

基于多变量灰色预测模型的深基坑变形预测

殷国锋¹, 吴 尧²

(1. 浙江省水利水电勘测设计院, 浙江 杭州 310002; 2. 河海大学大禹学院, 江苏 南京 210098)

摘要:利用 MATLAB 语言编程, 实现多变量灰色预测模型的建模和预测, 并运用于某地铁站深基坑工程的变形预测中。同时通过与传统的 GM(1, 1) 模型预测结构进行比较, 结果表明, 多变量灰色预测精度较之传统方法有了较大的提高, 因此较为适合用于深基坑的变形预测。

关键词:多变量灰色预测模型; 深基坑; 变形预测

中图分类号: TU433 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7647(2013)S1-0030-03

近年来, 城市的大型基坑设计中对于变形控制的要求日渐严格, 基坑设计的首要已由传统的强度控制设计转变为变形控制设计^[1]。而基坑工程的施工是一个综合的动态过程^[2], 基坑的变形位移缺乏一定的规律, 因此在基坑工程施工前及施工过程中做好变形的预测工作十分重要。目前在基坑设计中多采用 m 法和有限元法^[3] 对基坑的变形量进行估算, 但这些方法都存在无法准确模拟实际工况和参数选取难以精确等问题, 造成估算的变形量与实际值相差较大。

目前在岩土工程中, 对灰色预测模型的应用多数都集中在单变量模型, 即在建立模型时根据支护结构中某一点初期实测位移数据建模, 由此预测出该点后续的变形量。这种建模方式仅考虑了局部的变形, 没有全面考虑各个监测点之间的联系和影响^[4], 存在较大的缺陷。变量灰色预测模型在考虑时间效应的基础上重视空间效应, 转单点为多点的整体变形分析, 充分利用监测信息, 更接近工程实际情况^[5-6]。

本文结合某地铁站深基坑工程, 选取支护体系 3 个监测点在同一深度的累积变形作为变形预测的原始数据, 分别利用 GM(1, 1) 模型、GM(1, N) 模型和多变量灰色模型进行建模和预测, 并将预测数据同实际监测数据进行比较, 验证了多变量灰色预测模型的可靠性与优越性。

1 多变量灰色预测模型的建立

设某个变形体上有 n 个相互关联的监测变形

点, 已获得了 m 个周期的监测数据, 则与其相对应的变形观测序列为

$$X = \{x_{ik}^{(0)}\} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

经过一次累加, 生成序列:

$$x_{ik}^{(1)} = \sum_{j=1}^k x_{ij}^{(0)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

考虑 n 个监测点的相互关联度, 生成序列, 得出 n 元一阶常微分方程组^[7-8]:

$$\begin{cases} \frac{dx_1^{(1)}}{dt} = a_{11}x_1^{(1)} + a_{12}x_2^{(1)} + \dots + a_{1m}x_m^{(1)} + b_1 \\ \frac{dx_2^{(1)}}{dt} = a_{21}x_1^{(1)} + a_{22}x_2^{(1)} + \dots + a_{2m}x_m^{(1)} + b_2 \\ \vdots \\ \frac{dx_n^{(1)}}{dt} = a_{n1}x_1^{(1)} + a_{n2}x_2^{(1)} + \dots + a_{nm}x_m^{(1)} + b_n \end{cases} \quad (1)$$

转换成矩阵形式:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = Ax^{(1)} + B \quad (2)$$

$$\text{其中 } A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{13} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{m3} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据积分生成变换规则, 对式(2)左乘 e^{-At} 得

$$e^{-At} \left(\frac{dx^{(1)}}{dt} - Ax^{(1)} \right) = e^{-At} B$$

式中 t 为时间。

对区间 $[0, t]$ 积分, 得

$$x^{(1)}(t) = e^{At}(X^{(1)}(0) + A^{-1}B) \quad (4)$$

由式(4)可得序列模型一般形式,并通过离散化,由最小二乘求得模型的参数 A 和 B 的估值:

$$\hat{H} = (L^T L)^{-1} L^T Y \quad (5)$$

其中

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{m1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} = -z_{12}^{(1)}, x_{22}^{(1)}, \cdots, x_{n2}^{(1)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} = -z_{1n}^{(1)}, x_{2n}^{(1)}, \cdots, x_{nn}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} x_{12}^{(0)} \\ \vdots \\ x_{1m}^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}_i^{(1)} = \frac{1}{2} (x_{ik}^{(1)} + x_{i(k-1)}^{(1)}) \quad (i = 1, 2, \cdots, n; k = 1, 2, \cdots, m) \quad (6)$$

