

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2010.02.004

FRP 筋混凝土梁的挠度计算方法

张 鹏 ,邓朗妮 ,邓 宇

(广西工学院土木建筑工程系 ,广西 柳州 545006)

摘要 :在考虑不同的裂缝发展情况下曲率沿梁长度方向实际变化的基础上 ,提出采用“力矩面积法”计算 FRP 筋混凝土梁的挠度 ,给出了力矩面积第一定理及力矩面积第二定理的定义 ,绘制了荷载~挠度曲线。该方法克服了积分法与叠加法的不足 ,具有概念清楚、计算简单的特点。进行了 6 根 GFRP 筋混凝土简支梁的单调试验 ,将试验结果与计算结果进行对比 ,表明极限挠度值的计算结果与试验结果最大误差在 10% 以内 ,吻合良好。

关键词 :FRP 筋 混凝土梁 挠度计算 力矩面积法

中图分类号 :TU377.9 文献标识码 :A 文章编号 :1006-7647(2010)02-0014-03

Methods for deflection of concrete beams with FRP bars//ZHANG Peng , DENG Lang-ni , DENG Yu (*Department of Civil Engineering and Architecture , Guangxi University of Technology , Liuzhou 545006 , China*)

Abstract :Based on the consideration of actual change of curvature along the length of a beam under different crack development conditions , it was put forward to employ the moment-area method to calculate deflection of concrete beams with FRP bars. The definitions of the first and the second theorems of the moment area were proposed. The load-deflection curves were depicted. The proposed method overcame the deficiencies of the integration method and the superposition method and was of the advantages of clear concept and simple calculation. Monotonic loading tests on 6 concrete beams with FRP bars were carried out. A comparison between the test and calculated results shows that the maximum error of the limit deflection is smaller than 10% , and they exhibit good agreement.

Key words :FRP bar ; concrete beam ; deflection calculation ; moment-area method

纤维塑料筋(FRP 筋)由于具有抗腐蚀、高强、轻质等优异性能 ,已被公认为当今普通钢筋的最佳替代品。但由于 FRP 筋材料的弹性模量低、与混凝土的黏结强度低以及线弹性的应力-应变关系等特点 ,常常会导致其混凝土梁出现初始裂缝后刚度降低要比普通钢筋混凝土梁来得更为明显 ,且梁的不同截面其刚度也不一样 ,梁挠度偏大。因此 ,在进行 FRP 筋混凝土梁的挠度计算时必须考虑开裂前后梁各截面的实际曲率及刚度变化。按照现有的普通钢筋混凝土梁计算方法计算 FRP 筋混凝土梁的挠度时 ,计算值普遍偏小 ,并且计算方法欠方便 ,有必要针对 FRP 筋特殊的材料性能给出更为接近实际、更为简单的梁挠度计算方法^[1-5]。

1 力矩面积定理

求梁的弯曲变形 ,目前用得比较多的方法是积分法和叠加法。积分法比较直接 ,概念清晰 ,但弯矩

方程的分段越多 ,挠曲线微分方程也越多 ,积分常数随之增加 ,其计算过程冗长 ,实际应用颇为不便 ;而叠加法在计算时需要查表 ,有些情况还要进行刚化处理 ,计算起来也不太方便。笔者提出一种通过曲率图或者弯矩图来计算弯曲变形的方 法——力矩面积法 ,该方法具有比较直观、概念清晰、计算简单等特点。力矩面积定理可描述如下^[6] :①力矩面积第一定理 :在挠度曲线上任意两点切线之间的夹角大小等于这两点间曲率图的面积或者是两点间弯矩图的面积除以弯曲刚度。②力矩面积第二定理 :在挠度曲线上任意一点 A 处切线相对于另一任意点 B 之间的挠度大小等于这两点弯矩图的面积对右端点的静矩除以弯曲刚度 ,也可使用曲率图进行计算。

