

多尺度有限元法及其应用研究进展

范颖^{1,2}, 王磊², 章青^{1,2}

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098 ;

2. 河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 210098)

摘要 : 简单回顾多尺度有限元法的基本思想与发展历程, 探讨多尺度有限元法基函数的构造及其边界条件的选取, 详细介绍该方法在断裂力学、结构健康监测、地下水流模拟、材料科学等领域中的应用, 并对多尺度有限元法的发展前景进行展望。

关键词 : 多尺度有限元, 断裂力学, 结构健康监测, 地下水流模拟, 复合材料, 综述

中图分类号 : TV314 **文献标志码** : A **文章编号** : 1006-7647(2012)03-0090-05

Research progress and application of multiscale finite element method//FAN Ying^{1,2}, WANG Lei², ZHANG Qing^{1,2} (1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : A large number of natural sciences and engineering application problems with multi-scale features. This paper briefly reviews the multiscale finite element method development process, describes the typical approach in several areas, such as fracture mechanics, structural health monitoring, underground water flow simulation, materials science applications, pointed out the advantages and disadvantages of each, and finally multiscale finite element method for the development prospect.

Key words : multiscale finite element method; fracture mechanics; structural health monitoring; underground water flow simulation; composite materials; review

当代科学和工程计算中涌现出越来越多的多尺度问题, 如复合材料微损伤的多尺度特征、多孔介质中孔径尺寸的跨尺度、大型结构整体和局部间的尺度差异以及不同尺度下的高雷诺数湍流涡现象等。当材料结构具有多尺度特征时, 将整个结构体在小尺度下直接离散化分析往往要耗费巨大的计算机资源, 甚至不可行。寻求既节省计算资源又可以保证计算精度的多尺度数值计算方法已成为近年来学术界的研究热点。

迄今为止, 国内外学者已提出了各种多尺度计算方法, 其中比较常用的有均匀化方法和代表体元法等, 但这些方法一般都建立在微观结构的周期性假设基础上, 在材料强度和非线性问题分析等方面尚存在很多困难。因此, 多尺度计算方法的相关研究工作还处于起步阶段, 许多具有挑战性的问题都有待解决。

1 多尺度有限元法的基本思想与发展历程

多尺度有限元法(multiscale finite element method,

MsFEM)的提出是为了解一类在非均质复合材料、多孔介质中控制传热和渗流等行为的椭圆(抛物)形方程, 其与传统有限元法的本质区别在于基函数。传统有限元法的基函数构造一般依据单元节点数量直接用多项式进行插值, 所以在同一个单元内部的材料参数(如弹性模量)必须一致。正是由于这种限制, 对于多尺度问题, 传统有限元法只有在微观尺度上进行细致的离散求解才能获得有意义的结果, 这样会导致问题的自由度太大以致无法求解。多尺度有限元法通过在单元上求解局部子问题进行基函数的构造, 这些基函数可以准确有效地反映材料的微观非均质性, 并可以自动地将小尺度下解的信息代入到大尺度范围, 利用有限元格式在粗网格上组装总刚度矩阵, 这样就可以在宏观层次上得到准确有效的解, 大幅度节省了计算资源和计算时间。

多尺度有限元法的基本思想可以追溯到 Babuska 等^[1]提出的广义有限元法和非多项式形式的基函数。1997 年, Hou 等^[2-4]扩展了这一基本思想

并明确提出了多尺度有限元法。在提出多尺度有限元法之后, Hou 等^[5]继续对该方法进行研究, 通过引入 Petrov-Galerkin 多尺度有限元法公式消除了单元与物理尺度共振带来的二阶误差。Efendiev 等^[6]使用全局细尺度解作为构建多尺度基函数的边界条件, 将多尺度有限元法用于两相流模拟, 得到了比较准确的结果。基于多尺度有限元法的基本思想, Chen 等^[7]提出了混合多尺度有限元法, 运用超样本技术求解局部 Neumann 边值问题获得精确的多尺度基函数。Chen 等^[8]研究了超样本多尺度有限元法, 使用尺度提升技术整合了微观到宏观的信息。Chen 等^[9]基于粗网格的线性协调基函数和包含小尺度信息的 bubble-like 函数, 构造了特殊的多尺度协调有限元空间, 数值试验表明采用该方法求解含有振荡参数的椭圆形方程是可行的。Allaire 等^[10]研究了多尺度有限元的均匀化方案, 着力整合局部细网格与全局粗网格来获得多尺度基函数。Chu 等^[11]发展了基于流动的超样本技术的多尺度有限元法, 超样本单元被扩展到全域, 真实的流量边界条件被用来计算超样本单元临时多尺度基函数。结果表明, 相比常规的超样本技术, 采用流动的超样本技术所得的计算精度得到了大幅提高。Aarnes 等^[12]发展了基于混合有限元法的分级多尺度算法, 将其用来模拟两相流问题, 将多尺度算法的应用由均匀网格推广到非均匀网格。Zhang 等^[13-14]发展了时空多尺度方法用以模拟周期性多相材料的力学与传热特性等。

