

堤防溃口人员伤亡事故的事故树分析

杨梦云^{1,2}

(1. 荆州市长江河道管理局公安局勘测设计院,湖北 公安 434300;
2. 东莞市广安建设工程监理有限公司,广东 东莞 523122)

摘要:为了减少洪灾人员伤亡,将安全系统工程中的事故树分析法引入到堤防溃口人员伤亡事故的分析与控制中,根据事故树分析基本原理和堤防溃口的事故机理,综合考虑引发事故的各基本事件及其逻辑关系建立堤防溃口人员伤亡事故树,从最小割集、最小径集、基本事件的结构重要度、顶上事件的发生概率、概率重要度、关键重要度等方面,对事故树进行定性、定量分析。结果表明:洪灾发生时的有序疏散及自我保护是降低人员伤亡事故发生概率的关键因子,和当地人口密度相匹配且通畅的交通道路、快捷的逃生工具、提高反应时间的防洪预警系统等非工程防洪措施,是防洪减灾中堤防溃口人员伤亡事故防范的侧重点及主要控制方向。

关键词:堤防溃口;人员伤亡;安全系统工程;事故树分析

中图分类号:TV698.2⁺37 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2013)03-0018-05

Fault tree analysis on casualty accidents caused by dike breaches//YANG Mengyun^{1,2} (1. Survey and Design Institute of Gonggan Branch, Jingzhou Yangtze River Management Bureau, Gonggan 434300, China; 2. Dongguan Guang'an Construction Engineering Supervision Co., Ltd., Dongguan 523122, China)

Abstract: In order to reduce the injuries and deaths in flood disaster, the method of the fault tree analysis (FTA) in the safety system engineering was applied in the analysis and control of casualty accidents caused by dike breaches. Based on principles of the fault tree analysis and mechanism of the dike breaches, the fault tree for the injuries and deaths in flood disaster was constructed considering all factors of the accidents and the logical relations between them. The fault tree was analyzed qualitatively and quantitatively from the aspects of the minimal cut sets, minimal path sets and the structural importance of basic events, occurrence probability of top events, importance degree of probability, and critical importance, etc. The results show that the orderly evacuation and self-protection are the key factors to decrease the probability of casualty accidents. The non-engineering measures to flood prevention, such as the smooth traffic roads to match the local population density, the means of fast escape, and the early warning system to increase the reaction time, are critical aspects and main control directions of casualty accidents prevention in the flood control and disaster reduction.

Key words: dike breach; casualty; safety system engineering; fault tree analysis

事故树分析法(fault tree analysis, FTA)是安全系统工程中进行安全分析、评价和事故预测时常用的一种演绎推理法。目前事故树分析法的应用已从宇航、核工业领域控制系统的安全性评价和随机性故障概率预测扩展到矿山、电力、铁路安全事故的分析及公共场所火灾的安全性评价等领域。洪涝灾害是我国自然灾害中危害最大、损失最严重的灾害^[1],不考虑堤防溃口、漫溢,1954—2006年全国仅垮坝水库就有3498座^[2],其中尤以河南“75·8”特大洪水灾害损失惨重。关于溃坝的统计及原因分析多有论述^[2-3],针对堤防尤其是水库、大坝的风险分

析与评价也不乏研究^[4-5],但对堤防工程出现溃口性险情时的安全性评价和突发性事故概率预测,尤其是堤防溃口发生时的人员伤亡事故的定量分析却少见分析。为最大限度地减少堤防溃口事故中的人员伤亡,本文运用安全系统工程的事​​故树分析方法,针对出现溃口性险情后的堤防溃口人员伤亡事故做定性与定量分析,为防洪减灾提供科学、可靠的依据。

