

有效应力概念下瑞典条分法稳定安全系数公式讨论

卢廷浩^{1,2}, 高贵全³

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098 ;
2. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098 ; 3. 云南农业大学水利水电与建筑学院, 云南 昆明 650201)

摘要 针对有效应力概念下瑞典条分法计算土坡稳定安全系数公式目前存在 2 种形式所出现的不一致, 并且它们散见于不同版本的教材或著作与规范(规程)中存在概念含混的现象, 提出有必要进行讨论并期待尽早“定案”。研究表明现有的 2 种公式形式只有 1 种是合理的。依据基本概念分别从有效应力原理、瑞典法原思路、各土条的一致性及与重度替代法相匹配几个方面进行系统论证, 澄清概念, 阐述了作者的观点。最后讨论了公式的特征与运用情况。

关键词 土坡稳定安全系数 瑞典条分法 有效应力 安全系数计算公式

中图分类号 :TU432 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2011)02-0043-03

On formula for safety factor in Swedish slice method based on effective stress//LU Ting-hao^{1,2}, GAO Gui-quan³ (1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering ; Hohai University, Nanjing 210098, China ; 2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China ; 3. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Yunnan University of Agriculture, Kunming 650201, China)

Abstract : For slope stability, there currently are two different and contradictory formulae for safety factor in the Swedish slice method based on the effective stress. They can be found in many documents (including textbooks or stands and specifications etc.). In fact only one formula is reasonable. Because of ambiguity and suspicion for many years, they should be discussed and a correct conclusion should be drawn. Based on the fundamental concepts, one formula of them, which is correct, was proved from the aspects of the principle of effective stress, the primary thought of the Swedish slice method, the consistency of every slice and the substituting method for bulk density. Finally, the characteristics and application of the correct formula (Formula 3 in the paper) were discussed.

Key words : slope stability ; Swedish slice method ; effective stress ; formula for safety factor

1 问题缘起

自瑞典条分法计算土坡稳定安全系数问世以来, 得到广泛运用并被拓展。瑞典条分法(亦称简单条分法)计算土坡稳定安全系数公式起初是总应力概念下的, 安全系数公式形式为

$$F_s = \frac{\sum (c_i l_i + w_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i)}{w_i \sin \alpha_i} \tag{1}$$

其中 $w_i = \rho_i g h_i b_i = \sigma_i b_i$
式中: ρ_i 为土的密度; c_i, φ_i 分别为土条滑面上土的黏聚力和内摩擦角; b_i, h_i, l_i, α_i 分别为土条的宽度、中线高度、滑面长度和倾角, 且有 $l_i \cos \alpha_i = b_i$ 。

因瑞典条分法简单方便而应用广泛, 同时被推广拓展用于地震情况下拟静力法和有效应力概念下

计算土坡稳定安全系数。然而有效应力概念下, 目前存在如下 2 种形式的土坡稳定安全系数计算公式:

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (w_i \cos \alpha_i - u_i l_i) \tan \varphi'_i]}{\sum w_i \sin \alpha_i} \tag{2}$$

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (w_i - u_i b_i) \cos \alpha_i \tan \varphi'_i]}{\sum w_i \sin \alpha_i} \tag{3}$$

式中: c'_i, φ'_i 分别为滑面上土条的有效黏聚力和有效内摩擦角; u_i 为土条孔压。

式(2)、式(3)计算的 F_s 显然不同, 但又同时被引用, 可见于不同版本的教材、著作或规范(规程)中, 存在不一致的矛盾现象。例如文献[1-5]运用了式(2)的形式, 文献[6-8]用的是式(3)的形式, 或它们的拓展形式。为便于比较, 将式(2)改写如下:

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + \left(w_i - \frac{u_i b_i}{\cos^2 \alpha_i} \right) \cos \alpha_i \tan \varphi'_i]}{\sum w_i \sin \alpha_i} \quad (4)$$