由此可得到 A 与 B 的辨识值:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{13} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{m3} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_k^{(1)} = e^{A(k-1)} (\hat{X}_1^{(1)} + A^{-1} B) - \hat{A}^{-1} \hat{B} \quad (7)$$

其中

$$e^{A(k-1)} = I + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\hat{A}^{(i)}}{i!} (k-1)^i$$

将式(7)累减还原得

$$\hat{X}_k^{(0)} = (\hat{X}_k^{(1)} - \hat{X}_{(k-1)}^{(1)}) \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad (8)$$

由此求出模型平均拟合精度是

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^T V_i}{nm} \quad (9)$$

残差为

$$V_i = (v_{i(1)}, v_{i(2)}, \cdots, v_{i(m)})^T \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

$$V_{i(k)} = x_{i(k)}^{(0)} - \hat{x}_{i(k)}^{(0)} \quad (10)$$

2 工程实例分析

某地铁2号线名都站深基坑工程采用明挖法施

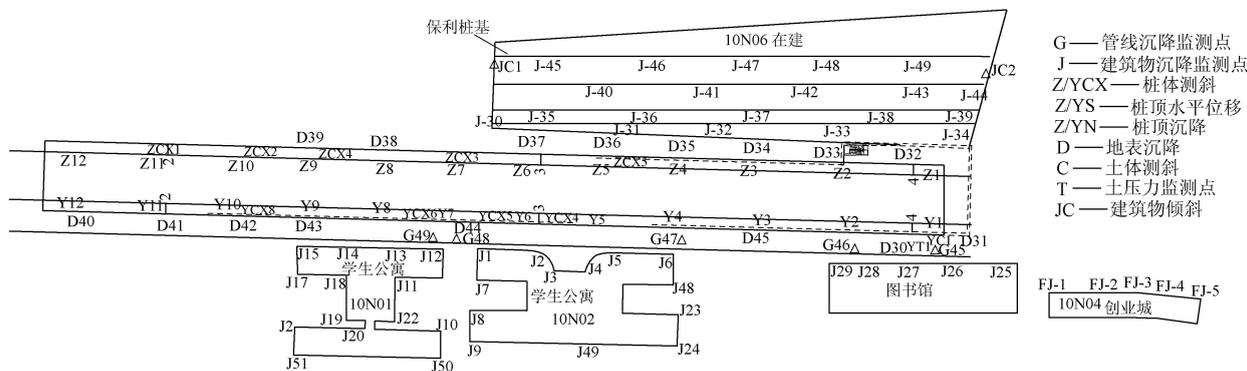


图1 监测点分布

工,主体围护采用直径 1 000 mm 钻孔灌注桩、桩间距 1 300 mm 作为基坑围护结构,钻孔灌注桩之间采用直径 800 mm 旋喷桩止水(图 1),基坑开挖最深处为 16.5 m。使用测斜仪监测桩体的位移,监测点分布情况见图 1。考虑数据的完整性和准确性,以及仪器的可靠度,本文选取监测点 CX12、CX13 和 CX14 在 -5 m 处的累积变形作为变形预测的原始数据,以 8 d 作为 1 个周期,选取 2009 年 10 月 3 日至 2009 年 11 月 21 日的变化量进行建模预测,共采用 8 个周期的累积位移值,其中前 7 个周期用来建立模型,后 1 个周期用来验证预测值的准确度,其数据见表 1。

表 1 测斜点变形量 mm

周期	日期	-5 m 变形量		
		CX12	CX13	CX14
1	10月3日	9.14	15.02	4.63
2	10月10日	12.98	19.22	8.09
3	10月17日	11.61	19.92	7.05
4	10月24日	10.94	19.14	10.97
5	10月31日	12.46	23.32	18.56
6	11月07日	10.67	29.03	25.25
7	11月14日	15.47	33.84	27.84
8	11月21日	18.75	35.03	34.22

2.1 多变量灰色预测模型应用

根据表 1 中的数据,利用 MATLAB2009 编程建模,具体步骤如下:①根据公式(1)~(7)求解灰色多变量模型模拟的预测值 $\hat{x}_k^{(0)}$;②求解一次累加,生成序列 $\hat{x}_k^{(1)}$;③计算一次累加平均值序列;④判断 $\hat{X}_k^{(0)}$ 中的各个关联监测点是否满足残差修正范围;⑤若在残差修正范围内,建立 1-AGO 序列并计算时间响应;⑥得出残差修正值;⑦对模型精度评估。