1 事故树分析法的基本方法与原理

1.1 事故树分析法的基本方法

事故树是一种从结果到原因描绘事故发生的有

向逻辑树,事故树分析法把系统可能发生的某种事故与导致事故发生的各种原因之间的逻辑关系用一种以顶上事件为根、中间事件为节、基本事件为叶的若干级倒置事故树表示^[6-8]。从要分析的特定事故的顶上事件开始,层层分析与顶上事件有关的所有原因事件即中间事件,一直分析到不能再分解或没有必要分析时为止,即分析至基本原因事件即底事件为止,通过对事故树的定性与定量分析,找出事故发生的主要原因,以便改善和评价系统的安全性,为确定安全对策提供可靠依据,以达到预测与预防事故发生的目的。

1.2 事故树分析法的基本原理

事故树分析法的基本原理就是利用事故分析手段对事故资料进行逻辑分析,从中找出事故的最小割集、最小径集,并对基本事件的结构重要度、概率重要度、关键重要度做定性、定量分析,为做出最佳事故诊断和确定防范措施的顺序提供依据。

1.2.1 最小割集与最小径集

最小割集中所有基本事件同时发生,则顶上事件必然发生,每一个最小割集都表示顶上事件发生的一种可能,最小割集数量的多少反映系统危险性的大小;最小径集中所有基本事件都不发生,则顶上事件不发生,每一个最小径集都表示顶上事件不发生的一种可能,最小径集数量的多少反映系统安全性的。最小割集的求解方法有布尔代数法、质数代入法和矩阵法等方法,一般常用布尔代数法。在事故树的对偶树及成功树中,按照求解最小割集的原理求解最小径集。在求解最小割集时如基本事件关联复杂,存在“组合爆炸”问题,采用二元决策图法(binary decision diagram, BDD)^[9]可不求解最小割集就能得出顶上事件发生概率。

1.2.2 基本事件的结构重要度分析

各基本事件在事故树结构中的重要程度称为结构重要度。仅从事故树的结构上研究各基本事件对顶上事件的影响程度,称为结构重要度分析。结构重要度系数求解方法有列表编排法、最小割集(径集)法。利用最小割集法近似求解结构重要度系数,计算公式为

$$I_{\phi_i} = \sum_{x_i=1}^{K_j} \frac{1}{2^{n_j-1}} \quad (1)$$

式中: I_{ϕ_i} 为第*i*个基本事件的结构重要度系数; x_i 为第*j*个割集的第*i*个基本事件; K_j 为最小割集总数; n_j 为第*i*个基本事件所在的最小割集 K_j 的基本事件总数。

定性分析时一般主要依据以下 4 条原则来判断基本事件结构重要度系数的大小,并排列出各基本

事件的结构重要度顺序,而不是求出结构重要度系数的精确值^[10]。这 4 条原则是:①单事件最小割(径)集中的基本事件结构重要度系数最大;②仅在同一最小割(径)集中出现的所有基本事件结构重要度系数相等;③两基本事件仅出现在基本事件个数相等的若干最小割(径)集中,这时在不同最小割(径)集中出现次数相等的基本事件其结构重要度系数相等,出现次数多的结构重要度系数大,出现次数少的结构重要度系数小;④两个基本事件仅出现在基本事件个数不等的若干最小割(径)集中,在这种情况下,若它们重复在各最小割(径)集中出现的次数相等,则少事件最小割(径)集中出现的基本事件结构重要度系数大;在少事件最小割(径)集中出现次数少的基本事件与多事件最小割(径)集中出现次数多的基本事件比较,一般前者的结构重要度系数大于后者。

1.2.3 顶上事件发生概率

在各基本事件相互独立且事故树中不含有重复的或相同的基本事件的条件下,顶上事件的发生概率可根据事故树的结构用式(2)或式(3)求得:

$$\text{用“与门”连接} \quad P_T = \prod_{i=1}^n q_i \quad (2)$$

$$\text{用“或门”连接} \quad P_T = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_i) \quad (3)$$