式(2)与式(3)的根本区别是 式(2)先将土条总竖向力分解投向法向再减去滑面上的总孔压,从而求土条滑面上总有效法向力 N'_i ; 式(3)是将土条总竖向力先减去总竖向孔压,再分解到滑面法向上求总有效法向力 N'_i 。孰是孰非? 针对目前存在的这2种形式的公式,所面临的问题是:①教师职责所在,教学中如何向学生解说? ②如果要用有效应力概念下的瑞典条分法计算具体土坡稳定安全系数,该选择哪种形式的公式才合理? 这样的问题在同行和学生中早已存疑,也有相互切磋探讨,但因缺少系统认证,未有谁说服谁。笔者存疑多年后逐步理清概念,提出认可公式(3)的观点。本文依据基本概念从有效应力原理等几个方面进行认证,以作引玉之砖,希望能够统一概念“说服”同行,尽早有个“定案”。

2 观点支撑讨论

2.1 从有效应力原理推演而论

土条的几何参数及孔压已知,土条越是细分其 h_i 和 u_i 精度越高。根据有效应力原理,代表滑动面上该土条中点有效应力概念下的抗剪强度为 $\tau_{fi} = c'_i + \sigma'_i \tan \varphi'_i$, 式中 σ'_i 是法向有效应力, $\sigma'_i = \rho_i g h_i - u_i$ 。那么式(1)分子中的第2项关于摩擦分量 $w_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i$ 的部分在有效应力概念下则相应为

$$\sigma'_i b_i \cos \alpha_i \tan \varphi'_i = (\rho_i g h_i - u_i) b_i \cos \alpha_i \tan \varphi'_i \quad (5)$$

式(5)中 $\rho_i g h_i - u_i$ 是竖向有效应力, $(\rho_i g h_i - u_i) b_i \cos \alpha_i$ 是滑面上总有效法向力 N'_i , 即先求竖向总有效力再在滑面上分解,而 $(\rho_i g h_i - u_i) b_i \cos \alpha_i \tan \varphi'$ 是滑面上总的有效摩擦分量。因此,在有效应力概念下土坡的稳定安全系数计算公式即为式(3)。

分析式(2),其中的 $w_i \cos \alpha_i$ 是分解到土条斜面上的总法向力,值得注意的是 w_i 为总竖向力,其中包含孔压部分, $u_i l_i$ 是土条斜面上的总孔压, $w_i \cos \alpha_i$ 与 $u_i l_i$ 相减的结果不是 N'_i , 再者式(4)中显示的 $(w_i - u_i b_i / \cos^2 \alpha_i)$ 不能用有效应力原理解释,不像式(3)那样概念明确、表达直观,说明式(2)的概念出了问题。

2.2 就瑞典法原思路而论

总应力概念下的瑞典条分法土坡稳定安全系数公式(式(1))中 $w_i = \rho_i g h_i b_i$ 是总竖向力。因此该法的原思路是先求 w_i , 再分解到滑面上,从而表达出土条抗滑力的摩擦分量 $w_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i$ 。有效应力概

念下滑动面上整个土条在底面处用同一个 u_i , 因此,也应先计算竖向有效力,然后再分解计算总有效法向力 N'_i , 从而得到滑动面上的有效抗滑摩擦分量才合理,于是得到式(5)。这样式(3)与总应力概念下原思路相一致。

有效摩擦分量还可理解为 $\sigma'_i b_i \cos \alpha_i \tan \varphi'_i = (w_i / b_i - u_i) b_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i$ 。如此也说明其与瑞典条分法原先总应力概念下推求公式的思路一致。

也许会有人认为毕肖普法用的是滑动面法向的总孔压 $u_i l_i$ 计算的。不错,在力矢图上的确是这样表达的。但仔细考察会发现由于该法在建立整体安全系数时土条界面两侧水平力所产生的力矩相互抵消,实际上最终仅运用了土条竖向力平衡条件表达出 N'_i , 计算 F_s 的公式中土条水平力平衡条件并没有体现,因而在竖向力平衡式中实际上出现的土条总孔压值仍然是 $u_i l_i \cos \alpha_i = u_i b_i$, 其方向与竖向的 $\rho_i g h_i$ 一致,就是说毕肖普法土条总孔压实际上也是按 $u_i b_i$ 计算的。若只运用竖向力平衡条件推求稳定安全系数必然得到这样的结果。