由上述计算过程可得

$$A = \begin{bmatrix} 17.6821 & 27.3418 & 19.3327 \\ 19.3354 & -25.6336 & 18.6973 \\ 19.2785 & -28.9324 & 18.5549 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.6744 \\ 5.1238 \\ 5.0093 \end{bmatrix}$$

各监测点预测与模拟结果见表2。

表2 多变量灰色预测模型模拟结果 mm

周期	CX12 变形量	CX13 变形量	CX14 变形量
1	9.1400	15.0200	4.6300
2	12.9532	19.1382	8.1599
3	11.0377	20.0637	7.2367
4	9.9308	19.8461	12.3952
5	11.6734	24.0257	19.8471
6	10.0261	30.2118	24.6634
7	14.9927	33.4104	27.4429
8	18.1758	36.1235	34.1857

2.2 GM(1,1) 预测模型应用

同样以 MATLAB2009 为基坑变形预测的工具,以表1 作为建模和预测的原始数据,前7 个周期数据作为模拟数据,后1 个周期数据用于预测结果,计算结果见表3。

表3 GM(1,1) 模型模拟结果 mm

周期	CX12 变形量	CX13 变形量	CX14 变形量
1	9.1400	15.0200	4.6300
2	11.4287	18.8602	7.8419
3	11.9563	21.7366	9.8127
4	12.4889	24.3909	12.6282
5	12.9631	26.6221	16.5948
6	13.2757	30.4753	21.6152
7	14.5846	32.1679	25.4830
8	16.7921	37.2143	31.2801

2.3 对比分析

各个监测点多变量灰色预测模型和 GM(1,1) 模型的结构对比见图2。从图2 可以看出,多变量灰色预测模型的结果更加接近实测值。

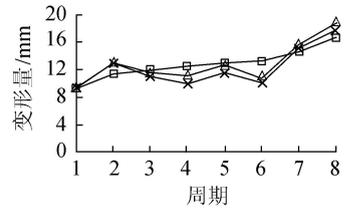
3 结论

多变量灰色预测模型与 GM(1,1) 模型相比,无论是模拟数据还是预测数据,精度都有了较大提高,尤其表现在长期模拟值和预测值与实测值吻合度很高,弥补了 GM(1,1) 模型长期模拟精度不足的缺陷。因此灰色多变量灰色预测模型在模拟和预测地铁站深基坑的变形方面较为适用,其将变形的整个过程作为整体进行考虑的思想代表了目前深基坑变形预报与分析的发展方向。

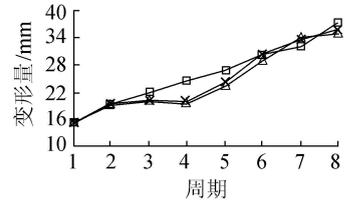
参考文献:

- [1] 陶津,刘燕,贺可强. 神经网络在深基坑工程变形预测中的应用研究[J]. 青岛理工大学学报,2005,26(6):39-42.
- [2] 刘苹,刘前曦. 考虑施工工况的深基坑计算方法及实例

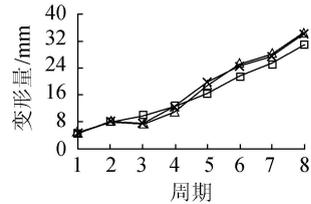
—△— 实测值 —□— GM(1,1) —×— 多变量



(a) CX12



(b) CX13



(c) CX14

图2 2种预测模型模拟结果与实测值对比

- 分析[J]. 结构工程师,2003,14(2):41-45.
- [3] 崔宏环,张立群,赵国景. 深基坑开挖中双排桩支护的的三维有限元模拟[J]. 岩土力学,2006,27(4):662-666.
 - [4] 刘苹,刘前曦. 考虑施工工况的深基坑计算方法及实例分析[J]. 结构工程师,2003,14(2):41-45.
 - [5] 冯志,李兆平,李伟. 多变量灰色系统预测模型在深基坑围护结构变形预测中的应用[J]. 岩石力学与工程学报 2007,26(2):20-24.
 - [6] 袁金荣,赵福勇. 基坑变形预测的时间序列分析[J]. 土木工程学报,2001,34(6):55-59.
 - [7] 潘国荣,刘大杰. 顾及邻近点变形因素项的动态模型辨识与预测[J]. 测绘学报,2001,30(1):32-35.
 - [8] 王穗辉,潘国荣. 基于 MATIAB 多变量灰色模型及其在变形预测中的应用[J]. 土木工程学报,2005,38(5):24-27.

(收稿日期:2012-11-21 编辑:胡新宇)