式中: P_T 为顶上事件的发生概率; q_i 为第*i*个基本事件的发生概率; n 为事件个数。

1.2.4 基本事件的概率重要度分析

概率重要度表示第*i*个基本事件发生概率的变化引起顶上事件发生概率变化的程度,概率重要度系数 I_{gi} 计算公式为

$$I_{gi} = \frac{\partial P_T}{\partial q_i} \quad (4)$$

1.2.5 基本事件的关键重要度分析

关键重要度表示第*i*个基本事件发生概率的变化率引起顶上事件发生概率的变化率,能从本质上反映各基本事件在事故树中的重要程度,关键重要度系数 I_{ci} 计算公式为

$$I_{ci} = \frac{q_i}{P_T} I_{gi} \quad (5)$$

2 堤防溃口人员伤亡事故树的构建与分析

2.1 事故树的构建

从堤防溃口的事故机理看,抢险失败和逃生失败是堤防溃口人员伤亡事故的主要影响因素,而抢险失败和逃生失败又是多个基本事件综合影响的结果。根据事故树分析的基本原理,绘出事故树如图 1^[11]所示。

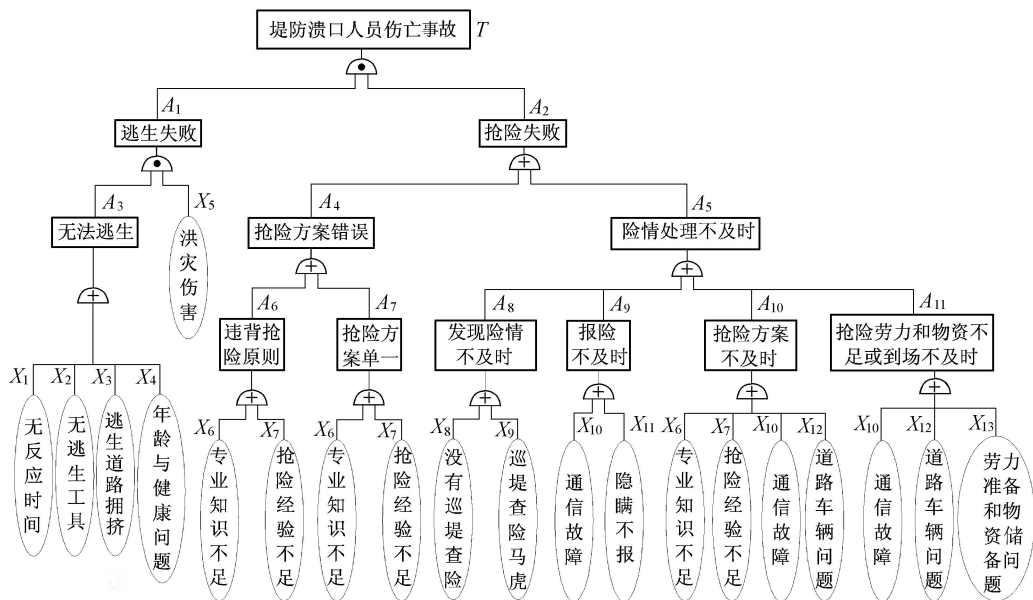


图1 堤防溃口人员伤亡事故树

2.2 定性分析

2.2.1 最小割集与最小径集

根据图1,堤防溃口人员伤亡事故树的结构表达式为

$$T = A_1 A_2 = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) X_5 (X_6 + X_7 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_6 + X_7 + X_{10} + X_{12} + X_{10} + X_{12} + X_{13})$$

采用布尔代数法确定最小割集^[12],根据布尔代数的等幂、吸收运算,对含有重复基本事件的割集化简后共得到32组最小割集:

$$T = X_1 X_5 X_6 + X_1 X_5 X_7 + X_1 X_5 X_8 + X_1 X_5 X_9 + X_1 X_5 X_{10} + X_1 X_5 X_{11} + X_1 X_5 X_{12} + X_1 X_5 X_{13} + X_2 X_5 X_6 + X_2 X_5 X_7 + X_2 X_5 X_8 + X_2 X_5 X_9 + X_2 X_5 X_{10} + X_2 X_5 X_{11} + X_2 X_5 X_{12} + X_2 X_5 X_{13} + X_3 X_5 X_6 + X_3 X_5 X_7 + X_3 X_5 X_8 + X_3 X_5 X_9 + X_3 X_5 X_{10} + X_3 X_5 X_{11} + X_3 X_5 X_{12} + X_3 X_5 X_{13} + X_4 X_5 X_6 + X_4 X_5 X_7 + X_4 X_5 X_8 + X_4 X_5 X_9 + X_4 X_5 X_{10} + X_4 X_5 X_{11} + X_4 X_5 X_{12} + X_4 X_5 X_{13}$$

