

再论圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式

文 辉,李风玲

(惠州学院建筑与土木工程系,广东 惠州 516007)

摘要:在总结前人圆管明渠均匀流正常水深计算公式的基础上,引入无量纲参数 α 和无量纲正常水深 β ,对圆管明渠均匀流基本方程进行数学变换,应用曲线拟合和优化原理,提出新的圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式;根据给水排水工程和水利工程设计规范的要求,并考虑工程实际情况,确定计算公式的工程适用范围。误差分析和计算实例表明:该公式形式简捷,精度较高,在工程适用范围内最大相对误差小于0.72%,可以方便工程设计人员在设计中直接使用。

关键词:圆管;明渠;均匀流;正常水深;圆形断面;超越函数方程

中图分类号:TV131.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2012)06-0015-03

Further study on explicit formula for normal water depth of uniform flows in circular pipes//WEN Hui, LI Fengling (Department of Architecture and Civil Engineering, Huizhou University, Huizhou 516007, China)

Abstract: Based on the summarization of the existing formulae for normal depth of uniform flows in circular tube open channels, the dimensionless parameter α and the dimensionless normal depth β are introduced to perform mathematical transformation of the basic equation for uniform flows in circular tube open channels. A new explicit formula for the normal water depth of the uniform flows in circular tube open channels is proposed by means of the curve fitting and optimization principles. According to the requirements of Structural design code for special structures of water supply and waste water engineering and Design specification for hydraulic engineering, the scope of project application for the proposed formula is determined considering the specific situations of projects. The error analysis and case studies indicate that the proposed explicit formula has advantages of concise form and high precision. The maximum relative error is less than 0.72%, and it is convenient for designers to directly use it.

Key words: circular tube; open channel; uniform flow; normal water depth; circular section; transcendental function equation

圆管具有结构形式简单和力学条件好等特点,是给水排水工程和水利工程中应用最广泛的输水形式。但圆管均匀流方程和临界流方程均为超越函数方程,求解这些含三角函数的高次隐函数方程,是十分复杂和困难的,无论是采用查图、查表还是迭代试算或是编程计算都比较繁琐。为此,国内不少学者对正常水深的直接计算^[1-7]和临界水深的直接计算^[8-11]都作了较深入的研究,得到一些近似的直接计算公式,但存在着公式形式复杂或计算精度不高等诸多缺陷,一定程度上影响了公式的使用与推广,其中王正中的反余弦函数公式^[3]最简捷,只是精度稍差,本文将以此为基础,开展进一步研究。

1 圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式

圆管明渠的正常水深采用均匀流计算公式,以

曼宁公式表示的圆管明渠均匀流基本方程^[12]为

$$Q = \frac{\sqrt{i} A^{5/3}}{n \chi^{2/3}} \tag{1}$$

式中: Q 为设计流量, m^3/s ; i 为管道坡降; A 为圆管断面过水面积, m^2 ; n 为糙率; χ 为湿周, m 。

1.1 圆管明渠的水力要素

圆管断面如图1所示。圆管明渠的水力要素计算公式为

$$\begin{cases} A = \frac{d^2}{8}(\theta - \sin\theta) \\ \chi = \frac{d}{2}\theta \\ h = d\sin^2\left(\frac{\theta}{4}\right) \end{cases} \tag{2}$$

式中: d 为圆管直径, m ; θ 为过水断面充满角, rad ; h

为正常水深, m。

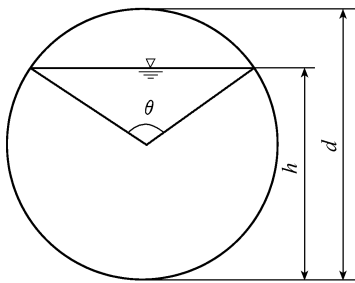


图1 圆管断面

1.2 圆管明渠均匀流正常水深的非线性方程

将式(2)代入式(1),整理便得求解圆管明渠均匀流正常水深的非线性方程:

2^{13/3} n Q / (\sqrt{i} d^{8/3}) = \theta (1 - \frac{\sin \theta}{\theta})^{5/3} (3)

由此可知,圆管明渠均匀流正常水深的计算就是非线性方程式(3)的求根问题。公式左侧为圆管和水流的已知量,为了方便研究,令

\alpha = \frac{2^{13/3} n Q}{\sqrt{i} d^{8/3}} (4)

\beta = \frac{h}{d} = \sin^2(\frac{\theta}{4}) (5)

式中:\alpha 为无量纲参数;\beta 为无量纲正常水深(正常水深和圆管直径之比)。

将式(4)和式(5)代入式(3)可得:

