

DOI :10.3880/j. issn. 1006-7647. 2011. 04. 015

垂向平均含沙量计算方法初探

董德信¹ 李瑞杰² 陈 波¹ 张文虎² 潘锡山²

(1. 广西科学院 , 广 西 南 宁 530007 ; 2. 河海大学海岸灾害及防护教育部重点实验室 , 江 苏 南 京 210098)

摘要 : 从 2 种悬沙垂向分布公式出发 , 结合对数流速分布公式 , 导出 2 种常见垂向平均含沙量计算方法的比值关系表达式。讨论了 2 种方法的区别与联系 : 两者不一定相等 , 比值可以大于 1 , 也可以小于 1 , 当近底相对水深稍大(如大于 0.01) 时加权平均含沙量小于算术平均含沙量 , 与实际相符。2 种垂向平均含沙量的差异主要由悬沙及流速垂向分布不均匀性引起。对 2 种方法的实际应用情况进行了初步分析。

关键词 : 垂向平均含沙量 ; 加权平均 ; 算术平均 ; 悬浮指标 ; 近底相对水深

中图分类号 : P333.4 文献标识码 : A 文章编号 : 1006-7647(2011) 04-0065-04

Preliminary discussion about methods for calculation of vertical average suspended sediment concentration // DONG De-xin¹ , LI Rui-jie² , CHEN Bo¹ , ZHANG Wen-hu² , PAN Xi-shan² (1. Guangxi Academy of Sciences , Nanning 530007 , China ; 2. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence , Ministry of Education , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Based on the two formulae for the vertical distribution of suspended sediment and the logarithmic formula for the velocity distribution , the ratio expressions for two common methods to calculate the vertical average sediment concentration were derived. The differences and relations between the two methods were discussed : they were not necessarily equal , and the ratio might be larger or smaller than 1. When the relative depth of near bed was slightly larger(e. g. , larger than 0.01) , the weighted average sediment concentration was less than the arithmetic average sediment concentration , which agreed with the actual situation. The differences between the two vertical average sediment concentrations were mainly caused by the uneven vertical distribution of velocity and suspended sediment. Applications of the two methods were preliminarily analyzed.

Key words : vertical average sediment concentration ; weighted average ; arithmetic average ; suspension index ; relative depth of near bed

垂向平均含沙量是泥沙理论研究与实践的重要内容之一。冲淤平衡状态下的垂向平均含沙量即为水流挟沙力 , 而挟沙力是研究泥沙输运、底床冲淤演变的基础 , 同时 , 垂向平均含沙量也与悬移质输沙率密切相关。常用的垂向平均含沙量计算方法主要有 2 种 , 即基于加权平均与算术平均的方法。由于不注意计算方法上的区别 , 导致这 2 种垂向平均含沙量常发生混用 , 因此有必要从理论及方法上探讨两者之间的关系 , 对理清概念上的混乱不无益处。

首先从泥沙垂向扩散方程出发 , 通过推导 2 种悬沙垂向分布公式并结合对数流速分布公式 , 导出 2 种常见的垂向平均含沙量比例关系式 , 并对它们的区别与联系进行初步探讨 , 以加深对 2 种方法的理解。

1 2 种垂向平均含沙量的区别与联系

一般非冲淤平衡状态下的悬沙垂向扩散方程为^[1]

$$\omega s + \alpha \epsilon_z \frac{\partial s}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

式中 : ω 为泥沙沉速 ; s 为垂向上某点的含沙量 ; α 为引进的修正系数(或称非饱和调整系数) , 表征其对不平衡含沙量分布的影响 , 冲淤平衡时 $\alpha = 1$; ϵ_z 为泥沙垂向扩散系数 ; z 为垂向坐标分量。

当 ϵ_z 分别取 $\kappa u_* z \frac{h-z}{h}$ 和 $\frac{1}{6} \kappa u_* h$, 同时假设 ω 不随泥沙浓度变化 , 由式(1) 可推得 2 种常用的泥沙垂向分布公式(式(2) 即为劳斯公式 , 式(3) 为泥沙垂向指数分布公式^[2-3] :

$$\frac{s(z)}{s_a} = \left(\frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^\Delta \quad (2)$$

$$\frac{s(z)}{s_a} = \exp\left(-6\Delta \frac{z-a}{h}\right) \quad (3)$$

其中

$$\Delta = \frac{\omega}{\kappa \alpha u_*}$$

式中: s_a 为任取近底参考高度 $z=a$ 处的含沙量(有学者^[4]认为 a 相当于床面层厚度,当泥沙运动强度不大时,爱因斯坦将其取为泥沙颗粒粒径的 2 倍); h 为水深, Δ 为悬浮指标; κ 为卡门常数; u_* 为摩阻流速。

