

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2011.04.008

基于傅抱璞公式的 Budyko 假说在月尺度上推导及其应用

柯婷婷,束龙仓,焦莹,任化准

(河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要 在 Budyko 假设的基础上,充分考虑土壤蓄水量的影响,利用量纲分析和数学推导,构造出基于傅抱璞公式的 Budyko 假设模型的蒸散发计算公式,并且运用改进前后的模型模拟京杭大运河后营水文站流域蒸散发过程,拟合了模型中的参数。验证结果表明:改进后的 Budyko 水热耦合模型模拟精度更高,可以用来预测实际蒸散发值,该模型具有一定的适用性,值得推广。

关键词 Budyko 假设;傅抱璞公式;月蒸散发;后营水文站

中图分类号 TV11 **文献标识码** A **文章编号** 1006-7647(2011)04-0038-03

Derivation and application of Budyko framework based on Fu 's equation at monthly time scale//KE Ting-ting, SHU Long-cang, JIAO Ying, REN Hua-zhun (State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : According to the Budyko framework and fully considering the impact of soil water storage, an equation of evapotranspiration for the Budyko framework based on Fu 's equation was established by means of dimensional analysis and mathematical derivation. The original and modified models were employed to simulate the evapotranspiration processes in the river basin at Houying hydrologic station of Beijing-Hangzhou Grand Canal. The model parameters are fitted. The resultsshow that the modified Budyko model of coupled water-energy has higher simulation precision and can be adopted to estimate the actual evapotranspiration. It is applicable and should be popularized.

Key words : Budyko framework ; Fu 's equation ; monthly evapotranspiration ; Houying Hydrologic Station

蒸散发是流域水量循环的重要环节^[1],研究蒸散发规律对于深入认识水文循环机理、正确理解水量分配、合理利用水资源等具有十分重要的意义^[2-5]。为了理解水量平衡和气候的关系,Budyko^[6]认为一个流域的多年平均蒸散发主要由降雨和蒸散发能力决定,此即 Budyko 假设。基于该假设,Milly^[7-8],Koster 等^[9]以及 Zhang 等^[10]分别验证了该假设的合理性,都相应地得出在多年平均尺度中影响水量平衡的主要因素是降水和蒸散发能力的结论。孙福宝等^[11]、韩松俊等^[12]、杨汉波等^[13]将 Budyko 假设应用于我国流域,同样证实了该假设的合理性。但是以上研究都是基于年尺度上的,认为蒸散发量只与降水量的多少有关,忽略了土壤蓄水量对蒸散发的影响。为了研究气候变化或异常对水文水资源的影响,有些时候必须从月尺度上考虑蒸散发的研究规律^[9,14],此时 Budyko 假设并不一定可以适用于小时间尺度上,如在月尺度上降水量为零,而蒸散发量 E 不可能为零。

笔者在 Budyko 假设的基础上,考虑土壤蓄水量的影响,基于傅抱璞公式推导出适用于小时间尺度上的蒸散发计算公式。利用京杭大运河后营水文站流域降雨径流资料对该改进的模型进行参数率定验证,结果表明,改进后的模型对流域的蒸散发过程有更好的拟合效果,模拟精度更高。

1 Budyko 假设模型

对流域多年平均尺度而言,流域水量平衡和能量平衡可以表示为^[11]

$$\bar{P} = \bar{Q} + \bar{E} \quad \bar{R}_n = \bar{\Phi} + \bar{H} \tag{1}$$

其中

$$\bar{\Phi} = \lambda \bar{E}$$

式中 $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{E}$ 分别为流域多年平均降水量、径流量和蒸散发量; $\bar{R}_n, \bar{\Phi}, \bar{H}$ 分别为流域多年平均的年净辐射量、潜热通量和显热通量; λ 为液态水的汽化潜热,通常认为是一常数。

