[J]. 电网与水力发电进展, 2008, 24(3): 70-73.
[5] DL5073—2000 水工建筑物抗震设计规范[S].
[6] 陈厚群, 侯顺载, 杨大伟. 地震条件下拱坝库水相互作用试验研究[J]. 水利学报, 1989(7): 26-28.
[7] 马震岳, 董毓新. 水轮发电机组动力学[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2003.
[8] DL50011—2001 建筑抗震设计规范[S].
(收稿日期: 2009-04-27 编辑: 方宇彤)