

# 基于局部滑移理论的钢筋混凝土轴拉构件刚度分析

吴二军 赵琼娟 张素玲

( 河海大学土木与交通学院, 江苏 南京 210098 )

**摘要** 基于钢筋与混凝土黏结的局部滑移理论, 将开裂后混凝土轴心受拉构件分为无滑移未开裂段和局部滑移段, 以一个裂缝间距范围内这两段的平均刚度作为整个构件的刚度, 推导出轴心受拉构件刚度的计算公式。该公式刚度计算值与试验值差距较大, 但该公式计算的平均裂缝宽度与我国现行规范中的计算值吻合较好。给出了一个范例试件局部滑移长度和轴拉刚度随轴力增加的变化曲线。结果表明: 局部滑移长度随轴力的增加近似线性延长, 轴拉刚度在试件刚开裂时迅速退化, 开裂后退化速度减缓。

**关键词** 钢筋混凝土; 局部滑移理论; 拉伸刚度; 局部滑移长度; 刚度退化

**中图分类号** :TU375 ;TV314

**文献标识码** :A

**文章编号** :1006-7647(2011)06-0023-04

**Stiffness of axial tensile members of reinforced concrete based on local sliding theory** //WU Er-jun, ZHAO Qiong-juan, ZHANG Su-ling( College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China )

**Abstract** :Based on the local sliding theory for the bonding between steel bars and concrete, the cracked axial tensile member was divided into no-sliding uncracked part and local-sliding part, and the average stiffness of the two parts within a crack spacing was regarded as the stiffness of the whole member. A formula for the stiffness of axial tensile member was derived. The calculated stiffness by means of the formula was compared with the experimental data, and there was a large difference. However, the average crack width calculated by the formula agreed with that obtained by the methods in the current Chinese codes. The curves of the local sliding length and tensile stiffness versus the tensile force of a member specimen were provided. The results indicate that the local sliding length approximately linearly increases with the tensile force, and the tensile stiffness of the specimen quickly degrades at the starting of cracking and becomes slow after the cracking.

**Key words** :reinforced concrete; local sliding theory; tensile stiffness; local sliding length; stiffness degradation

结构设计规范规定, 结构或构件除按承载力极限状态进行计算外, 还应按正常使用极限状态进行变形验算, 而构件的刚度计算是变形验算的基础, 因此, 国内外对构件的刚度进行了大量的研究。对于钢筋混凝土构件, 早在 20 世纪 70 年代梁的抗弯刚度的研究就取得了丰富的成果, 通常将杆件抗弯刚度分为短期刚度  $B_s$  和长期刚度  $B_l$ , 建立了基于截面平衡条件、物理条件和几何条件并经过试验结果修正后的刚度计算公式<sup>[1-4]</sup>。但这些公式普遍未能合理反映刚度随内力大小变化的特征, 也不能较精确地计算杆件不同位置处刚度的变化, 所以规范中采用了变形计算的“最小刚度原则”来避免变刚度梁变形计算复杂的问题。文献[5]通过对变刚度梁的变形计算证明了工程设计中“最小刚度原则”的合理性。为考虑刚度变化的影响, 文献[6]提出采用分段降刚度、弹性分析方法求解钢筋混凝土结构内力。由于实际工程中钢筋混

凝土轴心受拉(轴拉)构件相对较少, 轴拉刚度计算的研究成果很少, 但近年来随着大型水利工程的增多, 大型钢衬混凝土压力管道应用日益增多, 外侧混凝土管道壁的变形分析必不可少, 文献[7]通过试验拟合了轴拉刚度的计算公式。

关于钢筋混凝土结构裂缝问题的研究从 20 世纪 70 年代至今已持续了几十年<sup>[4]</sup>, 现在仍是一个研究热点, 如彭守拙等<sup>[8-9]</sup>研究了稳定渗流状态下和透水条件下钢筋混凝土衬砌裂缝宽度的计算方法; 陈彦玉等<sup>[10]</sup>对大型渡槽的温控防裂技术进行了讨论; 巫昌海等<sup>[11]</sup>进行了有限元非线性裂缝模拟分析的研究。但是, 对混凝土开裂后的刚度很少有人进行理论分析。