最小径集用事故树表示为

$$T' = A'_1 + A'_2 = X'_1 X'_2 X'_3 X'_4 + X'_5 + X'_6 X'_7 X'_8 X'_9 X'_{10} X'_{11} X'_6 X'_7 X'_{10} X'_{12} X'_{10} X'_{12} X'_{13}$$

根据布尔代数的等幂、吸收运算,对含有重复基本事件的径集化简后共得到3组最小径集:

$$T' = X'_1 X'_2 X'_3 X'_4 + X'_5 + X'_6 X'_7 X'_8 X'_9 X'_{10} X'_{11} X'_{12} X'_{13}$$

从以上分析计算可以看出,最小割集共32组,即导致事故的发生有32种途径。最小割集越多,系统就越危险;最小割集中基本事件个数越多,事故就越难发生;反之,最小割集中的基本事件数越少,事故就越容

易发生^[10]。本文事故树中各组最小割集的基本事件同样多,但基本事件 $X_1 \sim X_5$ 出现的次数明显多于 $X_6 \sim X_{13}$,故在制定降低系统的危险性方案时宜以中间事件逃生失败下的5个基本事件为主要控制方向。

最小径集是保证顶上事件不发生充分必要条件,最小径集越多,系统就越安全。本文事故树中最小径集较少,第3组最小径集 $X'_6 X'_7 X'_8 X'_9 X'_{10} X'_{11} X'_{12} X'_{13}$ 的基本事件个数较多,选取确保系统安全的最佳方案时,在中间事件逃生失败下的5个基本事件中采取措施比在中间事件抢险失败下的8个基本事件中采取措施更有助于提高系统的安全性。

2.2.2 结构重要度分析

因最小径集的数量少且最小径集中包含的基本事件数量较少,计算结构重要度系数较简单,本文事故树分析中采用最小径集的计算方法计算基本事件的结构重要度系数。根据式(1)计算可得: $I_{\phi_1} = I_{\phi_2} = I_{\phi_3} = I_{\phi_4} = \frac{1}{2^{4-1}} = \frac{1}{8}$, $I_{\phi_5} = \frac{1}{2^{1-1}} = 1$, $I_{\phi_6} = I_{\phi_7} = I_{\phi_8} = I_{\phi_9} = I_{\phi_{10}} = I_{\phi_{11}} = I_{\phi_{12}} = I_{\phi_{13}} = \frac{1}{2^{8-1}} = \frac{1}{128}$,从而得到基本事件的结构重要度顺序为 $I_{\phi_5} > I_{\phi_1} = I_{\phi_2} = I_{\phi_3} = I_{\phi_4} > I_{\phi_6} = I_{\phi_7} = I_{\phi_8} = I_{\phi_9} = I_{\phi_{10}} = I_{\phi_{11}} = I_{\phi_{12}} = I_{\phi_{13}}$ 。计算结果与根据结构重要度判断原则得到的结果一致^[10]。

从结构重要度分析可知:基本事件 X_5 对顶上事件产生的影响最大,基本事件 $X_1 \sim X_4$ 的影响次之,基本事件 $X_6 \sim X_{13}$ 的影响最小。由结构重要度分析可知,具有防洪要求的水利工程作为一个系统工程,除了考虑其自身的安全性和子系统及各单元的可靠性外,还应考虑与当地的公共安全早期预警系统、交通道路、人口密度等社会及环境因子的融合,最大限

