

标准 U 形过水断面渠槽临界水深的简化计算公式

滕 凯

(齐齐哈尔市水务局,黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要:针对标准 U 形过水断面渠槽临界水深计算公式分段、表达形式复杂等问题,依据优化拟合理论,取标准剩余差最小为目标函数,在工程适用参数范围内,通过最优化拟合替代,获得一个形式简单直观、便于实际应用的近似计算公式。算例计算表明该公式的计算精度满足设计要求,具有一定的实用价值。

关键词: U 形过水断面;临界水深;优化拟合;近似计算

中图分类号: TV131.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7647(2013)04-0046-03

A simplified formula of critical depth of the open channel with standard U-shaped cross-section//TENG Kai
(Qiqihar Municipal Water Affairs Bureau, Qiqihar 161006, China)

Abstract: The calculation of critical depth of the open channel with a standard U-shaped cross-section is difficult because of its complicated formula. In order to solve this problem, a simplified formula of the critical depth was derived by using the optimized fitting method and taking minimal standard residual difference as an objective function. The simplified formula meets the engineering requirement, and its calculation has the advantages of simple, fast, and high accuracy.

Key words: U-shaped cross-section; critical depth; optimized fitting; approximate calculation

标准 U 形过水断面渠槽具有断面形式简单、施工方便、渠底受力条件好等优点,因此该种渠槽断面一直是水利水电输水、配水工程中广泛应用的断面形式之一。由于标准 U 形过水断面分别由下部的半圆形及上部的槽形几何图形构成,使临界水深的计算不仅涉及公式分段而且需完成超越方程求解,常规的图表法^[1-2]、试算法^[3-4]等方法或是在查图表取值时的人为误差较大;或是多次重复计算,求解过程繁琐,效率较低;或是借助微机求解需要编程,不便实际应用。因此,研究一种简化的求解临界水深的计算方法具有一定的实际意义。王正中^[5]通过研究给出了 $h_k \geq r$ 情况下的临界水深计算公式(h_k 为渠槽临界水深, r 为渠槽底圆弧半径),而当 $h_k < r$ 时,临界水深按圆形过水断面计算,计算公式需分段,而且要首先计算界限流量再判别选取相应的区段公式,过程繁复。滕凯等^[6-13]研究了标准门洞形、三次抛物线形、马蹄形、梯形等过水断面正常水深、临界水深的简化计算公式,而将标准 U 形过水断面渠槽临界水深计算的分段函数统一由一个近似计算公式表达的研究,目前尚未见到。本文通过对标准

U 形过水断面渠槽临界水深基本计算公式的变形整理,引入无量纲水深,采用优化拟合方法,取标准剩余差最小为目标函数^[14-15],经逐次逼近拟合计算,获得一个不用计算界限参数、不分区段、可直接求解标准 U 形过水断面渠槽临界水深的简化解析表达通式,该公式可简化计算过程,便于广大工程技术人员实际应用。

1 标准 U 形过水断面渠槽临界水深基本计算公式

1.1 临界水深的基本计算方程

根据水力学原理,临界水深的基本计算方程为

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A^3}{b} \tag{1}$$

式中: Q 为渠槽的设计通过流量, m^3/s ; b 为渠槽水面宽度, m ; A 为渠槽过水断面面积, m^2 ; g 为重力加速度; α 为流速分布不均匀系数,通常取 1.0。

1.2 标准 U 形过水断面的水力要素

标准 U 形过水断面如图 1 所示,由其几何关系可得水力要素为

作者简介:滕凯(1957—),男,黑龙江齐齐哈尔人,高级工程师,主要从事防灾减灾及水利工程优化设计工作。E-mail:tengkai007@163.com

$$A = \begin{cases} r^2 \left[\arccos \left(1 - \frac{h}{r} \right) - \left(1 - \frac{h}{r} \right) \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{r} \right)^2} \right] & 0 \leq h \leq r \\ r^2 \left[\frac{\pi}{2} - 2 \left(1 - \frac{h}{r} \right) \right] & 0 < h < \infty \end{cases} \quad (2)$$

$$b = \begin{cases} 2r \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{r} \right)^2} & r \leq h \leq r \\ 2r & 0 < h < \infty \end{cases} \quad (3)$$

式中: h 为渠槽水深, m; r 为渠槽底圆弧半径, m。

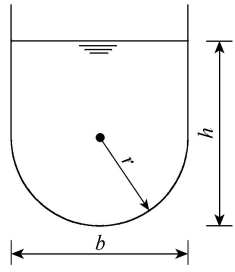


图1 标准 U 形过水断面

1.3 标准 U 形断面临界水深的基本计算公式

将式(2)(3)代入式(1), 取 $h_k = h$, 并假设

$$\begin{cases} k = \sqrt[3]{\frac{2\alpha Q^2}{gr^5}} \\ x = \frac{h_k}{r} \end{cases} \quad (4)$$