钢筋混凝土构件刚度变化的主要原因是混凝土的塑性性质和混凝土开裂后钢筋与混凝土的黏结滑移, 其中后者的影响比前者显著得多, 除有限单元法

外,目前尚未发现考虑黏结滑移进行刚度理论分析的研究文献。本文在局部滑移理论的基础上对钢筋混凝土轴拉构件进行刚度分析,提出刚度计算公式。本文方法对杆件的抗弯刚度理论分析也可提供参考。

# 1 钢筋与混凝土黏结的局部滑移理论

钢筋与混凝土的黏结问题是钢筋混凝土结构的基本问题之一,黏结性能理论是钢筋锚固长度和裂缝宽度计算、钢筋混凝土结构非线性有限元分析的基础,多年来吸引了大批学者进行试验研究。常用的试验包括拉拔试验、钢筋内贴片试验、梁式和半梁式试验,通过试验得到了钢筋与混凝土的黏结应力分布规律、平均黏结强度和黏结滑移本构关系等成果。在此基础上提出了黏结滑移理论和无滑移理论,并采用裂缝间距范围内钢筋和混凝土伸长量之差求裂缝宽度值。但上述2种理论均不能如实反映开裂后构件的实际状态,由此得到的方法也不能适用于内力不均匀构件的裂缝宽度计算。为解决这一难题,涂木兰<sup>[12]</sup>提出了一种新型的钢筋和混凝土黏结的局部滑移理论。

局部滑移理论的主要内容包括:①将滑移的概念界定为钢筋和混凝土的相对滑动。②将钢筋与混凝土黏结受力全过程划分为无滑移、局部滑移和全滑移破坏3个阶段。③定义钢筋锚固长度范围内即将出现滑移的位置截面为滑移临界点,张拉端至滑移临界点的长度为局部滑移长度 $l_s$ ,其中带肋钢筋的 $l_s$ 可由式(1)确定<sup>[12]</sup>:

$$\sigma_{sk} = \frac{\tau_0}{\alpha} + \frac{4\tau_0 l}{d} \left[ -3.0 \left( \frac{l_s}{l} \right)^3 + 3.0 \left( \frac{l_s}{l} \right)^2 + \frac{l_s}{l} \right] \quad (1)$$

其中  $\sigma_{sk} = \frac{N}{A_s}$

$$\tau_0 = \frac{2.54(c+d)}{2c^2 + 2cd + d^2} f_t + 1.244 \times 10^{-4} E_c$$

式中: $\sigma_{sk}$ 为裂缝截面处纵向受拉钢筋应力; $\tau_0$ 为滑移临界点处的黏结应力; $\alpha$ 为系数,带肋钢筋试验得到的数值约为0.12; $l$ 为钢筋锚固长度; $d$ 为钢筋直径; $N$ 为构件受到的轴力; $A_s$ 为轴拉构件中的配筋截面面积; $c$ 为保护层厚度; $f_t$ 为混凝土的单轴抗压强度; $E_c$ 为混凝土的弹性模量。

对式(1)进行拟合化简得

$$l_s = 0.1477 \left( \frac{N}{A_s \tau_0} - 8.333 \right) d \quad (2)$$

根据局部滑移理论,开裂后的轴拉构件受力状态如图1所示。在一个裂缝间距 $l_{cr}$ 内, $l_{cr} = 2l_1 + 2l_2$ ,其中 $l_1$ 为无滑移未开裂段长度, $l_2$ 为局部滑移