2 挠度计算

图 1 及图 2 为简支梁承受对称两点集中荷载作用时针对不同的裂缝开展阶段的曲率变化情况。根

据力矩面积定理,跨中挠度分3个阶段进行计算:开裂前,即 $0 \leq \varphi \leq \varphi_{cr}$;开裂时,即 $\varphi_{cr} < \varphi \leq \varphi_{c(a)}$;开裂后,即 $\varphi_{c(a)} < \varphi$ 。其中: φ 为曲率, φ_{cr} 为开裂曲率,其余符号意义见图2。

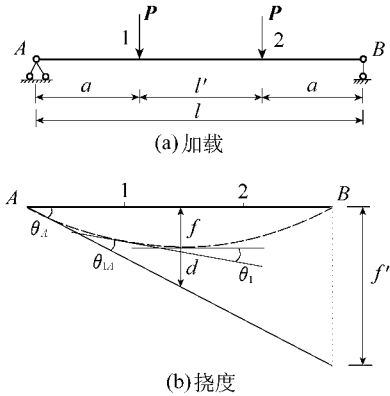


图1 加载及挠度示意图

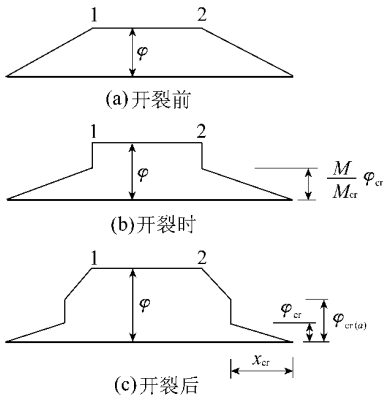


图2 开裂前后的曲率变化

2.1 开裂前

如图2所示,开裂前弯矩和曲率呈比例关系,其中 f 为挠度、 θ 为转角,其余符号意义见图2。因此,从支座到荷载作用点的曲率是按线性递增的,跨中挠度为

$$f = \frac{1}{2}f' - d \tag{1}$$

根据力矩面积第二定理:

$$f' = \varphi_{\text{area}} \frac{l}{2} \tag{2}$$

$$d = \left(\frac{1}{2}\varphi l'\right) \frac{l'}{4} + \left(\frac{1}{2}\varphi a\right) \left(\frac{l'}{2} + \frac{a}{3}\right) \tag{3}$$

其中 φ_{area} 可根据力矩面积第一定理计算:

$$\varphi_{\text{area}} = \varphi l' + 2\left(\frac{1}{2}\varphi a\right) \tag{4}$$

将式(2)(3)代入式(1)可得到

$$f = \frac{1}{2} \left[\varphi l' + 2\left(\frac{1}{2}\varphi a\right) \right] \frac{l}{2} - \left[\left(\frac{1}{2}\varphi l'\right) \frac{l'}{4} + \left(\frac{1}{2}\varphi a\right) \left(\frac{l'}{2} + \frac{a}{3}\right) \right] \tag{5}$$

2.2 开裂时

当弯矩达到开裂弯矩 M_{cr} 时,裂缝首先在等弯

矩段出现。当 $\varphi_{cr} < \varphi \leq \varphi_{c(a)}$ 时,曲率沿梁长度的变化如图2所示,假定从0到 $\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr}$ 以及从 φ_{cr} 到 $\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr}$ 是线性变化的, M_{cr} 为开裂弯矩,运用2.1节中同样的方法,根据力矩面积第二定理:

$$d = \left(\frac{1}{2}\varphi l'\right) \frac{l'}{4} + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr} \right) a \right] \left(\frac{l'}{2} + \frac{a}{3} \right) \tag{6}$$

又根据力矩面积第一定理:

$$\varphi_{\text{area}} = \varphi l' + a \left(\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr} \right) \tag{7}$$

将式(2)(6)(7)代入式(1)中,可得

$$f = \frac{1}{2} \left[\varphi l' + a \left(\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr} \right) \right] \frac{l}{2} - \left\{ \left(\frac{1}{2}\varphi l' \right) \frac{l'}{4} + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{M}{M_{cr}}\varphi_{cr} \right) a \right] \left(\frac{l'}{2} + \frac{a}{3} \right) \right\} \tag{8}$$