2 多尺度有限元法的基本原理

2.1 多尺度有限元法的基函数

考虑如下二阶椭圆方程:

$$-\nabla^T \cdot [a(X) \nabla u] = f \quad (u \in \Omega) \quad (1)$$

式中: X 为空间坐标向量; Ω 为问题的求解区域; 描述不同的物理现象时, $a(X)$, u 和 f 相应地具有不同的物理含义。

该方程可以代表稳态渗流方程、稳态热传导方程、稳态电流传导方程等。此处仅以二维问题和矩形单元为例来说明多尺度基函数的构造, 而多尺度有限元法本身并没有这些局限性。如图 1 所示, 取

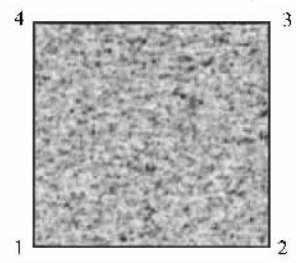


图 1 粗网格单元示意图^[15]

其中 1 个粗网格单元, 单元内部的材料可以是非均质的。定义粗网格单元的多尺度基函数 φ_i ($i = 1 \sim 4$), 多尺度有限元法要求 φ_i 满足以下方程:

$$-\nabla^T \cdot [a(X) \nabla \varphi_i] = 0 \quad (\varphi_i \in \Omega_e) \quad (2)$$

式中: Ω_e 为粗网格单元区域。

一般来讲, φ_i 没有解析形式, 方程 (2) 需要在一定的边界条件下用数值方法求解, 如常规有限元法、有限差分法等。

2.2 多尺度基函数的边界条件

多尺度基函数边界条件的选取至关重要, 它对多尺度有限元法的计算精度有重要影响。对于最基本的多尺度有限元法, 有两种可供选择的边界条件, 即线性边界条件和振荡边界条件。

设 $\xi_i = \varphi_i|_{\partial\Omega_e}$ ($i = 1 \sim 4$) 为多尺度基函数在粗网格单元 4 个边界上的取值, 对于线性边界条件, ξ_i 呈线性变化, 与双线性形函数的边界条件相同, 如 ξ_1 在图 1 所示单元 12 边界上由 1 节点处的 $\xi_1(x_1, y_1) = 1$ 线性变化为 2 节点处的 $\xi_1(x_2, y_2) = 0$ 。另一种值得推荐的边界条件是振荡边界条件, 如图 1 所示, 在边界 12 和边界 34 上, 方程 (2) 退化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[a_\xi(x) \frac{\partial \xi_1(x)}{\partial x} \right] = 0 \quad (3)$$

式中: $a_\xi(x)$ 分别等于 $a(X)|_{12}$ 和 $a(X)|_{34}$, 分别为 $a(X)$ 在边界 12 和边界 34 上的退化形式。

与此类似, 在边界 23 和边界 41 上, 退化方程为

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[a_\xi(y) \frac{\partial \xi_1(y)}{\partial y} \right] = 0 \quad (4)$$

式中: $a_\xi(y)$ 分别等于 $a(X)|_{23}$ 和 $a(X)|_{41}$, 分别为 $a(X)$ 在边界 23 和边界 41 上的退化形式。

这些退化方程的边界条件由 $\xi_i(x_j, y_j) = \delta_{ij}$ 确定, 有了边界条件, 方程便可以由定积分解析求解。以 ξ_1 为例, 在边界 12 上, 方程 (3) 的解为

$$\xi_1 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dt}{a_\xi(t)}}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dt}{a_\xi(t)}} \quad (5)$$

容易发现, 当 $a_\xi(t)$ 在边界 12 上为常数时, $\xi_1 = (x_2 - x) / (x_2 - x_1)$ 退化为线性边界条件。一般情况下, 由于材料的非均质性, 边界条件是振荡的。