段长度, $l_2 = l_s$ 。

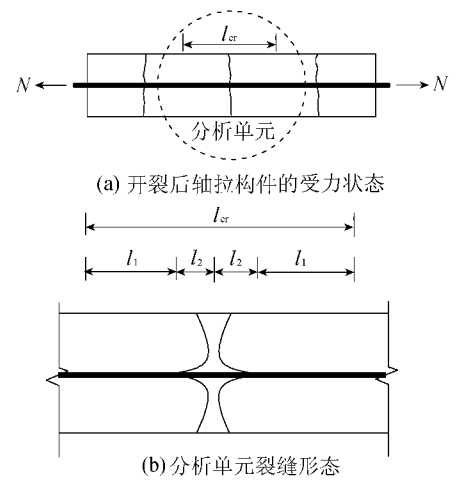


图1 轴拉构件的受力状态与裂缝形态

# 2 轴拉构件刚度计算公式

## 2.1 开裂前的刚度

未开裂混凝土的刚度 $EA$ 由钢筋产生的刚度和混凝土产生的刚度两部分组成,由式(3)计算:

$$EA = E_s A_s + E'_t A_c \quad (3)$$

式中: $E_s$ 为钢筋的弹性模量; $A_c$ 为混凝土的面积; $E'_t$ 为混凝土的受拉变形模量,按规范<sup>[1]</sup>中提供的单轴受拉应力~应变曲线求割线后得到的式(4)确定。

$$E'_t = \frac{f_t}{\epsilon_t} \left[ 1.2 - 0.2 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_t} \right)^5 \right] \quad (4)$$

式中: $\epsilon_t$ 为与 $f_t$ 相应的混凝土峰值拉应变,可由规范<sup>[1]</sup>查表得到; $\epsilon$ 为混凝土的拉应变;当 $\epsilon/\epsilon_t < 0.9$ 时高次项数值较小,而 $\epsilon/\epsilon_t \geq 0.9$ 时应力范围很小,对整个构件的刚度影响可忽略,故式(3)简化为

$$EA = E_s A_s + 1.2 \frac{f_t}{\epsilon_t} A_c \quad (5)$$

## 2.2 开裂后的平均刚度

在一个裂缝间距内(图1(b)),轴拉构件的平均刚度为

$$EA = \frac{N}{\epsilon} = \frac{N l_{cr}}{\Delta l} \quad (6)$$

其中

$$\Delta l = 2\Delta l_1 + 2\Delta l_2 \quad (7)$$

式中: $\Delta l$ 、 $\Delta l_1$ 、 $\Delta l_2$ 分别为 $l_{cr}$ 、 $l_1$ 、 $l_2$ 段的伸长量。由于 $l_1$ 段处于未开裂阶段,刚度由式(5)计算,故

$$\Delta l_1 = \frac{N l_1}{E_s A_s + 1.2 \frac{f_t}{\epsilon_t} A_c} \quad (8)$$

在 $l_2$ 段,积分并化简后得本段伸长量

$$\Delta l_2 = \int_0^{l_2} \frac{\sigma_s(x)}{E_s} dx = \frac{\tau_0}{E_s} l_2 \left( 8.333 + \frac{2l_2}{d} \right) \quad (9)$$

将式(8)、式(9)代入式(6)、式(7)得

$$EA = \frac{Nl_{cr}}{\frac{2Nl_1}{E_s A_s + 1.2 \frac{f_t}{\epsilon_t} A_c} + \frac{\tau_0}{E_s} \left( 16.666 + \frac{4l_2}{d} \right) l_2} \quad (10)$$

其中  $l_2 = l_s \quad l_1 = \frac{l_{cr} - 2l_2}{2}$

$l_{cr}$ 可取平均裂缝间距,文献 [13]中给出的半理论半经验公式为

$$l_{cr} = 1.1 \left( 1.9c + 0.08 \frac{d}{\rho} \right) \quad (11)$$

式中  $\rho$  为纵向受拉钢筋配筋率。

假定轴拉构件的刚度和一个裂缝间距范围内的平均刚度一致,则式(10)即为任意轴拉构件的刚度计算公式。当  $l_2 = 0$  时,式(10)简化为未开裂构件的刚度计算公式(式(5))。