2.3 开裂后

曲率沿梁长度方向的变化如图2所示,根据试验结果,假定从0到 φ_{cr} 以及 $\varphi_{c(a)}$ 到 φ 是呈线性变化的。根据力矩面积第二定理:

$$\begin{aligned} d = & \left(\varphi \frac{l'}{2} \right) \frac{l'}{4} + \frac{1}{2} (\varphi - \varphi_{c(a)}) (a - X_{cr}) \cdot \\ & \left[\frac{l'}{2} + \frac{1}{3} (a - X_{cr}) \right] + \varphi_{c(a)} (a - X_{cr}) \cdot \\ & \left[\frac{l'}{2} + \frac{1}{2} (a - X_{cr}) \right] + \\ & \frac{1}{2} \varphi_{cr} X_{cr} \left(\frac{l'}{2} + a - \frac{2}{3} X_{cr} \right) \end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$X_{cr} = \frac{M_{cr}}{M} a \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{area}} = & \varphi l' + (\varphi - \varphi_{c(a)}) (a - X_{cr}) + \\ & 2\varphi_{c(a)} (a - X_{cr}) + \varphi_{cr} (a - X_{cr}) \end{aligned} \tag{11}$$

将式(2)(9)(11)代入式(1)中,可得

$$\begin{aligned} f = & \frac{1}{2} \left[\varphi l' + (\varphi - \varphi_{c(a)}) (a - X_{cr}) + \right. \\ & \left. 2\varphi_{c(a)} (a - X_{cr}) + \varphi_{cr} (a - X_{cr}) \right] \frac{l}{2} - \\ & \left(\varphi \frac{l'}{2} \right) \left(\frac{l'}{4} \right) - \frac{1}{2} (\varphi - \varphi_{c(a)}) \cdot \\ & (a - X_{cr}) \left[\frac{l'}{2} + \frac{1}{3} (a - X_{cr}) \right] - \\ & \varphi_{c(a)} (a - X_{cr}) \left[\frac{l'}{2} + \frac{1}{2} (a - X_{cr}) \right] - \\ & \frac{1}{2} \varphi_{cr} X_{cr} \left(\frac{l'}{2} + a - \frac{2}{3} X_{cr} \right) \end{aligned} \tag{12}$$

3 荷载~挠度曲线的绘制

按下列步骤绘制荷载~挠度曲线^[7]:①输入截

面尺寸及配筋面积等参数,如 $b, h, a_f', f_c, A_f, A_f'$;
②选择确定混凝土及 FRP 筋的应力 ~ 应变曲线 ;
③根据生产商的资料查找 FRP 筋的弹性模量值 ,并
计算混凝土的弹性模量值 ;④假定 ϵ_{cu} 的初始值 ;
⑤假定中和轴高度 x_c 的初始值 ;⑥分别计算曲率
 φ 、受拉 FRP 筋应变 ϵ_f 、受压 FRP 筋应变 ϵ_f' 、受拉混
凝土应变 ϵ_c 及受拉 FRP 筋的应变损失 ϵ_1 等值 ;
⑦计算截面内力值 ;⑧检查力的平衡方程是否满足 ,
若不满足则回到步骤⑤重新计算 ;⑨计算截面弯矩 ;
⑩检查应变值 ,若 $\epsilon_{cu} < 0.0035$ 或 $\epsilon_f < \epsilon_F$,则增加 ϵ_{cu}
值 ,并从步骤⑤开始重复上述计算步骤 ;⑪绘出弯矩
~ 曲率曲线 ;⑫按式 (5)(8)(12) 计算跨中挠度值及
荷载值 ;⑬得到荷载 ~ 挠度曲线。

4 与试验结果的对比

为与计算结果进行比较 ,共进行了 6 根玻璃纤
维增强塑料 GFRP 筋混凝土简支梁的抗弯静载试
验 ,试验与计算结果的对比如表 1 所示。以其中梁
3 为例 ,采用对称两点加载 ,截面尺寸为 250 mm ×
550 mm ,梁跨度为 4 700 mm ,受拉及受压区分别对称
配置 2 根 $\varnothing 10$ 的 GFRP 筋 ,实测 GFRP 筋的极限抗
拉强度为 710 MPa ,弹性模量为 45 GPa ,箍筋为
 $\varnothing 6 @ 120$,混凝土强度等级为 C30 ,图 3 给出了计算
曲线及试验曲线。可以看出 ,按笔者建议方法的计
算结果与试验结果吻合较好 ,证明了该方法的可行
性与有效性。