2.3 超样本技术

为了避免粗网格大小与非均质材料物理尺度相近所引起的共振效应, 同时也为了构建更为合理的多尺度基函数, 进一步提高多尺度有限元法的计算精度和收敛性, Hou 等^[2]提出了超样本技术, 即首先在覆盖目标粗网格单元的超样本单元上求解临时的

多尺度基函数,然后再由临时多尺度基函数求得目标粗网格单元的多尺度基函数。

考虑如图 2 所示涵盖目标粗网格单元的超样本单元 $abcd$,首先构建超样本单元的临时多尺度基函数,将其标识为 $\psi_i (i = 1 \sim 4)$,其构建方法与前面直接在粗网格单元上构建多尺度基函数的方法完全相同。得到 ψ_i 以后,目标粗网格单元的多尺度基函数 φ_i 可由式(6)计算得到:

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^4 c_{ij} \psi_j \quad (i = 1 \sim 4) \quad (6)$$

式中: c_{ij} 为常数,可由条件 $\varphi_i(x_j) = \delta_{ij}$ 确定, x_j 为粗网格单元 4 个节点位置坐标,对于二维问题, $\varphi_i(x_j, y_j) = \delta_{ij}$ 。

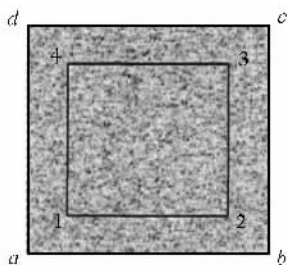


图 2 超样本单元示意图^[15]

需要指出的是,由于使用了超样本技术,多尺度单元不再是协调的,拥有共同边界的粗网格单元所求得的多尺度基函数在边界处会有微小的差别,即存在细微的非协调,Efendiev 等^[4]已经证明,这种非协调所带来的误差在实际计算中不明显,并不影响多尺度有限元法的收敛性;同时,超样本技术的使用明显提高了多尺度有限元法的计算精度。

3 多尺度有限元法的典型应用

多尺度有限元法自提出以后经历了快速的发展,新的技术手段不断被提出和引入,同时也与其他算法相结合逐步形成了一系列的多尺度算法,计算精度不断提高,并广泛应用于众多领域。

多尺度计算模型的构造方法一般可分为尺度分离和尺度间耦合两种^[16],前者着眼于在分析对象的不同部分时采用不同尺度,而后者则重点寻找宏观与微观之间的联系。对于工程结构,目前急需基于尺度分离思想的多尺度计算模型,即根据结构构件或节点的复杂程度和破坏过程中的非线性程度选择适当尺度的分析模型,并实现不同尺度模型之间的协同计算。通过选择合适的耦合方式,实现宏观尺度与微观尺度模型的协同计算,则可更准确地描述结构的整体受力特征和微观破坏过程。

3.1 在断裂力学中的应用

裂纹问题普遍存在于各种材料和工程结构中,

采用常规有限元法进行裂纹扩展模拟存在网格重构以及自由度太大等困难,而多尺度有限元法能很好地捕捉小尺度下材料和结构的特性,因而被广泛地用于裂纹扩展问题的研究。

孙骥^[17]借助多尺度方法,对裂纹断裂过程区的力学特性进行研究,分别建立宏观和介观尺度裂纹扩展的计算模型,并推导出研究尺度与材料弹性模量间的近似关系,为进一步分析研究裂纹尖端断裂过程区的应力应变状况以及环境致裂裂纹扩展的定量预测奠定了一定的理论基础。瞿伟廉等^[18]采用多尺度有限元法对动力荷载作用下的杆系钢结构节点疲劳裂纹扩展进行分析,先建立整体结构尺度的杆件单元的有限元模型,进行整体结构的有限元分析,得到整体结构各杆件的动内力,然后依据已得到的与节点相连接的所有杆件的动内力,建立节点子结构尺度的精确有限元模型和力学边界条件,再进行节点区的精细有限元分析,得到节点区的动应力场。结果表明该计算方法可以较好地预测含裂纹的杆系钢结构节点的疲劳裂纹扩展寿命。此外,黄其青等^[19]将有限元重合网格法扩展应用于三维线弹性断裂力学多裂纹问题,并用此方法对三维远端拉伸模型进行分析,结果显示,重合网格法处理裂纹问题不仅能简化计算模型而且精度较高。遗憾的是,该文只局限于线弹性多裂纹问题,将其扩展应用于一般多裂纹问题还有待深入研究。