也许还有人认为,在 Morgenstern-Price、陈祖煜等普遍条分法中用的是土条底斜面上的总孔压,这恰恰提示人们应该注意到瑞典法、毕肖普法与普遍条分法思路的差异: 普遍条分法中运用了土条水平力平衡条件,而瑞典法、毕肖普法实际上只考虑土条竖向力平衡条件。

2.3 从各土条的一致性而论

图1是被划分为若干土条的某土坡(土条宽度 $b_i = b$), 显然每个土条的底面倾角 α_i 不同, α_i 不同的土条即表示土条底部滑面的 l_i 不等。取土条2与土条7为例, 设这2个土条有相同的 $h_i, b_i, \rho_i, u_i, \tan \varphi'_i$, 土条7的 α_i 值很大, 若运用式(4), 那么这个土条的总孔压 $u_i b_i / \cos^2 \alpha_i$ 的计算值可能很大, 而计算的 $(w_i - u_i b_i / \cos^2 \alpha_i)$ 值就可能很小, 这时孔压的水平分力就表现出很大的侧向力。当滑坡体上面土条的 α_i 值很大甚至接近 90° 时, 表现出很大的侧向

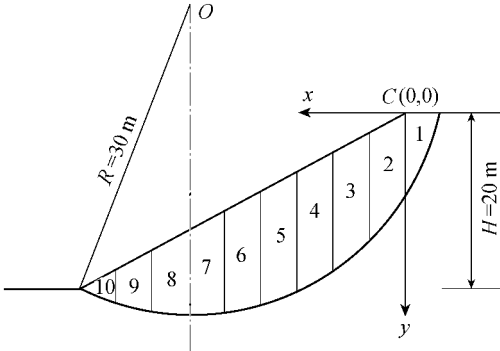


图1 划分若干土条的土坡

力,计算出的 $(w_i - u_i b_i / \cos^2 \alpha_i)$ 值甚至会小于零。由于瑞典法未考虑土条水平平衡条件,因此如果应用式(4)就表现出明显的不合理。说明式(2)不符合瑞典法的原先思路,而应用式(3)则是合理的。

2.4 与渗流情况下重度替代法匹配而论

重度替代法求土坡稳定安全系数的公式也是瑞典条分法拓展运用的一例。渗流情况下,本来应该先计算渗流力,再求 F_s ,见图2(a)。为了简化计算,根据有效应力+渗流力=总应力+边界面力的等效原理,推出了在瑞典法基础上考虑渗流条件的人所共知的重度替代法计算土坡稳定安全系数的近似公式:

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (\rho_i g h_{1i} + \rho'_i g h_{2i} + \rho'_i g h_{3i}) b_i \cos \alpha_i \tan \varphi']}{\sum (\rho_i g h_{1i} + \rho_{\text{sat}i} g h_{2i} + \rho'_i g h_{3i}) b_i \sin \alpha_i} \quad (6)$$

式中: $\rho_{\text{sat}i}, \rho'_i$ 分别为第 i 土条的饱和密度及有效密度。式(6)中分子也是竖向力先减去孔压再分解到法向的,见图2(b)(c)。可见对于式(6)只有式(3)才与之匹配。当然,根据渗流等势线分析,重度替代法中由于 $h_{2i} \neq h_{wi}$ (h_{wi} 是根据渗流等势线确定的土条孔压水头),因此该法是近似的,这是另外一个问题了。