另外,垂向流速分布常采用如下形式的对数流速分布公式:

$$\frac{u}{U} = \frac{1}{\kappa C_0} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (4)$$

其中

$$C_0 = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{U}{u_*}$$

式中: u 为垂向上某处流速; U 为垂向平均流速; z_0 为底床糙率高度,其值很小,与水流雷诺数以及床面粗糙度密切相关; C 为谢才系数; g 为重力加速度。

尽管式(2)~(4)在理论上存在缺陷,但在实用上已具有足够精度,因而在明渠、内陆河流的实践中应用得比较广泛^[1-5],在河口海岸地区也有较多应用^[6]。 z_0 与 α (或理解为床面层厚度)的物理意义不同,取值也因人而异,其计算方法已有不少理论或经验公式^[7-8],两者的取值一般都很小,它们的值不一定相等,以下为了计算讨论方便,在流速为零处取近底参考高度 a 的值,即假设 $a=z_0$,相当于设 $z=a$ 处的含沙量已知,虽然这样可能会产生一定的误差,但总体上对后面结果的分析影响不大。下面着重讨论基于式(2)~(4)的 2 种不同垂向平均含沙量计算方法,以符号 S_1 和 S_2 表示这 2 种垂向平均含沙量,计算方法分别为^[4-5]

$$S_1 = \frac{1}{h-z_0} \int_{z_0}^h s(z) dz \quad (5)$$

$$S_2 = \frac{\int_{z_0}^h u(z) s(z) dz}{\int_{z_0}^h u(z) dz} \quad (6)$$

联立式(2)与式(4),整理后得到 S_2 与 S_1 的比值 β 的表达式为

$$\beta = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{\kappa C_0} \left(\ln \frac{h}{z_0} + \frac{I_2}{I_1} \right) = 1 + \frac{1}{\kappa C_0} \left(\ln \frac{h}{z_0 e^{\kappa C_0}} + \frac{I_2}{I_1} \right) \quad (7)$$

若联立式(3)与式(4),则可得另一种形式的 S_2 与 S_1 的比值 β 表达式:

$$\beta = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{\kappa C_0} \left(\ln \frac{h}{z_0} + \frac{J_2}{J_1} \right) \quad (8)$$

其中

$$J_1 = \int_B^1 e^{-6\Delta\eta} d\eta$$

$$J_2 = \int_B^1 \ln \eta e^{-6\Delta\eta} d\eta$$

从式(5)式(6)可见, S_1 与 S_2 表示的物理意义不同。 S_1 表示单位时间通过单宽断面的泥沙数量与单宽面积之比,是算术平均的概念; S_2 表示单位时间通过单宽断面的悬移质输沙率与单宽流量之比,是加权平均的概念。而从式(7)式(8)可知, 2 种垂向平均含沙量的比值 β 主要与 Δ 、 B (即 z_0/h)以及 κC_0 有关,当这些相关参量确定时,即可通过两式求得 2 种不同平均含沙量的比例关系。

首先从式(7)讨论 2 种不同垂向平均含沙量的区别。从数学上易知, $I_1 > 0$, $I_2 < 0$ 。但两者绝对值的大小关系依赖于 Δ 与积分下限 B ,即 I_2/I_1 可能大于

-1,也可能小于 -1。此外, $\ln \frac{h}{z_0 e^{\kappa C_0}}$ 的大小取决于 B 与 κC_0 ,可大于零,也可小于零。因此,从数值上初步判断 β 的值可能大于 1,也可能小于 1。下面严格从这几个参量的不同取值探讨 β 值的变化规律。

据研究, κC_0 取值范围为 $5 \sim 10^{[9]}$ 。先固定 κC_0 的值,同时令 Δ 在 $0.01 \sim 5$ 之间变化,在此情形下讨论 β 随 z_0/h 的变化关系。当 Δ 与 z_0/h 确定时,可采用数值积分的方法计算 I_1 和 I_2 。 κC_0 取不同值时 β 随 z_0/h 与 Δ 的变化情形如图 1 所示,其中 z_0/h 的变化范围为 $0.00001 \sim 0.2$,为简便起见,图 1 中仅绘出了当 κC_0 分别取 5, 7, 9 时, Δ 分别取 0.1, 1, 2 时的情形,并且横坐标以对数坐标表示。另外,当 z_0/h 分别取 0.001 及 0.01 时, β 随 Δ 和 κC_0 的变化情况如图 2 所示。