### 3 刚度计算值与试验值的对比

取文献 [7]中 8 个采用 II 级钢筋轴拉试验的刚度试验值(试件参数见表 1)和本文刚度计算值进行对比,见表 2。表中  $b, h$  分别为试件截面宽度和高度,  $w_m$  为平均裂缝宽度。

从表 2 可以看出,本文刚度计算值与文献 [7]刚度试验值差距明显,除试件 2 外,计算值明显大于试验值。混凝土的抗拉强度按立方体抗压强度统计规律折算得到以及平均裂缝间距和实际裂缝分布的差异、混凝土配比材料的差异、局部滑移理论计算模式的误差、试验误差等都可能是造成计算值偏大的原因。

注意到  $2\Delta l_2$  的物理意义即为平均裂缝宽度,将

表 1 文献 [7]中的试件参数

| 试件<br>编号 | $N$ /<br>kN | $b$ /<br>mm | $h$ /<br>mm | $d$ /<br>mm | $f_t$ /<br>MPa | $E_c$ /<br>GPa | $E_s$ /<br>GPa | $c$ /<br>mm | $\tau_0$ /<br>MPa | $l_{cr}$ /<br>mm | $l_1$ /<br>mm | $l_2$ /<br>mm |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|----------------|----------------|-------------|-------------------|------------------|---------------|---------------|
| 1        | 54          | 259         | 92          | 18          | 2.19           | 27.63          | 207.0          | 37.0        | 5.96              | 137.0            | 32.2          | 72.6          |
| 2        | 24          | 258         | 62          | 12          | 2.19           | 27.63          | 381.0          | 25.0        | 5.96              | 112.5            | 32.1          | 48.4          |
| 3        | 54          | 240         | 115         | 18          | 2.35           | 28.75          | 134.7          | 48.5        | 6.36              | 173.9            | 53.6          | 66.6          |
| 4        | 25          | 240         | 115         | 12          | 2.19           | 27.63          | 262.0          | 51.5        | 6.10              | 223.1            | 86.8          | 49.5          |
| 5        | 108         | 248         | 125         | 25          | 1.68           | 23.14          | 140.6          | 50.0        | 4.80              | 160.1            | 10.7          | 138.6         |
| 6        | 108         | 251         | 131         | 25          | 2.26           | 28.11          | 99.7           | 53.0        | 6.11              | 170.4            | 34.0          | 102.3         |
| 7        | 114         | 248         | 126         | 25          | 2.65           | 30.58          | 128.4          | 50.5        | 6.85              | 161.7            | 33.6          | 94.5          |
| 8        | 114         | 248         | 130         | 25          | 3.44           | 34.23          | 140.0          | 52.5        | 8.24              | 168.1            | 47.4          | 73.3          |

表 2 本文刚度计算值与文献 [7]刚度试验值的对比

| 试件<br>编号 | $EA_{计}$ /kN | $EA_{试}$ /kN | $\frac{EA_{计}}{EA_{试}}$ | $2\Delta l_2$ /mm | $w_m$ /mm | $\frac{2\Delta l_2}{w_m}$ |
|----------|--------------|--------------|-------------------------|-------------------|-----------|---------------------------|
| 1        | 100 341      | 59 315       | 1.69                    | 0.069             | 0.056     | 1.217                     |
| 2        | 95 906       | 98 644       | 0.97                    | 0.025             | 0.008     | 3.080                     |
| 3        | 88 192       | 66 470       | 1.33                    | 0.099             | 0.074     | 1.331                     |
| 4        | 126 826      | 48 857       | 2.60                    | 0.038             |           |                           |
| 5        | 92 570       | 74 074       | 1.26                    | 0.184             | 0.167     | 1.097                     |
| 6        | 85 497       | 49 315       | 1.73                    | 0.207             | 0.209     | 0.992                     |
| 7        | 109 496      | 63 032       | 1.74                    | 0.160             | 0.156     | 1.026                     |
| 8        | 144 682      | 72 243       | 2.00                    | 0.123             | 0.111     | 1.106                     |