度地减少堤防溃口事故中的人员伤亡。

2.3 定量分析

2.3.1 顶上事件发生概率

我国关于此类基本事件的发生概率缺乏统计资料,根据荆江分蓄洪区所属行政区域 1980、1998 年两次溃口及 1998 年荆江分蓄洪区预分洪情况和荆江分蓄洪区 1998、1999 年两次大洪水中共 379 处险情统计资料,经专家打分后获取本文基本事件发生概率,由于样本容量有限,仅适用于探索性研究,在此只做试验性计算,基本事件 $X_1 \sim X_{13}$ 的发生概率如表 1 所示。在有条件取得较大样本容量时,调查具体数据后可根据逻辑计算方法计算得到事件的发生概率^[13]。

表 1 基本事件的发生概率

基本事件	发生概率 q_i	基本事件	发生概率 q_i
无反应时间 X_1	0.400	没有巡堤查险 X_8	0.050
无逃生工具 X_2	0.200	巡堤查险马虎 X_9	0.300
逃生道路拥挤 X_3	0.300	通信故障 X_{10}	0.005
年龄与健康问题 X_4	0.100	隐瞒不报 X_{11}	0.350
洪灾伤害 X_5	0.200	道路车辆问题 X_{12}	0.005
专业知识不足 X_6	0.200	劳力准备和	0.005
抢险经验不足 X_7	0.300	物资储备问题 X_{13}	

本文事故树中最小径集较少,由等效事故图根据式(2)、式(3)计算顶上事件的发生概率较为简单,即

$$P_T = 1 - (1 - A'_1)X'_5(1 - A'_2) = q_1q_2q_3q_4 + q_5 + q_6q_7q_8q_9q_{10}q_{11}q_{12}q_{13} - q_1q_2q_3q_4q_5 - q_5q_6q_7q_8q_9q_{10}q_{11}q_{12}q_{13} - q_1q_2q_3q_4q_5q_6q_7q_8q_9q_{10}q_{11}q_{12}q_{13} = 0.2019$$

2.3.2 基本事件的概率重要度分析

事故树的概率重要度分析是依据各基本事件的概率重要度系数进行具体的定量分析。根据式(4)可得各基本事件的概率重要度系数: $I_{g1} = q_2q_3q_4 - q_2q_3q_4q_5 - q_2q_3q_4q_5q_6q_7q_8q_9q_{10}q_{11}q_{12}q_{13} = 0.0048$,同理可得 $I_{g2} = 0.0096$, $I_{g3} = 0.0064$, $I_{g4} = 0.0192$, $I_{g5} = 0.9976$, $I_{g6} = 1.6 \times 10^{-10}$, $I_{g7} = 1.05 \times 10^{-10}$, $I_{g8} = 6.3 \times 10^{-10}$, $I_{g9} = 1.05 \times 10^{-10}$, $I_{g10} = 6.3 \times 10^{-9}$, $I_{g11} = 9.0 \times 10^{-11}$, $I_{g12} = 6.3 \times 10^{-9}$, $I_{g13} = 6.3 \times 10^{-9}$,可知基本事件概率重要度顺序为 $I_{g5} > I_{g4} > I_{g2} > I_{g3} > I_{g1} > I_{g10} = I_{g12} = I_{g13} > I_{g8} > I_{g6} > I_{g7} = I_{g9} > I_{g11}$ 。

概率重要度分析表明:降低基本事件 X_5 的发生概率,能迅速有效地降低顶上事件的发生概率,其次是基本事件 X_4 、 X_2 、 X_3 、 X_1 ,最不敏感的是基本事件 X_9 、 X_{11} 。从堤防溃口人员伤亡事故树看,当逃生失败和抢险失败同时发生时,将无可避免地导致人员伤亡,而导致抢险失败的基本事件较多,尤其是当堤防溃口事故发生时,降低中间事件抢险失败下的