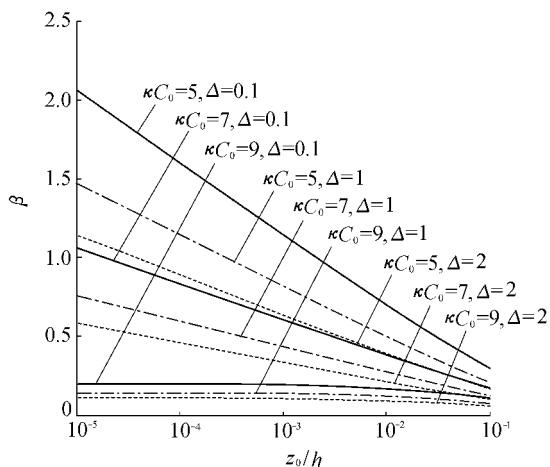


图 1 由式(7)所得 β 和 κC_0 、 z_0/h 、 Δ 的关系

从图 1 或图 2 可见, β 有以下变化规律: ① β 的值可大于 1,也可小于 1。当 B 、 Δ 及 κC_0 均较小时,

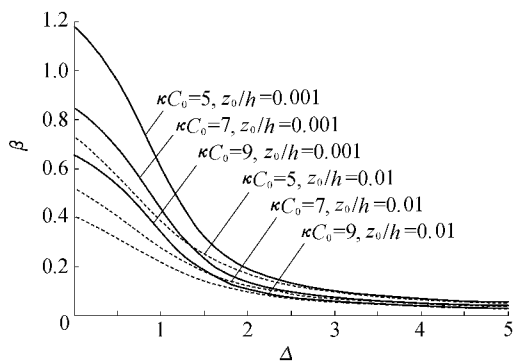


图2 z_0/h 为 0.001 和 0.01 时 β 与 κC_0 及 Δ 的关系

β 可大于 1 ;当 Δ 较大时 (如 $\Delta > 1.2$) ,不论 B 及 κC_0 取何值 , β 基本都小于 1 。② Δ 越大 , β 越小。 Δ 表征重力作用与紊动扩散作用的对比关系 , Δ 越大 ,在相对平衡状态下含沙量沿垂向分布越不均匀 , S_1 和 S_2 相差越大 ;反之则 S_1 和 S_2 相差越小。③ κC_0 越大 ,对 B 及 Δ 的某一固定值 , β 相对就越小。④随着 B 的递增 , β 逐渐减小。当 $B > 0.01$ 时 ,无论 Δ 与 κC_0 如何变化 , β 均小于 1 ,这与实际情况较为一致。

式 (8) 中 β 随 κC_0 , z_0/h 与 Δ 的变化情况如图 3、图 4 所示。从图中可以看出 ,除曲线形式不同外 , β 的变化规律与式 (7) 基本类似 ,说明采用不同含沙量垂向分布公式 ,推导得到 2 种垂向平均含沙量比例关系的变化规律总体上相一致。

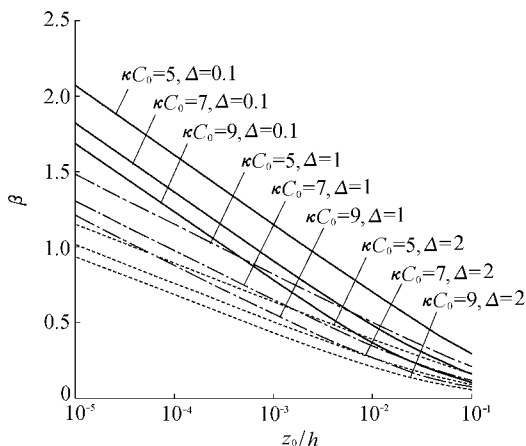


图3 由式 (8) 所得 β 与 κC_0 , z_0/h , Δ 的关系

上述分析表明 ,无论依式 (7) 或式 (8) , β 值并不一定等于 1 ,即 2 种方法计算出来的垂线平均含沙量不一定相等 ,其比值与 B , Δ 及 κC_0 的取值密切相关 ,主要是由悬沙及流速垂向分布的不均匀性所造成。在有关垂线平均含沙量的计算中 ,应注意分辨这 2 种方法的区别。