3.2 在结构健康监测中的应用

随着结构健康监测系统在土木工程中的应用,传统的在单一宏观整体大尺度下建立的有限元模型已不能满足健康监测和损伤评估的需要,因为大型土木结构的工作荷载是作用在整体结构大尺度上的,而结构损伤是发生在毫米级的结构局部细节小尺度上的,这些局部是研究者重点关注的部位。所以有必要建立专门针对结构健康监测和损伤评估的、可以同时分析结构整体和局部细节特性的结构多尺度有限元模型。

李兆霞等^[20]以两个大跨悬索桥——香港青马大桥和江苏润扬长江公路大桥的有限元建模过程为例,探讨了大跨桥梁结构以健康监测和状态评估为目标的有限元模拟的技术要求、建模方案与策略。研究表明:以结构状态评估为目标的大跨桥梁有限元模拟必须是建立于衔接理论基础上的多尺度结构模拟。丁幼亮等^[21]对有限元模型进行了误差分析,指出了误差来源:对于设计资料全面的新建桥梁而言,以安全评估为目标的精细有限元模型最主要的误差来源是边界条件误差。从损伤诊断和模型误差的角度看,简化有限元模型应最大限度地减小模型

结构误差,使简化模型的理论模态参数与精细模型在健康状态下的理论模态参数具有良好的一致性。因此,以结构损伤诊断为目标的简化有限元模型的结构误差是最主要的误差来源。文献^[21]还基于敏感性分析的模型修正方法提出了大跨桥梁结构模型误差的分层次修正理论。此外,孙正华等^[22-23]还采用基于灵敏度分析的方法对模型进行修正,结果表明基于子结构方法建立的结构行为一致多尺度模型是有效的。

3.3 在地下水流模拟的应用

地下水含水系统大多是非均质的,应用传统有限元法或有限差分法求解这类非均质介质中的水流问题时需要非常精细的剖分才能获得较为精确的解。若计算区面积很大,精细剖分产生的节点数过多,往往会超出计算机的容量,或者使计算时间过长。所以,人们一直致力于寻求某种既可以减少剖分的单元数又可以保证计算精度的方法,多尺度有限元法就可以很好地实现这一目标。

多尺度有限元法是一种新的用来求解椭圆形方程的数值方法,该方法在水文地质领域的应用报道甚少。Hou等^[2]将其应用于水文地质领域,并对参数连续变化的简单二维稳定流问题进行求解。薛禹群等^[24]在其基础上对水文地质参数按函数连续变化、渐变和突变3种非均质多孔介质中的二维地下水稳定流、非稳定流分别用多尺度有限元法和传统有限元法求解,将两种方法的计算结果与解析解进行比较。结果表明多尺度有限元法比传统有限元法有效,既节省计算工作量又有较高的精度。贺新光^[25]基于有限体积离散和多尺度基函数之间的有效耦合,提出了有限体积多尺度有限元法,并对非均质多孔介质中的饱和水流问题进行了求解。在此基础上,林琳等^[26]建立了拟三维数学模型,将多尺度有限元法用于模拟三维地下水流问题。算例表明,在模拟非均质多孔介质中的三维地下水流问题时,多尺度有限单元法比传统有限单元法更有效。此外,为了求解非均质多孔介质中的非饱和水流问题,贺新光等^[27-28]基于修改的皮卡迭代格式的框架,构造了随时间发展的自适应多尺度基函数,提出了一种自适应多尺度有限元方法,并通过数值模拟验证了其有效性与精确性。

为了精确地求解大尺度条件下非均质多孔介质中的饱和及非饱和水流问题,研究者提出了几种不同但相互联系的多尺度数值方法,但有些方法还不成熟,例如有限元方法尚不能直接用于求解水力参数高度不连续的非均质沟道系统中的水流问题。因此,应考虑将多尺度算法的一些思想与其他方法相

结合,以便更好地解决地下水流问题。

3.4 在材料科学中的应用

目前,多尺度有限元法被广泛应用于研究不同尺度下材料的力学行为和缺陷。复合材料液态成型(LCM)工艺是近年发展起来的一种高性能低成本的先进复合材料制造技术,在LCM工艺中出现的质量缺陷(如产生气泡)会严重影响制品的性能和寿命。因此,为了有效模拟LCM过程中不同工艺参数下树脂的流动行为,减少气泡的形成,提高树脂的浸润效果,张鸣翠^[29]推导出求解树脂流动模型的自适应多尺度有限元法的数值格式,为充模过程数值模拟的进一步研究奠定了理论基础。周妍^[30]将多尺度有限元法与控制体有限元法结合在一起,进行树脂流动模拟算法设计。此外,由于LCM的实际成型过程涉及参数众多,为了完善数值模拟,还需要在其他方面进一步研究和讨论。曹磊等^[31]运用多尺度方法对热喷涂层的微细结构进行分析,结果表明该方法能够精确高效地计算热喷涂层局部微细结构的应力分布。黄均平等^[32]对简单晶体多尺度有限元计算的能量构成进行了分析,得到了在统一理论框架下多尺度有限元计算的统一格式。