Budyko 认为均衡水量平衡方程式主要由可用水量 and 大气需求量控制,其中可用水量近似用降水

量来代替,大气需求量近似由最大蒸散发代替,即蒸散发能力。其给出了一个半经验公式,即

$$\frac{E}{P} = F\left(\frac{E_0}{P}\right) \quad (2)$$

式中: F 为假定的适用于所有流域的普定函数。

傅抱璞^[15]在 Budyko 假设的基础上通过量纲分析和数学推导给出了式(2)的解析表达式:

$$\frac{E}{P} = 1 + \frac{E_0}{P} - \left[1 + \left(\frac{E_0}{P}\right)^\omega\right]^{\frac{1}{\omega}} \quad (3)$$

式中: E 为蒸散发量; P 为降水量; E_0 为蒸散量能力; ω 为表示蒸散发效率的参数。

2 改进的 Budyko 假设模型

对于较小的研究尺度而言,流域水量平衡模型可表示为

$$P(t) = Q_d(t) + E(t) + S(t) - S(t-1) + G(t) \quad (4)$$

式中: $P(t)$ 为时段降水量; $Q_d(t)$ 为直接径流量; $E(t)$ 为时段蒸散发量; $S(t)$ 为某时刻的土壤含水量; $S(t-1)$ 为上一时刻的土壤含水量; $G(t)$ 为地下水补给量。

Budyko 假设模型反映的是蒸散发是降水量的函数,从式(3)可以看出其只考虑了降水对蒸散发的影响,然而许多研究表明土壤含水量对蒸散发也存在不同程度的影响,所以 Budyko 假设模型不一定适用,有必要对该模型进行合理的改进。

首先设 $L(t) = E(t) + S(t) - S(t-1)$,则式(4)可以达为 $P(t) = Q_d(t) + L(t) + G(t)$,同时设 $L_0(t) = E_0(t) + S_{\max}(t) - S(t-1)$,其中 $L(t)$ 为降水滞留量, $L_0(t)$ 为最大滞留能力, $S_{\max}(t)$ 为最大的土壤含水量。

滞留量随降水的增加率 $\frac{\partial L}{\partial P}$ 可以表示为 L_0, L 和 P 的函数,滞留量随滞留能力的增加率 $\frac{\partial L}{\partial L_0}$ 可以表示为 P, L 和 L_0 的函数,根据量纲分析的 π 定理及量纲的和谐原理,有如下函数表达式:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial P} = f(L_0, L, P) = f\left(\frac{L_0 - L}{P}\right) = f(x) \\ \frac{\partial L}{\partial L_0} = \varphi(P, L, L_0) = \varphi\left(\frac{P - L}{L_0}\right) = \varphi(y) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $x = \frac{L_0 - L}{P}$ $y = \frac{P - L}{L_0}$

式中: f, φ 分别为待定函数。

类似于文献[13],最后推导出

$$L = L_0 + P - (L_0^\omega + P^\omega + k)^\frac{1}{\omega} \quad (6)$$

$$E = L(t) - (S(t) - S(t-1)) \quad (7)$$

式(7)即为改进后的 Budyko 假设模型。改进后的模型有 2 个参数 k 和 ω (k 可以理解为土壤调蓄系数),可以通过人工调试和自动寻优来率定。利用式(7),根据土壤含水量的变化可以求得不同时期内的蒸散发值。

3 实例分析

运用改进前后的模型模拟京杭大运河后营水文站流域水文过程。该站属于大陆性季风气候区,流域蒸发量多年平均值为 792.8 mm,降水量多年平均值为 678.5 mm。蒸散发模拟时间为 2001—2008 年,选择 2001—2006 年作为模型率定期,2007—2008 年作为模型检验期,模拟流域的蒸散发过程。

3.1 流域蒸散发能力的确定

为了利用式(7)计算蒸散发量,首先必须确定流域的蒸散发能力 E_0 ,但通常情况下蒸散发能力难以直接通过观测得到,因此,采用间接分析方法就成为确定蒸散发能力的主要途径。

由于流域蒸散发能力与水面蒸发有密切的联系,而水面蒸发一般可以通过蒸发皿来直接观测,因此,根据水面蒸发资料来确定流域蒸散发能力在实用中受到广泛的关注,一般的表达式为

$$E_0 = \varphi E \quad (8)$$

E 通常是通过 E601 型蒸发皿观测得到的,根据中国的经验,对于湿润地区, $\varphi = 1$,但是由于在实际观测中某些因素的制约,会采用 20 cm 口径蒸发器进行观测。根据当地的经验,取 $\varphi = 0.65$ 。