8 个基本事件 $X_6 \sim X_{13}$ 中的某一项基本事件的发生概率,并不能迅速有效地降低堤防溃口致人员伤亡事故的发生概率。

2.3.3 基本事件的关键重要度分析

根据式(5)可得基本事件的关键重要度系数 $I_{c1} = \frac{0.400}{0.2019} \times 0.0048 = 0.0095$,同理可得: $I_{c2} = I_{c3} = I_{c4} = 0.0095$, $I_{c5} = 0.9882$, $I_{c6} = 1.5592 \times 10^{-10}$, $I_{c7} = I_{c8} = I_{c9} = I_{c10} = I_{c11} = I_{c12} = I_{c13} = 1.5602 \times 10^{-10}$,则基本事件的关键重要度顺序为 $I_{c5} > I_{c1} = I_{c2} = I_{c3} = I_{c4} > I_{c7} = I_{c8} = I_{c9} = I_{c10} = I_{c11} = I_{c13} > I_{c12} > I_{c6}$ 。

由关键重要度分析可知:基本事件 X_5 敏感性较强,当堤防溃口事故发生时,淹没范围内的逃生人群应有组织、有秩序的疏散,避免踩踏或其他意外事故伤害; $X_1 \sim X_4$ 作为逃生失败的基本事件其本身发生概率较大,所以反应时间、逃生工具、道路交通等基本事件的重要度仍然较高; $X_6 \sim X_{11}$ 及 X_{13} 作为抢险失败的基本事件,由于敏感性较低,对降低堤防溃口人员伤亡事故的发生概率影响不太显著,但作为整个系统中的防范措施尤其是抢险失败中的关键因子,应更加重视。

在以上对堤防溃口人员伤亡事故的定性、定量分析中,必须事先确定所有基本事件的发生概率。我国关于基本事件发生概率的数据还相当缺乏,本文样本数据还不充足,结果尚需进一步验证。当系统规模较大、基本事件关联复杂、最小割集较多时会发生组合爆炸问题,即使用直接不交化算法或不交积之和定理将相交和化为不交和,计算量也相当大。二元决策图法能够简化事故树定性和定量分析过程,陶勇剑等^[14]根据基本事件的结构重要度对应的物理意义,提出了故障树基本事件的排序规则以及二元决策图的简化规则,根据已确定的故障树基本事件排序,基于选择结构-条件(ite)语句得到相应的二元决策图,从而简化系统可靠性定性和定量分析过程,这也是事故树分析法中需进一步研究的重要课题。

3 结 语

a. 把事故树分析法引入堤防溃口致人员伤亡事故的定性与定量分析中,提出了一种新的防洪减灾评价方法,在一定程度上弥补了现有评价方法的单一和不足,定性与定量分析为防洪减灾提供了科学的依据。

b. 洪灾发生时的有序疏散及自我保护是降低人员伤亡事故发生概率的关键因子,早期的防洪预警对是否具备充足的反应时间相当重要,和当地人

口密度相匹配且通畅的交通道路及快捷的逃生工具作为重要的非工程防洪措施,是防洪减灾中堤防溃口人员伤亡事故防范的侧重点及主要控制方向。

c. 确定基本事件的发生概率是定量分析的基础,而基本事件的发生概率缺乏统计资料,文中样本数据不足,只能做假设性计算。建议建立堤防溃口人员伤亡事故基本事件发生概率数据库。

参考文献:

[1] 董哲仁. 堤防除险加固实用技术[M]. 北京:中国水利水电出版社,1998.

[2] 解家毕,孙东亚. 全国水库溃坝统计及溃坝原因分析[J]. 水利水电技术, 2009, 40 (12): 124-128. (XIE Jiabi,SUN Dongya. Statistics of dam failures in China and analysis on failure causations[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2009, 40 (12): 124-128. (in Chinese))

[3] 方崇惠,段亚辉. 溃坝事件统计分析及其警示[J]. 人民长江, 2010, 41 (11): 96-101. (FANG Chonghui, DUAN Yahui. Statistical analysis of dam-break incidents and its cautions[J]. Yangtze River, 2010, 41 (11): 96-101. (in Chinese))

[4] 盛金保,冯靖宇,彭雪辉. 小型水库风险分析方法研究[J]. 水利水运工程学报, 2008 (1): 28-35. (SHENG Jinbao, FENG Jingyu, PENG Xuehui. Research on risk analysis of small reservoir dams [J]. Hydro-Science and Engineering, 2008 (1): 28-35. (in Chinese))