\alpha = 4 \arcsin \sqrt{\beta} \left[1 - \frac{\sin(4 \arcsin \sqrt{\beta})}{4 \arcsin \sqrt{\beta}} \right]^{5/3} (6)

此方程为三角函数方程,无法直接求解。

1.3 圆管明渠均匀流正常水深计算公式的适用范围

理论上正常水深的适用范围应为 0 \le \beta \le 1, 目的是为了以防因水位的细微变化或波浪等的影响而导致明满流交替或封顶的现象发生,保证水面以上空气畅通及水流状态稳定。给水排水工程规范和水利工程规范等要求净空面积不应小于隧洞断面面积的 15%, 据此得出计算公式的适用上限为

\frac{A}{A_0} = 0.85 (7)

\frac{d^2}{8} (\theta - \sin \theta) / (\frac{d^2}{4} \pi) = 0.85 (8)

式中:A_0 为圆管断面面积。

公式(8)为三角超越方程,试算解得 \theta = 4.3917, 所以 h_{\pm} = 0.80d。

考虑到大多数工程实际应用情况,过小水深没有太大实际意义,故下限值 h_{\text{下}} = 0.10d, 所以正常水深计算公式的工程适用范围为 0.1 \le \beta \le 0.8。

2 圆管明渠均匀流正常水深的新计算公式

公式(6)为三角函数方程,本文将以反余弦函数构造计算公式形式,通过曲线拟合和优化原理,兼顾公式简捷和结果精度,提出新的计算公式:

\beta = 0.365 \arccos(0.996 - 0.256 \alpha) (9)

3 误差分析和公式评价

目前主要的几种圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式为

a. 韩会玲公式[1]:

\beta_1 = 0.09835 \alpha + 0.1919 (10)

b. 陈水梯公式[2]:

\beta_2 = \begin{cases} 0.271 \alpha^{0.526} & \beta < 0.5 \\ 0.82(0.159 \alpha)^{0.781 \lg \alpha + 0.3268} & \beta \geq 0.5 \end{cases} (11)

c. 王正中公式[3]:

\beta_3 = \frac{\arccos(1 - \frac{\alpha}{4})}{153} (12)

d. 文辉公式[4]:

\beta_4 = \begin{cases} 0.27 \alpha^{0.485} & \beta \leq 0.33 \\ 0.098 \alpha + 0.19 & \beta > 0.33 \end{cases} (13)

e. 赵延风公式[5]:

\begin{cases} \beta_5 = 1.258 - (1.584 - 0.605 \alpha_1^{0.75})^{0.50} \\ \alpha_1 = \alpha^{0.60} \end{cases} (14)

将各公式在工程适用范围(0.1 \le \beta \le 0.8)的相对误差 \Delta_i = \frac{\beta_i - \beta_0}{\beta_0} \times 100\% 列于表1。

由表1可知:韩会玲公式属于线性函数形式,形式最简单,但误差最大,最大相对误差为104.80%;陈水梯公式属于分段函数形式,形式最复杂,误差很

表1 误差分析

\alpha	\beta_0	相对误差/%					
		\Delta_1	\Delta_2	\Delta_3	\Delta_4	\Delta_5	\Delta_{\text{本文公式}}
0.131179196	0.10	104.80	-6.90	-3.83	0.82	-0.21	0.38
0.305421542	0.15	47.96	-3.19	-1.81	1.26	-0.47	-0.66
0.550226801	0.20	23.01	-1.04	-0.63	1.04	-0.53	-0.54
0.860682056	0.25	10.62	0.17	0.12	0.42	-0.48	-0.28
1.230443644	0.30	4.30	0.74	0.61	-0.48	-0.36	-0.03
1.652099749	0.35	1.25	0.83	0.95	0.54	-0.19	0.17
2.117356582	0.40	0.04	0.53	1.18	-0.62	0.01	0.34
2.617132664	0.45	-0.16	-0.11	1.34	-0.78	0.23	0.47
3.141592654	0.50	0.18	-0.13	1.45	-0.42	0.43	0.58
3.680130289	0.55	0.70	-1.22	1.50	0.12	0.60	0.67
4.221296484	0.60	1.18	-1.24	1.49	0.61	0.71	0.71
4.752654293	0.65	1.43	-0.71	1.40	0.89	0.73	0.70
5.260519355	0.70	1.32	-0.06	1.18	0.79	0.57	0.59
5.729496479	0.75	0.72	0.36	0.76	0.20	0.15	0.30
6.141605557	0.80	-0.51	0.23	-0.02	-1.02	-0.68	-0.31

大,最大相对误差为-6.90%;王正中公式属于三角函数形式,形式简单,误差大,最大相对误差为-3.83%;文辉公式也属于分段函数形式,形式较复杂,误差较大,最大相对误差为1.26%;赵延风公式属于指数函数形式,形式较复杂,误差较小,最大相对误差为0.73%;本文公式也属于三角函数形式,形式简单且误差最小,最大相对误差为0.71%。