3.2 流域实际蒸散发

目前有很多的计算公式都可以用来计算流域实际蒸散发。通常情况下,用蒸发皿的观测数据来确定蒸散发量的方法得到了很好的应用,其通过乘以一个衰减系数来确定流域实际蒸散发量。1911 年 Ol'dekop 提出了计算流域实际蒸散发量的方法^[5]:

$$E(t) = E_p(t) \tanh \frac{P(t)}{E_p(t)} \quad (9)$$

式中: $E_p(t)$ 为蒸发皿观测到的数据。

3.3 初始土壤含水量的确定

根据水量平衡方程式,忽略其产流,可以建立土壤水分含量关系式:

$$S(t) = P(t) - E(t) - S(t-1) \quad (10)$$

根据式(8)可以看出,初始土壤含水量对整个模型的模拟效果起决定性的作用,所以如何确定初始土壤含水量就显得相当重要。本研究主要按照如下方式来确定土壤的初始含水量:假定土壤含水量以 1 年为 1 个循环周期,即 $S(0)$ 与 $S(12), S(24)$ 等都

有关系,可以采用如下表达式来近似确定土壤的含水量^[5] :

$$S(0) \approx \sum_{j=1}^m \frac{S(j \times 12)}{m} \quad m = \frac{N}{12} \quad (11)$$

式中 : m 为校正期的时段长度。

根据本研究区的概况,可以假定初始土壤含水量为 4.2 ~ 10 mm。

3.4 目标函数的确定

改进前后的模型均采用式(12)作为参数率定的目标函数(用 O 表示), O 越小,率定结果越优。

$$O = \lambda (1 - r) + (1 - \lambda) |\Delta_{RE}| \quad (12)$$

式中 : λ 为权重系数,本文中取 $\lambda = 0.5$; r 为月蒸散发量确定性系数 ; Δ_{RE} 为蒸散发总量相对误差。

3.5 模拟结果

根据京杭大运河后营水文站 2001—2006 年的月降水量、月实际蒸散发量、土壤含水量和月潜在蒸散发量,通过 Matlab 非线性拟合出式(6)中的参数,得到 $\omega = 1.9278, k = 14.542$ 。图 1 给出了 E_0/P 和 E/P 之间的关系,从图中可以发现 E_0/P 和 E/P 呈现出和 Budyko 假设类似的规律曲线,说明式(6)的推导有一定的可信度。根据拟合出的参数值,得出逐月实际蒸散发值和计算出的蒸散发值有很好的相关性,见图 2。表 1 给出了模型改进前后相关参数的对比结果。从表 1 中可以看出,改进后的模型不论是率定期还是验证期的确定性系数和相对误差都比改进前有所提高。图 3 给出了模型改进前后的蒸散发模拟过程。

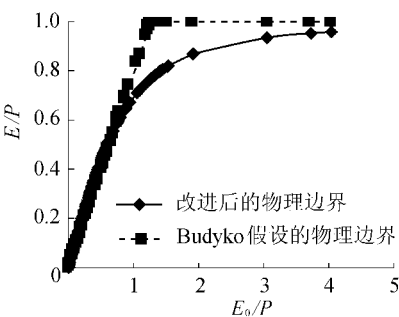


图 1 E_0/P 与 E/P 的关系

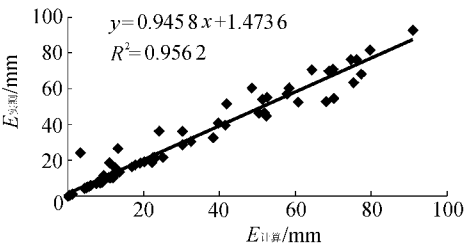


图 2 率定期蒸散发量观测值与计算值关系

从图 3 可以发现 :改进后的蒸散发过程相对于改进前更接近于实测的蒸散发过程 在降水量比较

表 1 模型改进前后参数结果与精度指标

模型	模型参数		率定期精度指标		验证期精度指标	
	ω	k	r	$\Delta_{RE}/\%$	r	$\Delta_{RE}/\%$
改进前	1.9343		0.753	5.30	0.826	5.70
改进后	1.9278	14.542	0.906	0.50	0.938	0.41