2 初步应用比较分析

文献 [9] 曾得到 β 的另一种表达形式 : $\beta = 1 +$

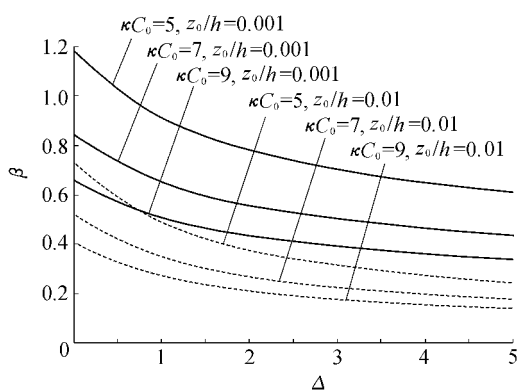


图4 z_0/h 为 0.001 和 0.01 时 β 与 κC_0 及 Δ 的关系

$\frac{1}{\kappa C_0} \left(1 + \frac{I_2}{I_1} \right)$ 。由该式得出的结论有 2 点值得商榷 : 其一认为 β 恒小于 1 ,其主要理由认为 $|I_1| < |I_2|$,从而得 $\beta < 1$ 。事实上 ,当 Δ 较小 (如 $\Delta < 0.1$) 同时 B 较大 (如 $B > 0.05$) 时 ,有 $|I_1| > |I_2|$,即 $\beta > 1$;其二 ,当 Δ 较大 (如 $\Delta > 1.5$) , B 较小 (如 $B < 10^{-5}$) 时 ,依文献 [9] 的表达式则会得到 $\beta < 0$,这显然不合常理。

由式 (7) 、式 (8) 计算的 β 不会出现上述情况。此外 ,前述 β 的变化规律也与实际情况较吻合。实践中垂向含沙量测量依水深不同而有六层法、五层法、三层法等。对于施测较全面的六层法 ,其底层含沙量的测量最低一般取到底床以上 0.5 m 处 ,或取相对水深 0.01 处 ,以 6 层、5 层或 3 层的垂向含沙量数据 ,按式 (7) 、式 (8) 计算得到的 β 一般是小于 1 的。利用 2002 年 9 月长江口大潮北港附近断面 (31.48°N ~ 31.40°N ,121.73°E ~ 121.70°E) 4 条垂线周日逐时观测的水文泥沙资料 ,实测期间水深为 8 ~ 15 m ,垂向上按相对水深分 6 层同步测量流速与悬沙 ,由获取的资料采用式 (7) 计算 S_1 和 S_2 ,其关系见图 5。从图 5 中可发现 ,除极个别点外 ,一般有 $S_1 > S_2$,即 $\beta < 1$ 。图 5 中出现个别点 $S_1 < S_2$ 的现象 ,与挑选资料断面所处位置的水体环境有关。长江口处在波浪、潮流、径流的共同作用下 ,受水流加减速作用、水流密度和悬沙浓度造成的水流分层、地形变

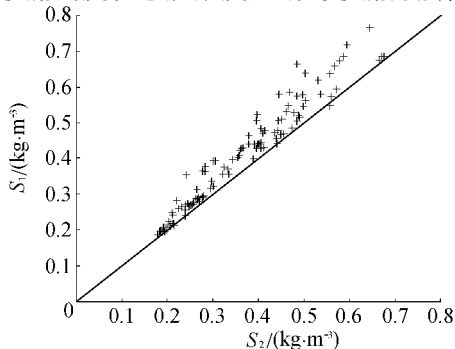


图5 长江口某断面 4 条垂线周日逐时计算 S_1 与 S_2 关系

化、风、浪等因素的影响,其水流的垂向分布结构形式丰富多样,常见的有对数分布模式的改进形式^[10]、考虑水流加减速影响的对数线性分布模式^[11]、考虑水流分层影响的分布模式^[12-13]等,同时在波浪等因素作用下的悬沙垂向分布结构形式也与式(2)、式(3)的不尽相同^[14]。因此将式(2)、式(3)应用于河口海岸地区会有一定的局限性(主要由其理论推导时的一些假设决定),这也是图5中出现个别点 $S_1 < S_2$ 的可能原因之一。总体上看,尽管出现了异常点,但大多数情况都是 $S_1 > S_2$,说明式(7)应用于河口地区也有一定的适应性,其普适性仍需作进一步探讨。