笔者根据规范方法计算的平均裂缝宽度  $w_m$  也列入表 2 中,两者对比可知,  $2\Delta l_2$  与  $w_m$  较为接近,即局部滑移理论计算结果与规范方法计算结果较为接近。

### 4 轴拉构件刚度随轴力增加的退化规律

为分析轴拉构件刚度随轴力增加的退化规律,以表 1 中试件 1 为例,变化轴力的大小,计算得出  $l_2$  和  $EA$  随  $N$  的变化趋势,见图 2 和图 3。

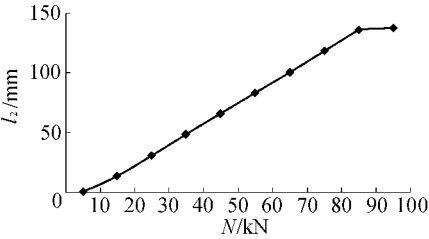


图 2 试件 1  $l_2 \sim N$  变化曲线

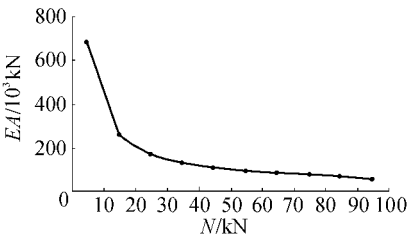


图 3 试件 1  $EA \sim N$  变化曲线

由计算结果可知,当  $N$  较小时  $l_2$  为负值,表明未出现滑移,令其值等于零,当  $N$  大于一定值时  $l_2 > l_{cr}/2$ ,表明钢筋与混凝土完全滑移,取  $l_2 = l_{cr}/2 = 137 \text{ mm}$ ,此时式(10)不适用,令  $EA = E_s A_s$ 。由图 2、

图3可以看出,轴拉试件随轴力的增大局部滑移长度线性增加,刚度逐渐退化,在轴力较小、构件刚开裂时刚度退化速度快,轴力较大时退化速度减缓,直至钢筋与混凝土完全滑移。

5 结 语

通过上述理论分析及与文献[7]试验结果的对比可以得出:局部滑移理论应用于钢筋混凝土构件的刚度分析和裂缝宽度计算是可行的,但与文献[7]中提供的刚度试验值相比差距较大,尚需进一步结合更多的试验数据进行分析,以得到更为合理的计算公式。轴拉刚度在开裂时退化迅速快,随轴力的增大刚度退化速度逐渐减缓。

参考文献:

[ 1 ] GB50010—2002 混凝土结构设计规范[S].  
[ 2 ] SL/T191—2008 水工混凝土结构设计规范[S].  
[ 3 ] 丁大钧.钢筋混凝土构件刚度计算中的若干问题[J].南京工学院学报,1981(2):58-68.  
[ 4 ] 工民建专业刚度和裂缝科研小组.钢筋混凝土构件刚度和裂缝的计算[J].南京工学院学报,1978(2):29-41.