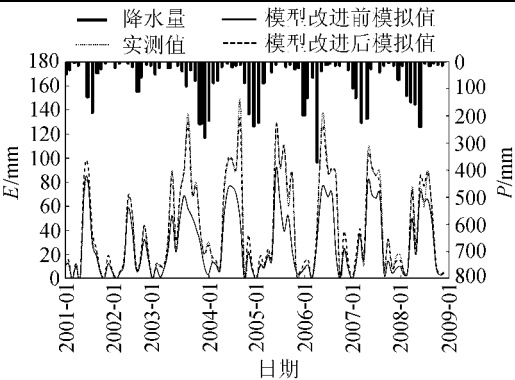


图 3 模型改进前后模拟结果对比

大的时候,模型改进前的模拟误差较大,主要原因是在丰水期降水量比较大,相应的土壤含水量也会增大,蒸散发随着土壤含水量的增加而增加,当达到最大持水量时将按照蒸散发能力蒸发,所以其值比不考虑土壤蓄水作用的时候偏大。

4 结 语

在 Budyko 假设的基础上考虑了土壤含水量的调蓄作用,利用傅抱璞公式推导出基于月尺度上的蒸散发模型,并将该模型应用于京杭大运河后营水文站流域水文过程模拟,拟合出模型的参数值,模拟精度在一定允范围之内。同时用水面蒸发量直接代替潜在蒸发量,不需要太多的气象因子,使模型在资料缺乏的地区同样可得到很好的应用。笔者认为所建立的流域水热耦合平衡模型对水文资料不足或无资料地区的水量平衡预报及水资源评价等具有潜在的应用价值。

参考文献 :

[1] 芮孝芳.水文学原理[M].北京:中国水利水电出版社,2004.
[2] 熊立华,郭生练,王渺林,等.两参数月水量平衡模型的研制及应用[J].水科学进展,1996,7(增刊):80-86.
[3] 胡庆芳,王银堂,刘克临,等.基于改进的两参数月水量平衡模型的月径流模拟[J].河海大学学报:自然科学版,2007,35(6):638-642.
[4] 王纲胜,夏军,万东晖,等.气候变化及人类活动影响下的潮白河月水量平衡模拟[J].自然资源学报,2006,21(1):86-91.
[5] XIONG Li-hua, GUO Sheng-lian. A two-parameter monthly water balance model and its application [J]. Journal of Hydrology, 1999, 216(1/2): 111-123.

(下转第 81 页)

式中： E_1, E_2 分别为跃前、跃后断面的水流总能量； ΔE_j 为水跃段（消力池段）的消除能量； h_1, h_2 分别为跃前、跃后断面的水深； A_1, A_2 分别为跃前、跃后断面面积； d 为消力池池深。

从表 4 中可以看出，方案 6 的消能率比原设计方案高，一方面是因为下泄水流在遇到分流趾墩时将水流横向分割，坎上水流呈挑射之势，坎下顺势而下，使水流在进入消力池前就进行了充分扩散，实现了水流的剧烈混掺流态；另一方面是布设在消力池中的消力墩对行进水流再次进行阻滞、碰撞消能。方案 6 提高了消能效果，其消能效率达到了 50.52%~52.85%。