4 计算步骤及算例

4.1 计算步骤

- a. 根据流量 Q 、管道粗糙系数 n 、管道直径 d 和管道坡度 i ,由式(4)求参数 α 。
- b. 将 α 代入式(9)求得无量纲正常水深 β 。
- c. 将 β 代入式(5)求得正常水深 h 。

4.2 算例

某圆形输水隧洞,直径 $d=6.0\text{ m}$,洞底坡度 $i=0.001$,粗糙系数 $n=0.014$,流量 $Q=80\text{ m}^3/\text{s}$ 时的均匀流正常水深 h 可计算如下:
由式(4)可解得 $\alpha=6.00636$,由式(9)可解得 $\beta=0.782257$,再由式(5)计算得 $h=\beta d=4.694\text{ m}$,经试算得到正常水深的精确解 4.696 m ,相对误差为-0.051%。

5 结 语

本文提出了一个新的圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式,误差分析及实例计算表明,与目前相关文献的研究成果相比,该公式具有表达形式简单且误差小的特点,可极大方便工程设计人员在圆

形断面水利工程设计中的直接使用。

参考文献:

[1] 韩会玲,孟庆芝.非满流圆管均匀流水力计算的近似数值解法[J].给水排水,1994(10):25-26.
[2] 陈水梯.排水管道纯公式水力计算[J].给水排水,1995(1):16-17.
[3] 王正中,冷畅俭,姜宗科.圆管均匀流水力计算的近似公式[J].给水排水,1997(9):27-29.
[4] 文辉,李凤玲.圆管明渠均匀流的新近似计算公式[J].人民黄河,2006,28(2):67-69.
[5] 赵延风,祝晗英,王正中.一种新的圆形过水断面正常水深近似计算公式[J].河海大学学报:自然科学版,2010,38(1):68-71.
[6] 吕宏兴,把多铎,宋松柏.无压流圆形过水断面水力计算的迭代法[J].长江科学院院报,2003,20(5):15-17.
[7] 赵延风,芦琴,张宽地.圆形过水断面均匀流水深的近似计算公式[J].西北农林科技大学学报:自然科学版,2008,36(5):225-228.
[8] 张宽地,吕宏兴,赵延风.明流条件下圆形隧洞正常水深与临界水深的直接计算[J].农业工程学报,2009,25(3):1-5.
[9] 王正中,陈涛,万斌.圆形断面临界水深的新近似计算公式[J].长江科学院院报,2004,21(2):1-2.
[10] 文辉,李凤玲.圆管明渠临界水深的直接近似计算公式[J].人民黄河,2007,29(4):67-69.
[11] 李凤玲,文辉,彭波.圆形过水断面临界流的近似水力计算[J].人民长江,2008,39(11):77-78.
[12] 吴持恭.水力学[M].北京:高等教育出版社,1982.

(收稿日期:2012-02-17 编辑:周红梅)

欢迎订阅 2013 年《水资源保护》

中国科技核心期刊 RCCSE 核心期刊
ISSN 1004-6933 CN 32-1356/TV

《水资源保护》是由河海大学和中国水利学会环境水利研究会主办的科技期刊。该期刊针对我国水资源短缺、用水效率不高、水污染严重等突出问题,探讨水资源保护工作中的基础研究、防治技术、宏观管理及水环境治理问题,关注重点是水环境、水资源和大江大湖的环境生态问题和可持续发展。主要栏目有科学研究、应用技术、综述述评、管理研究等。

《水资源保护》是中国学术期刊综合评价数据库来源期刊、中国核心期刊(遴选)数据库统计源期刊,已被美国化学文摘(CA)、波兰哥白尼索引(IC)数据库、中国期刊网、中国数字化期刊群、水信息网、北极星网、中华期刊网、中文科技期刊数据库、中文科技期刊数据库等收录和引用,长期以来一直都是水利界和环保部门备受关注的重点期刊,2012 年被评为中国高校特色期刊。

《水资源保护》主要读者对象是全国从事与水资源保护工作有关的工程技术人员、科研人员、管理人员以及大专院校师生,邮发代号:28-298,双月刊,96 页,12 元/期,全年共计 72 元,每逢单月出版。欲订购者,请向当地邮局订购。若无法从邮局订阅,亦可登陆本刊网站下载征订单。

编辑部地址:南京市西康路 1 号 河海大学《水资源保护》编辑部
邮政编码:210098 电话/传真:(025)83786642 E-mail:bh@hhu.edu.cn
http://kkb.hhu.edu.cn/web/indexbh.asp?d_id=37