[5] 徐波,包腾飞. 大坝安全监控中定性指标的定量综合评价[J]. 水利水电科技进展, 2011, 31 (5): 59-63. (XU Bo, BAO Tengfei. Quantitative and comprehensive evaluation of qualitative index in dam safety monitoring [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2011, 31 (5): 59-63. (in Chinese))

[6] POLL H G, ZANUTTOB J C, PONGE-FERREIRA W. Hydraulic power plant machine dynamic diagnosis[J]. Shock and Vibration, 2006 (13): 409-427.

[7] HONG Yingyi, LEE Lunhui, CHENG Henghsing. Application of fuzzy fault-tree analysis to assess the reliability of a protection system for a switchyard [J]. International Journal of Emerging Electric Power Systems, 2008, 9 (4): 1-6.

[8] 倪绍徐,张裕芳,易宏,等. 基于故障树的智能故障诊断方法[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42 (8): 1372-1386. (NI Shaoxu, ZHANG Yufang, YI Hong, et al. Intelligent fault diagnosis method based on fault tree [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2008, 42 (8): 1372-1386. (in Chinese))

[9] RAUZY A. New algorithms for fault tree analysis [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1993, 40 (3): 203-211.

[10] 曹庆贵. 安全系统工程[M]. 徐州:中国矿业大学出版社, 1993.

[11] 杨梦云. 基于事故树分析法的重大险情溃口事故防范分析[J]. 水电能源科学, 2012, 30 (12): 55-57. (YANG Mengyun. Analysis on prevention of dike dangers based on the fault tree analysis [J]. Water Resources and Power, 2012, 30 (12): 55-57. (in Chinese))

[12] 盐见弘,岛岗淳. 故障模式和影响分析与故障树分析的应用[M]. 许凤璋,高金钟,译. 北京:煤炭工业出版社, 1987.

[13] 吴月龙,陈海军,李旺林. 搅拌桩防渗墙法的事故树分析[J]. 南水北调与水利科技, 2009, 7 (1): 107-109. (WU Yuelong, CHEN Haijun, LI Wanglin. Fault tree analysis of mixing pile impermeable wall [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2009, 7 (1): 107-109. (in Chinese))

[14] 陶勇剑,董德存,任鹏. 故障树分析的二元决策图方法[J]. 铁路计算机应用, 2009, 18 (9): 4-7. (TAO Yongjian, DONG Decun, REN Peng. Fault tree analysis based on binary decision diagrams [J]. Railway Computer Application, 2009, 18 (9): 4-7. (in Chinese))

(收稿日期:2012 - 07 - 12 编辑:骆超)



(上接第 4 页)

[6] SYKES R I, LEWELLEN W S, PARKER S F. On the vorticity dynamics of a turbulent jet in a cross flow [J]. J Fluid Mech, 1986, 168 : 393-413.

[7] 槐文信,李炜,彭文启. 横流中单圆孔紊动射流计算与特性分析 [J]. 水利学报, 1998 (4): 7-14. (HUAI Wenxin, LI Wei, PEN Wenqi. Calculation and behavior analysis on turbulent jets in cross-flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998 (4): 7-14. (in Chinese))

[8] XIAO Yang, TANG Hongwu, LIANG Dongfang, et al. Numerical study of hydrodynamics of multiple tandem jets

in cross flow [J]. J of Hydrodynamics; Series B, 2011, 23 (6): 806-813.

[9] AYOUB G M. Dispersion of buoyant jets in a flowing ambient fluid [D]. London: University of London, 1971.

[10] LEE J H W. Note on Ayoub ' s data of horizontal round buoyant jet in cross-flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1989, 115 (7): 969-975.

[11] KIKKERT G A, DAVIDSON M J, NOKES R I. Buoyant jets with three-dimensional trajectories [J]. Journal of Hydraulic Research, 2010, 48 (3): 292-301.

(收稿日期:2012 - 06 - 25 编辑:熊水斌)