[ 5 ] 杨树标.按变刚度计算钢筋混凝土梁挠度[J].河北煤炭建筑工程学院学报,1992(2):1-8.  
[ 6 ] 赵博,简斌,王正霖.分段刚度法 混凝土杆系结构一种简化试验分析方法[J].重庆建筑大学学报,2004,26(6):57-62.  
[ 7 ] 王康平,邓华锋,周济芳,等.钢筋混凝土轴拉构件刚度试验研究[J].三峡大学学报:自然科学版,2003,25(5):408-412.  
[ 8 ] 彭守拙,钟建文,谷兆祺,等.考虑隧洞充水过程的衬砌裂缝宽度计算[J].水利水电科技进展,2010,30(5):67-70.  
[ 9 ] 彭守拙.压力隧洞透水衬砌裂缝宽度计算方法探讨[J].水利水电科技进展,2009,29(3):46-48.  
[ 10 ] 陈彦玉,黄达海.大型渡槽温控防裂技术及发展趋势[J].水利水电科技进展,2011,31(2):16-21.  
[ 11 ] 巫昌海,汪基伟,夏颂佑.混凝土三维非正交弥散裂缝模型[J].河海大学学报:自然科学版,1999,27(5):17-20.  
[ 12 ] 涂木兰.钢筋混凝土黏结的局部滑移理论与参数分析研究[D].南京:河海大学,2009.  
[ 13 ] 沈蒲生,梁兴文.混凝土结构设计原理[M].北京:高等教育出版社,2002.

(收稿日期:2011-04-21 编辑:骆超)

(上接第18页)带5 mm缺陷的GCL的渗透系数与完好GCL的渗透系数相差不大,表明GCL有一定的自愈能力。渗透试验结束后观察试样发现,自来水和0.05 mol/L的CaCl<sub>2</sub>溶液渗滤,缺陷直径较大(分别为11 mm和7 mm)时缺陷不能完全愈合,故渗透系数增大较显著,前者超过 $1 \times 10^{-9}$  m/s,后者达 $10^{-7}$  m/s。GCL在CaCl<sub>2</sub>溶液中的水化膨胀量小于在自来水中的膨胀量,因此其在溶液中能够愈合的缺陷直径比在自来水中小。

4 结 论

- a. CaCl<sub>2</sub>溶液渗滤时,离子交换需要一定的时间,渗透系数随着 $P_{VF}$ 的增大呈增大趋势。
- b. 自来水渗滤时,GCL中缺陷直径达11 mm时缺陷不能完全愈合,致使渗透系数超过 $1 \times 10^{-9}$  m/s。
- c. 0.05 mol/L的CaCl<sub>2</sub>溶液渗滤时,完好GCL的渗透系数比自来水渗滤时增大约400倍,渗透系数随缺陷直径的增大而增大,当直径达7 mm时缺陷不能完全愈合,渗透系数达 $1 \times 10^{-7}$  m/s。溶液和缺陷的共同影响使GCL的防渗性能很差。

参考文献:

[ 1 ] MAZZIERI F, PASQUALINI E. Permeability of damaged

geosynthetic clay liners[J]. Geosynthetics International, 2000, 2(2):101-118.  
[ 2 ] SIVAKUMAR B G L, SPORER H, ZANZINGER H, et al. Self-healing properties of geosynthetic clay liners[J]. Geosynthetics International, 2001, 8(5):461-471.  
[ 3 ] EGLOFFSTEIN T A. Natural bentonites-influence of the ion exchange and partial desiccation on permeability and self-healing capacity of bentonites used in GCLs[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2001, 19:427-444.  
[ 4 ] 李宪. GCL防渗特性及填埋场防渗系统的研究[D].南京:河海大学,2005.  
[ 5 ] 陈生水,郑澄锋,杨明昌.新型防渗材料膨润土垫的试验研究[J].水利水电工程学报,2006(3):34-38.  
[ 6 ] JG/T193—2006 钠基膨润土防水毯[S].  
[ 7 ] PETROV R J, ROWE R K, QUIGLEY R M. Comparison of laboratory-measured GCL hydraulic conductivity based on three permeameter types[J]. Geotechnical Testing Journal, 1997, 20(1):49-62.  
[ 8 ] 李志斌,徐超.竖向应力作用下GCL的膨胀特性和渗透性能[J].岩土工程学报,2007,29(12):1876-1880.  
[ 9 ] LEE J M, SHACKELFORD C D. Impact of bentonite quality on hydraulic conductivity of geosynthetic clay liners[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(1):64-77.

(收稿日期:2011-06-13 编辑:骆超)