S_1 与 S_2 不仅数学形式及物理意义不同,计算结果也有不小差异。 S_1 常用于一维或二维垂向平均悬沙输运扩散的计算, S_2 一般多用于悬移质输沙率及水流挟沙力的相关计算。在冲淤平衡状态下,按式(8)计算得到的 S_2 习惯上称为水流挟沙力^[4],也有学者将 S_1 当作水流挟沙力^[1]。此外,一维、二维悬沙扩散方程及底床变形方程中,常涉及源汇项 F_s 的计算, $F_s = \alpha_1 \omega (S - S_*)$,其中 α_1 为沉降系数, S 为垂向平均含沙量, S_* 为挟沙力。 S 与 S_* 应取 S_1 还是 S_2 因人而异^[1,15]。

由式(5)、式(6)以及式(7)或式(8)可得

$$\int_{z_0}^h u(z) s(z) dz = \frac{\beta}{h - z_0} \int_{z_0}^h u(z) dz \int_{z_0}^h s(z) dz \quad (9)$$

式(9)的意义为悬移质输沙率等于单宽流量与垂向算术平均含沙量的乘积再乘以一个比例系数。该式提供了一种计算悬移质输沙率的方法。

因 S_1 与 S_2 之间仅相差一个比例系数 β ,在代入悬沙扩散方程或底变形方程时 β 可约去,因此选用其中任一种皆可,但不应混用。实测水文资料发布的垂向平均含沙量多为考虑各层流速与含沙量的加权平均含沙量,事实上即为 S_2 的一种近似计算,泥沙数值模拟及其他相关计算中常以实测水文资料加以验证与率定,因此,实际应用时采用加权平均含沙量为宜。

3 结 语

垂向平均含沙量是泥沙理论研究与实践的重要内容,常见的垂向平均含沙量计算方法有加权平均法和算术平均法。本文根据对数流速分布以及2种不同悬沙垂向分布公式,推导得到2种垂向平均含沙量的比值表达式。通过比较发现:两者计算结果不一定相等,其比值可以大于1,也可以小于1,与悬沙及流速垂向分布的均匀性密切相关;当取近底相对水深稍大(如大于0.01)时加权平均含沙量小于

算术平均含沙量,与实际情况较为一致。此外,将推导得到的公式应用于长江口某断面4条垂线的水文泥沙资料进行了验证,并指出2种计算方法在实际应用时需注意之处,以免发生混用。

参考文献:

- [1] 韩其为,陈绪坚.恢复饱和系数的理论计算方法[J].泥沙研究,2008(6):8-16.
- [2] 钱宁,万兆惠.泥沙运动力学[M].北京:科学出版社,1983.
- [3] 中国水利学会泥沙专业委员会.泥沙手册[M].北京:中国环境科学出版社,1992.
- [4] 王昌杰,陈国祥.河流动力学[M].北京:人民交通出版社,2001.
- [5] 张瑞瑾.河流泥沙动力学[M].北京:水利电力出版社,1989.
- [6] 时钟,朱文蔚,周洪强,等.长江口北槽口外细颗粒悬沙沉降速度[J].上海交通大学学报,2000,34(1):18-23.
- [7] 宋志尧.平面潮流数值模拟中底床摩阻系数的修正[J].水动力学研究与进展:A辑,2001,16(1):56-61.
- [8] van RIJN L C. Sediment transport, part I: bed load transport [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(10):1431-1456.
- [9] 黄才安,梅小文.垂线平均含沙量两种表述方法之比较[J].泥沙研究,1999(1):70-73.
- [10] 陈宗镛.浅海潮流(分量)铅直分布的一种类型[J].海洋与湖沼,1964,4(3):252-258.
- [11] SOULSBY R L, DYER K R. The form for the near-bed velocity profile in a tidally accelerating flow [J]. J of Geophysical Research, 1981, 86(C9):8067-8074.
- [12] ANWAR H O. A study of the turbulent structure in a tidal flow [J]. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 1981, 13(5):373-378.
- [13] 倪志辉,宋志尧.河口海岸潮流速分布研究进展[J].水利水电科技进展,2009,29(4):78-83.
- [14] NIELSEN P. Coastal bottom boundary layers and sediment transport [M]. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1992:161-261.
- [15] 窦国仁.潮汐水流中的悬沙运动及冲淤计算[J].水利学报,1963,4(4):13-23.

(收稿日期:2010-11-15 编辑:高建群)