式中: k 为无量纲参数; x 为无量纲水深。

进一步整理即可得到计算标准 U 形过水断面渠槽临界水深的基本计算公式:

$$k = \begin{cases} \frac{\arccos(1-x) - (1-x) \sqrt{1 - (1-x)^2}}{\sqrt[6]{1 - (1-x)^2}} & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\pi}{2} - 2(1-x) & 1 < x < \infty \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可见, 理论上 x 的取值范围为 $0 \leq x < \infty$, 而在实际工程中, $x < 0.01$ 的情况极为少见; 另一方面, 为了尽量接近水力最佳断面条件^[16], $x \geq 2$ 的情况很少发生。为此, 本文将 x 的取值范围确定为 $0.01 \leq x < 2$, 相应参数 k 的取值范围为 $0.0036 \leq k < 3.5707$ 。

2 标准 U 形过水断面渠槽临界水深拟合公式

2.1 拟合公式的建立

式(5)为含 x 的超越方程, 无法通过常规的解析法直接求解。为避免求解超越方程, 在工程适用参数范围内 ($0.01 \leq x < 2$, $0.0036 \leq k < 3.5707$), 现假定函数 $x' = f(k)$, 以其替代式(5), 并根据式(5)绘出 $x-k$ 关系曲线, 对该关系曲线进行相关分析并逐

次逼近拟合计算, 以标准剩余差最小为目标函数, 即

$$S = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x'_i - x_i)^2}{n-1}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中: x'_i 为第 i 个 x 值的近似拟合值; n 为拟合计算的组数。

经逐次逼近拟合计算^[17-18] 即可获得以下拟合公式:

$$x = (1.761k^{-1.123} - 0.065)^{-0.67} \quad (7)$$

2.2 拟合公式的精度分析

为比较式(5)(7)的拟合精度, 依据工程适用参数范围, 选取不同的 x_i 值代入式(5), 计算出与之相对应的 k_i 值, 再将 k_i 值代入式(7), 求得与之相对应的拟合值 x'_i , 并由式(8)完成拟合相对误差计算, 计算结果见表1。

$$z_i = \frac{x_i - x'_i}{x_i} \times 100\% \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

式中: z_i 为拟合相对误差。

表1 式(7)拟合公式的精度分析

x_i	k_i	x'_i	$z_i/\%$	x_i	k_i	x'_i	$z_i/\%$
0.01	0.003617	0.009959	-0.409	1.00	1.570796	1.003016	0.302
0.05	0.030841	0.049976	-0.049	1.10	1.770796	1.104638	0.421
0.10	0.077453	0.100011	0.011	1.20	1.970796	1.205042	0.420
0.20	0.193852	0.199955	-0.022	1.30	2.170796	1.304563	0.351
0.30	0.330593	0.299757	-0.081	1.40	2.370796	1.403475	0.248
0.40	0.481834	0.399503	-0.124	1.50	2.570796	1.502006	0.134
0.50	0.644351	0.499291	-0.141	1.60	2.770796	1.600352	0.022
0.60	0.816046	0.599226	-0.129	1.70	2.970796	1.698685	-0.077
0.70	0.995446	0.699417	-0.083	1.80	3.170796	1.797157	-0.158
0.80	1.181490	0.799996	0.000	1.90	3.370796	1.895907	-0.215
0.90	1.373429	0.901125	0.125	1.99	3.550796	1.985125	-0.245

由表1的精度分析可见, 在工程适用参数范围内, 式(7)的拟合替代相对误差范围为 $-0.409\% \sim 0.421\%$, 平均相对误差为 0.01% , 最大相对误差仅为 0.421% , 完全可以满足实际工程的设计精度要求。

3 算例计算

已知某渡槽工程的设计过水流量 $Q = 2130 \text{ m}^3/\text{s}$, 设计横断面为标准 U 形, 底部圆形半径 $r = 8.5 \text{ m}$, 按上述计算过程计算标准 U 形过水断面渡槽内的临界水深 h_k 。

将已知参数代入式(4)可求得 $k = 2.75217$, 将其代入式(7)即可求得 $x = 1.5912$, 进一步可求得临界水深 $h_k = xr = 13.525 \text{ m}$ 。

利用微机编程求得临界水深 h_k 的精确解为 13.521 m , 与本文式(7)求解成果的相对误差为 0.03% , 说明式(7)具有较高的计算精度, 能够满足工程的设计精度要求。

4 结 语

本文依据优化拟合理论,经逐次逼近拟合计算,获得可直接求解标准 U 形过水断面渠槽临界水深的近似计算通式,避免了分段公式在求解计算中必须首先计算界限参数,然后再经比较判别选取相应区段公式的复杂过程。公式的表达形式简捷、直观,常数及系数项的数字位数少,便于记忆,在实际工作仅借助计算器即可快速完成解算,便于广大工程技术人员实际应用,同时也可较为复杂断面临界水深近似计算公式的建立提供有益的参考。公式的精度分析及算例计算结果表明,在工程适用参数范围内,本文公式具有较高的计算精度,最大计算相对误差仅为 0.421%,完全可以满足实际工程的设计精度要求。

参考文献:

[1] 武汉水利电力学院水力学教研室. 水力计算手册[M]. 北京:水利电力出版社,1983.