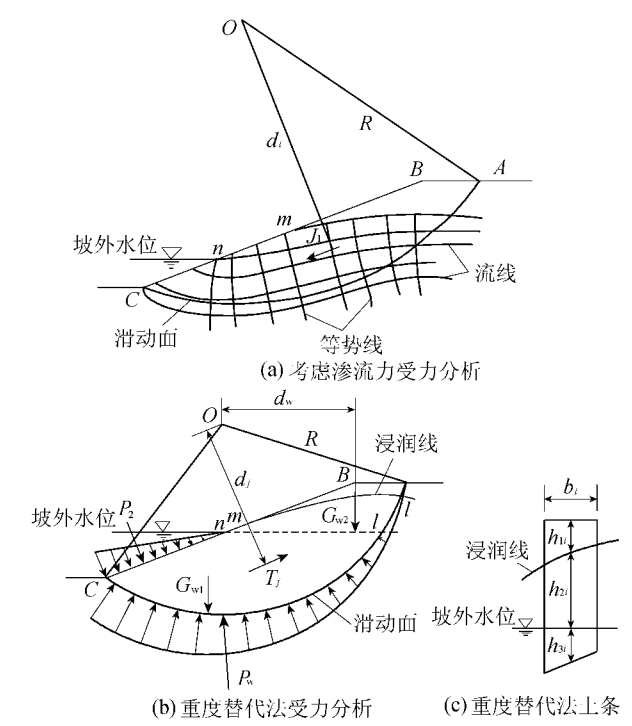


图2 重度替代法受力分析示意图

3 公式(3)的运用与拓展

公式(3)应该有正确的理解和运用,其中的孔压 u 应该是超静孔压。土石坝(堤)施工期可能产生超静孔压 u ,式(3)可应用于验算其稳定性。式中 $u_i =$

$\gamma_u \sigma_{1i} = \gamma_u \rho_i g h_i$ 。其中 γ_u 称为孔隙应力比,可以通过试验测定。

$$\gamma_u = B \left[1 - (1 - A) \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right) \right] \quad (7)$$

如果将式(3)运用于计算渗流情况下的土坡稳定安全系数,则式(3)中的 u (相对于渗流之前这里 u 是‘超静’的)应该是土条的总孔压减去对应土条底面中点处坡外水位的孔压(静孔压),同时式中 w_i 在坡外水位以下即 h_{3i} 范围应该用浮密度 ρ' ,而 h_{2i} 和 h_{1i} 的范围应该分别用 ρ_{sat} 和 ρ 计算。则式(3)可改写为

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (\rho_i g h_{1i} + \rho_{\text{sat}i} g h_{2i} + \rho'_i g h_{3i} - u_i) b_i \cos \alpha_i \tan \varphi']}{\sum (\rho_i h_{1i} + \rho_{\text{sat}i} g h_{2i} + \rho_i g h_{3i}) b_i \sin \alpha_i} \quad (8)$$

这里有必要说明:‘静’孔压与‘超静’孔压存在相对状态的概念。堤坝刚形成稳定渗流的情况下相对于渗流之前的孔压是‘超静’的,这是必须演算稳定安全的堤坝运行工况之一;一直处于稳定渗流的长期工作状态时则视为‘静’孔压,而当库水位骤降时相对于一直处于稳定渗流工作状态而言所产生的孔压又是‘超静’的,这也是必须演算稳定安全的堤坝运行的重要工况之一。

式(8)与重度代替法公式(式(6))是等价的。如果能够较准确地知道渗流引起的超静孔压 u 的分布,即可用式(8)计算渗流条件下的 F_s 。与式(8)相比,式(6)概念更明确,理论表达也更加合理。当然,运用式(6)会更简便一些,但如前所述其较之式(8)由于 $h_{2i} \neq h_{wi}$ 则多了一层近似。

参考文献:

[1] 松岗元.土力学[M].罗汀,姚仰平,译.北京:中国水利水电出版社,2003:219-220.
 [2] 殷宗泽.土工原理[M].北京:中国水利水电出版社,2007:411.
 [3] 卢廷浩.土力学[M].2版.南京:河海大学出版社,2005:245.
 [4] SL274-2001 碾压式土石坝设计规范[S].
 [5] SL203-1997 水工建筑物抗震设计规范[S].
 [6] DZ0240-2004 滑坡防治工程设计与施工技术规范[S].
 [7] 卢廷浩.土力学[M].北京:高等教育出版社,2010:235.
 [8] 赵明华,俞晓.土力学与基础工程[M].武汉:武汉理工大学出版社,2000:148.

(收稿日期 2010-07-06 编辑 高建群)