表 1 试验结果与计算结果对比

试验梁 编号	开裂荷载/kN		破坏荷载/kN		极限挠度/mm	
	试验值	计算值	试验值	计算值	试验值	计算值
L1	13	12	62	59	84	80
L2	14	16	13	15	110	116
L3	21	25	42	39	55	57
L4	13	10	98	109	63	59
L5	13	13	76	69	46	43
L6	15	16	47	49	43	47

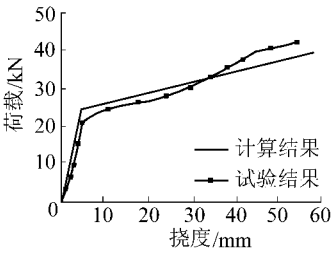


图 3 L3 号梁计算结果与试验结果对比

5 结 语

针对 FRP 筋混凝土梁开裂后刚度降低明显、挠
度大等特点 ,在充分考虑混凝土梁裂缝不同开展阶
段曲率实际变化的基础上 ,提出了一种运用力矩面

积定理计算 FRP 筋混凝土梁挠度的方法 ,该方法概
念清楚、计算简单 ,进行了 6 根 GFRP 筋混凝土简支
梁的单调试验 ,通过试验曲线与计算曲线的对比 ,表
明两者吻合良好 ,证明了笔者方法的可行性。

参考文献 :

[1] 张鹏 .FRP 筋混凝土梁受力性能的试验研究及理论分析
[D]. 南宁 :广西大学 ,2006.
[2] RIZKALLA N S. Partial bonding and partial prestressing using
stainless steel reinforcement for members prestressed with FRP
[D]. Kingston , Ontario , Canada : Department of Civil
Engineering ,Queen 's University 2000.
[3] TUNG D P. Tendon stress at failure in simply-supported ,
partially prestressed ,partially bonded concrete beams[D].
Kingston ,Ontario ,Canada :Department of Civil Engineering
Queen 's University ,1999.
[4] 陈瑛 ,乔胚忠 .CFRP -混凝土界面 4ENF 断裂试验研究
[J]. 河海大学学报 :自然科学版 ,2009 ,37(1) 96-98.
[5] 陈达 ,江朝华 ,张玮 ,等 .玻璃纤维增强塑料(GFRP)筋混
凝土梁斜截面受力性能[J]. 河海大学学报 :自然科学
版 ,2009 ,37(5) 534-536.
[6] 希伯特 .材料力学[M]. 北京 :电子工业出版社 ,2006.
[7] 张鹏 ,邓朗妮 ,邓宇 .FRP 筋混凝土梁受弯性能的全过程
分析方法[J]. 建筑技术 ,2009(12) 33-36.

(收稿日期 2009-03-30 编辑 :高建群)

· 简讯 ·

世界水日和中国水周

为了唤起公众的水意识 ,建立一种更为全面的
水资源可持续利用的体制和相应的运行机制 ,1993
年 1 月 18 日 ,第 47 届联合国大会根据联合国环境
与发展大会制定的《21 世纪行动议程》中提出的建
议 ,通过了第 193 号决议 ,确定自 1993 年起 ,将每年
的 3 月 22 日定为“世界水日” ,以推动对水资源进行
综合性统筹规划和管理 ,加强水资源保护 ,解决日益
严峻的缺水问题。同时 ,通过开展广泛的宣传教育
活动 ,增强公众对开发和保护水资源的意识。

2010 年 3 月 22 日是第 18 届“世界水日” ,3 月
22 ~ 28 日是第 23 届“中国水周”。联合国确定的
2010 年“世界水日”主题是“关注水质、抓住机遇、应
对挑战”(Communicating Water Quality Challenges and
Opportunities)。2010 年我国纪念“世界水日”和开展
“中国水周”活动的宣传主题为“严格水资源管理 ,保
障可持续发展”。

(本刊编辑部供稿)