[2] 华东水利学院. 水工设计手册[M]. 北京:水利电力出版社,1986.

[3] 张生贤,张步南. 明渠均匀流临界流代换简捷计算法[C]//中国科学技术协会首届青年学术年会论文集. 北京:中国科学技术出版社,1992.

[4] 清华大学水力学教研室. 水力学[M]. 北京:高等教育出版社,1980.

[5] 王正中. 准梯形及 U 形渠道临界水深计算公式[J]. 海河水利,1999 (3): 13-14. (WANG Zhengzhong. Calculation formulas of critical water depth for quasi trapezoidal and U type of canals[J]. Haihe Water Resources,1999 (3): 13-14. (in Chinese)).

[6] 滕凯. 标准门洞形隧洞正常水深的简易算法[J]. 中国水能及电气化,2012 (9): 30-33. (TENG Kai. Simple algorithm of normal depth in standard opening shaped tunnel[J]. China Water Power & Electrification,2012 (9): 30-33. (in Chinese)).

[7] 滕凯. 标准门洞形过水断面临界水深的简化算法[J]. 华北水利水电学院学报,2012,33 (5): 1-3. (TENG Kai. Simplified computation of critical water depth of standard door-shaped waterway tunnel[J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, 2012,33 (5): 1-3. (in Chinese)).

[8] 陈萍,滕凯. 标准门洞形过水隧洞正常水深的计算[J]. 水科学与工程,2012 (3): 38-40. (CHEN Ping, TENG Kai. Calculation of normal water depth in the standard doorway type water expressway tunnel[J]. Water Sciences and Engineering Technology, 2012 (3): 38-40. (in Chinese)).

[9] 谢成玉,滕凯. 三次抛物线形渠道断面收缩水深的简化计算[J]. 南水北调与水利科技,2012,10 (2): 148-150. (XIE Chengyu, TENG Kai. Simplified equation of contracted water depth in a channel having a cubical paraboloid section[J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2012,10 (2): 148-150. (in Chinese)).

[10] 郑博,滕凯. 马蹄形隧洞过水断面临界水深的简化算法[J]. 中国水能及电气化,2012 (8): 13-17. (ZHENG Bo, TENG Kai. Simplified calculation method of critical water depth on the U-shaped tunnel water passing cross-section [J]. China Water Power & Electrification, 2012 (8): 13-17. (in Chinese)).

[11] 刘刚,滕凯. 梯形断面均匀流水深的近似计算公式[J]. 水利与建筑工程学报,2012,10 (1): 41-44. (LIU Gang, TENG Kai. Approximate calculation formula uniform flow depth of trapezoidal cross-section [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2012, 10 (1): 41-44. (in Chinese)).

[12] 滕凯,张培. 梯形断面收缩水深的简化算法[J]. 吉林水利,2012 (7): 50-52. (TENG Kai, ZHANG Pei. The simplified calculation of the contraction water depth in trapezoidal cross-section[J]. Jilin Water Resources, 2012 (7): 50-52. (in Chinese)).

[13] 滕凯,周辉. 弧底梯形明渠正常水深的简化算法[J]. 黑龙江八一农垦大学学报,2012,24 (5): 85-88. (TENG Kai, ZHOU Hui. A method of simplifying calculations for the normal water depth of open trapezoidal channel with arc bottom [J]. Journal of Heilongjiang Bayi Agricultural University, 2012, 24 (5): 85-88. (in Chinese)).

[14] 谢成玉,滕凯. 抛物线形断面渠道均匀流水深的近似计算公式[J]. 水电能源科学,2012,30 (7): 94-95, 172. (XIE Chengyu, TENG Kai. Approximate formula of uniform flow depth for parabolic cross-section channel [J]. Water Resources and Power, 2012, 30 (7): 94-95, 172. (in Chinese)).

[15] 滕凯. 消力池深的简化算法[J]. 人民长江,2012,43 (15): 77-79. (TENG Kai. Simplified calculation method of depth of stilling basin [J]. Yangtze River, 2012, 43 (15): 77-79. (in Chinese)).

[16] 吕宏兴,冯家涛. 明渠水力最佳断面的比较[J]. 人民长江,1994,25 (11): 42-45. (LÜ Honhxing, FENG Jiatao. Comparison of the best cross-section of the open channel hydraulic [J]. Yangtze River, 1994, 25 (11): 42-45. (in Chinese)).

[17] 王慧文. 偏最小二乘回归法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1999.

[18] 阎凤文. 测量数据处理方法[M]. 北京:原子能出版社,1988.

(收稿日期:2012 - 09 - 14 编辑:周红梅)