3 结 语

新疆维吾尔自治区库马拉克河小石峡水电站溢洪道消力池设计方案试验结果表明，消力池段在通过设计流量 30 年一遇洪水 1 856.20 m³/s 时，池内水流紊乱，水跃前后波动剧烈，水流大量溢出，原设计方案的边墙高度、池长均不能满足过流要求。笔者通过多组次试验研究，对其消力池结构形式进行了优化，并得出以下结论：

a. 原设计方案的池长、边墙高度不足，增加消力池池长和边墙高度可以满足宣泄设计流量的要求，但是工程造价随之增加，而且池内水流脉动较大，可能引起建筑物震动破坏；另外边墙高度过高时对工程地质条件要求较高，增加了修建挡土墙的难度。所以增加池长和边墙高度并不是优选方案。

b. 单独设置辅助消能工——消力墩可明显缩短消力池池长，但是对于改善消力池中的水流流态、降低跃后水深无能为力，当消力池入口流速较大时，

可能会引起消能工的空蚀破坏。

c. 减小消力池池深、设置消能坎、安装分流趾墩联合消力墩的综合消力池可有效改善消力池内的水流流态、降低跃后水深、缩短消力池长。因此，在保证一定消能率的前提下，采用该方案可有效缩短池长，降低边墙高度，节省工程造价，试验结果可为优化工程设计及其他同类工程优化消力池提供参考。

参考文献：

[1] 黄秋君,吴建华.收缩式消能工的研究现状及进展[J].河海大学学报:自然科学版,2008,36(2):219-223.
[2] 张宗孝,郭雷,谭立新.消能井内消能工直径优化试验[J].水利水电科技进展,2008,28(5):54-57.
[3] 王承恩,张建民,李贵吉.阶梯溢洪道的研究现状及展望[J].水利水电科技进展,2008,28(6):89-93.
[4] 陈忠儒,陈义东.窄缝式消能工的水力特性及其体型研究[J].水利水电科技进展,2003,23(2):25-29.
[5] 姜绍撑.高岭头二级电站拱坝溢洪道设计[J].河海大学学报:自然科学版,2002,30(S1):12-14.
[6] 花立峰.辅助消能工的水力特性及在闸下低佛氏数水跃消能中的应用[J].水利水电工程设计,2009(1):42-44.
[7] 李建中,宁利中.高速水力学[M].西安:西北工业大学出版社,1994:55-75.
[8] 罗周,罗肇烽.平台扩散水跃消能及辅助消能工在溢洪道上的应用[J].人民珠江,1995(3):29-34.
[9] 李炜.水力计算手册[M].北京:中国水利水电出版社,2006:131-134.
[10] SD 133—1984 水闸设计规范[S].

(收稿日期 2010-12-20 编辑 方宇彤)

(上接第 40 页)

[6] BUDYKO M I. The heat balance of the earth's surface[M]. Washington, D. C.: US Department of Commerce, 1958.
[7] MILLY P C D. An analytic solution of the stochastic storage problem applicable to soil water[J]. Water Resources Research, 1993, 29(11):3755-3758.
[8] MILLY P C D. Climate, soil water storage, and the average annual water balance[J]. Water Resources Research, 1994, 17(1/2):2143-2156.
[9] KOSTER R D, SUAREZ M J. A simple framework for examining the inter-annual variability of land surface moisture fluxes[J]. Journal of Climate, 1999, 12(7):1911-1917.
[10] ZHANG L, POTTER N, HICKET K. Water balance modeling over variable time scales based on the Budyko framework-modeled development and testing[J]. Journal of Hydrology, 2008, 360(1/2/3/4):117-131.

[11] 孙福宝,杨大文,刘志雨,等.基于 Budyko 假设的黄河流域水热耦合平衡规律研究[J].水利学报,2007,38(4):409-416.
[12] 韩松俊,胡和平,田富强.基于水热耦合平衡的塔里木盆地绿洲的年蒸散发[J].清华大学学报:自然科学版,2008,48(12):2070-2073.
[13] 杨汉波,杨大文,雷志栋.任意时间尺度上的流域水热耦合平衡方程的推导与验证[J].水利学报,2008,39(5):610-617.
[14] MAAYAR M E, PRICE D T, CHEN J M. Simulating daily, monthly and annual water balances in a land surface model using alternative root water uptake schemes[J]. Advances in Water Resources, 2009, 32(9):1444-1459.
[15] 傅抱璞.论陆面蒸发的计算[J].大气科学,1981,5(1):23-31.

(收稿日期 2010-11-19 编辑 高建群)