4 结 语

随着科学技术的发展,无论是对物质机理的探索还是实际应用都进入了微观尺度的研究层次,随之出现的多尺度建模、分析及计算成为当前应用数学和计算数学领域的前沿和热门课题。多尺度有限元法作为近些年来提出的一种有效的多尺度数值计算方法,由于其无需在小尺度上精确求解就能正确捕捉问题的大尺度特征,因而被广泛应用于断裂力学、结构健康监测、地下水流模拟、材料科学等各个领域。

作为一种新的多尺度计算方法,多尺度有限元法还有大量工作有待深入研究与探索,包括精度的进一步提高,应用范围的推广,与其他需要构造类似映射关系的数值方法的结合等。

参考文献:

- [1] BABUSKA I, CALOZ G, OSBOM E. Special finite element methods for a class of second order elliptic problems with rough coefficient[J]. SIAM J Numer Anal, 1994, 31(4): 945-981.
- [2] HOU T Y, WU Xiao-hui. A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media [J]. J Comp Phys, 1997, 134(1): 169-189.
- [3] HOU T Y, WU Xiao-hui, CAI Zhi-qiang. Convergence of a multiscale finite element method for elliptic problems with

- rapidly oscillating coefficients[J]. Math Comp ,1999 ,68 :913-943.
- [4] EFENDIEV Y R ,HOU T Y ,WU Xiao-hui. Convergence of a nonconforming multiscale finite element method[J]. SIAM J Numer Anal ,2000 ,37(3) :888-910.
- [5] HOU T Y ,WU Xiao-hui ,ZHANG Yu. Removing the cell resonance error in the multiscale finite element method via a Petrov-Galerkin formulation[J]. Commun Math Sci ,2004 ,2(2) :185-205.
- [6] EFENDIEV Y ,GINTING V ,HOU T Y ,et al. Accurate multiscale finite element methods for two-phase flow simulation[J]. J Comp Phy ,2006 ,220(1) :155-174.
- [7] CHEN Zhi-ming ,HOU T Y. A mixed multiscale finite element method for elliptic problems with oscillating coefficients[J]. Math Comp ,2002 ,72 :541-576.
- [8] CHEN Zhi-ming ,YUE Xing-ye. Numerical homogenization of well singularities in the flow transport through heterogeneous porous media[J]. Multiscale Model Simul ,2003 ,1(2) :260-303.
- [9] CHEN Jin-ru ,CUI Jun-zhi. A multiscale finite element method for elliptic problems with highly oscillatory coefficients[J]. Appl Numer Math ,2004 ,50(1) :1-13.
- [10] ALLAIRE G ,BRIZZI R. A multiscale finite element method for numerical homogenization[J]. Multiscale Model Simul ,2005 ,4(3) :790-812.
- [11] CHU J ,EFENDIEV Y ,GINTING V ,et al. Flow based oversampling technique for multiscale finite element methods [J]. Adv Water Resour ,2008 ,31(4) :599-608.
- [12] AARNES J E ,STEIN K ,LIE K A. A hierarchical multiscale method for two-phase flow based upon mixed finite elements and nonuniform grids[J]. Multiscale Model Simul ,2006 ,5(2) :337-363.
- [13] ZHANG Hong-wu ,ZHANG Sheng ,GUO Xu ,et al. Multiple spatial and temporal scales method for numerical simulation of non-classical heat conduction problems :one dimensional case [J]. Int J Solids Struct ,2005 ,42(3/4) :877-899.
- [14] ZHANG Hong-wu ,ZHANG Sheng ,BI Jin-ying ,et al. Thermo-mechanical analysis of periodic multiphase materials by a multiscale asymptotic homogenization approach[J]. Int J Numer Meth Eng ,2007 ,69(1) :87-113.
- [15] 付振东. 非均质饱和多孔介质准静态行为分析的耦合多尺度及耦合升尺度有限元法[D]. 大连 :大连理工大学 ,2010.
- [16] 陆新征 ,林旭川 ,叶列平. 多尺度有限元建模方法及其应用[J]. 华中科技大学学报 :城市科学版 ,2008 ,25(4) :76-80.
- [17] 孙戡. 多尺度下裂纹断裂过程区力学特性分析[D]. 西安 :西安科技大学 ,2009.
- [18] 瞿伟廉 ,何钟山 ,刘嘉. 动力荷载作用下杆系钢结构节点疲劳裂纹扩展断裂破坏的分析方法[J]. 土木工程学报 ,2010 ,43(12) :78-86.
- [19] 黄其青 ,谢伟. 基于有限元重合网格法的等大共面的三维表面裂纹交互因子研究[J]. 西北工业大学学报 ,2009 ,27(1) :105-109.
- [20] 李兆霞 ,李爱群 ,陈鸿天 ,等. 大跨桥梁结构以健康监测和状态评估为目标的有限元模拟[J]. 东南大学学报 :自然科学版 ,2003 ,33(5) :562-572.
- [21] 丁幼亮 ,李爱群 ,缪长青 ,等. 大跨桥梁结构损伤诊断与安全评估的多尺度有限元模拟研究[J]. 地震工程与工程振动 ,2006 ,26(2) :66-72.
- [22] 孙正华 ,李兆霞 ,陈鸿天. 结构多尺度有限元模型修正试验研究[J]. 特种结构 ,2008 ,25(4) :61-64.
- [23] 孙正华 ,李兆霞 ,陈鸿天. 结构行为一致多尺度有限元模型修正及验证[J]. 东南大学学报 :自然科学版 ,2009 ,39(1) :85-90.
- [24] 薛禹群 ,叶淑君 ,谢春红 ,等. 多尺度有限元法在地下水模拟中的应用[J]. 水利学报 ,2004 ,35(7) :7-13.
- [25] 贺新光. 非均质多孔介质中水流问题的多尺度数值模拟[D]. 北京 :中国农业大学 ,2006.
- [26] 林琳 ,杨金忠 ,方跃骏 ,等. 多尺度有限元法在地下水拟三维数值模拟中的应用[J]. 中国农村水利水电 ,2005 (12) :10-12.
- [27] 贺新光 ,任理. 求解非均质多孔介质中非饱和水流问题的一种自适应多尺度有限元方法 :I 数值格式[J]. 水利学报 ,2009 ,40(1) :38-51.
- [28] 贺新光 ,任理. 求解非均质多孔介质中非饱和水流问题的一种自适应多尺度有限元方法 :II 数值结果[J]. 水利学报 ,2009 ,40(2) :138-144.
- [29] 张鸣翠. LCM 数值模拟的自适应多尺度有限元法[J]. 科协论坛 ,2010(9) :76-77.
- [30] 周妍. 多尺度有限元法在复合材料液态成型模拟中的应用[D]. 武汉 :武汉理工大学 ,2009.
- [31] 曹磊 ,徐广为 ,沈连娣. 用多尺度方法分析热喷涂层应力[J]. 材料科学与工艺 ,2006 ,14(1) :22-24.
- [32] 黄均平 ,彭向和. 基于能量统一格式的多尺度有限元法[J]. 计算机辅助工程 ,2010 ,19(4) :38-43.
- (收稿日期 2011-10-31 编辑 骆超)
- +++++
- (上接第 58 页)
- [9] 杨中方 ,张成良 ,张璞. 某水电站地下厂房岩壁梁爆破参数优化研究[J]. 爆破 ,2006 ,23(1) :42-51.
- [10] 徐成光. 复杂地质条件下地下厂房吊车梁岩壁成型控制爆破[J]. 工程爆破 ,2000 ,4(2) :74-77.
- [11] 王尚荣 ,谢小莉 ,郭开亮. 瀑布沟水电站地下厂房岩壁吊车梁开挖的研究与分析[J]. 四川水力发电 ,2007 ,26(4) :31-34.
- [12] 杨春旭 ,李家兴 ,田灿斌. 糯扎渡水电站地下厂房岩壁梁岩台开挖爆破试验[J]. 云南水力发电 ,2010 ,26(5) :122-126.
- [13] 胡朝新 ,杨学伏. 石垭子电站岩壁梁岩台开挖施工技术[J]. 广东水利水电 ,2010(6) :37-38.
- [14] 吴立 ,闫天俊 ,周传波. 凿岩爆破工程[M]. 武汉 :中国地质大学出版社 ,2005.
- [15] GB6722—2003 爆破安全规程[S].
- (收稿日期 2011-09-29 编辑 熊水斌)