

基础变形模量不确定条件下的拱坝体形 稳健可行性优化设计

孙林松¹, 孔德志²

(1. 扬州大学水利与能源动力工程学院, 江苏 扬州 225009;
2. 中国水电顾问集团贵阳勘测设计研究院有限公司, 贵州 贵阳 550081)

摘要:针对拱坝在具体实施时,基础变形模量等设计参数常常与设计取值有所差别的问题,为了使拱坝优化设计体形能够适应设计参数可能发生的变化,基于最大波动分析方法讨论了考虑设计参数不确定性时的稳健可行性约束条件;建立了基础变形模量不确定条件下的拱坝体形稳健可行性优化设计模型。对某拟建椭圆线型拱坝进行的优化设计表明,优化体形的坝体体积比初始设计体形减小了3.31%,而且优化体形能够很好地适应基础变形模量的不确定性,在基础变形模量的可能变化范围内坝体应力均能满足设计要求。

关键词:基础变形模量;不确定性;稳健可行性;体形优化;拱坝

中图分类号:TV642.4

文献标志码:A

文章编号:1006-7647(2014)01-0061-04

Robust feasibility optimization for shape design of arch dams with consideration of uncertainty of deformation modulus of foundation rock mass//SUN Linsong¹, KONG Dezhi² (1. School of Hydraulic, Energy and Power Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China; 2. Hydrochina Guiyang Engineering Corporation, Guiyang 550081, China)

Abstract: In practical construction of arch dams, the actual values of some design parameters, such as the deformation modulus of a foundation rock mass, are often different from their design values. In order to adapt the arch dam to the change of design parameters, considering the uncertainty of the design parameters, the robust feasibility constraint condition was formulated with the maximal variation analysis method, and a robust feasibility optimization model for shape design of arch dams was established with consideration of uncertainty of the deformation modulus of the foundation rock mass. The optimization of a planned elliptic arch dam indicates that the optimized dam volume is 3.31% smaller than the initially designed dam volume, the optimized arch dam can adapt to the uncertainty of the deformation modulus of the foundation rock mass, and the dam stress can always meet the design requirements when the foundation deformation modulus changes within its range of variation.

Key words: deformation modulus of foundation rock mass; uncertainty; robust feasibility; shape optimization; arch dam

拱坝体形优化设计在国外开始于20世纪60年代末期。我国从20世纪70年代中期开始了基于优化技术的拱坝体形设计研究,经过近40年的努力,我国在拱坝体形优化设计领域取得了长足的进步,优化模型更加实用化,已经从单目标优化发展到多目标优化,从静力优化发展到动力优化。在理论与实践两方面我国关于拱坝体形优化的研究均处于国际领先水平^[1]。目前,在拱坝设计中通常都要进行体形优化方面的研究,但是,现有的拱坝体形优化设计研究都是针对特定的设计条件进行的,而在具体实施过程中,实际地质条件、施工因素、封拱条件等

往往会和设计条件有一些差别,拱坝建成后的运行情况和设计条件也可能存在一些差异,也就是说,拱坝的设计条件存在一定的不确定性。在拱坝体形设计中为了考虑设计参数的不确定性,目前常用的方法是通过将设计参数做适当的浮动来进行敏感性分析,例如,计家荣等^[2]在二滩拱坝设计、王仁坤^[3]在溪洛渡拱坝设计时,均通过将岩体变形模量在设计综合变形模量的基础上作上下浮动,分析基础变形模量的变化对坝体应力的影响。这类方法设计上只是增加了几种可能方案,并没有完全考虑设计参数的不确定性。本文利用稳健设计的思想,在拱坝体

形优化设计中引入稳健可行性约束,建立了考虑基础变形模量不确定性的拱坝体形稳健可行性优化设计模型,最后结合工程实例阐明该方法的有效性。

1 稳健优化设计与稳健可行性

日本学者田口玄一(Taguchi)教授^[4]提出的稳健优化设计是一种工程质量优化方法,其基本思想是要减小设计因素的不确定性对工程质量的影响。一般的工程优化设计问题可表示为

$$\begin{cases} \text{find } x \\ \min f(x,p) \\ \text{s. t. } g_i(x,p) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \\ x_L \leq x \leq x_U \end{cases} \quad (1)$$

式中: x 为设计变量; p 为设计参数; $f(x,p)$ 为目标函数; $g_i(x,p)$ 为约束函数; m 为约束条件数; x_L 、 x_U 分别为设计变量的下限和上限。

由式(1)可以看出,一般情况下目标函数和约束函数都会受到设计因素(设计变量、设计参数)不确定性的影响。因此,从稳健性的角度看,稳健优化设计一般包含目标函数的稳健性和约束可行性的稳健性两个方面。对于稳健可行性分析常用的方法有最坏情况分析法^[5]、灵敏域分析法^[6]以及最大波动分析法^[7]等。最坏情况分析法中约束函数的变差是各设计因素产生的约束函数变差的绝对值之和,这在一定程度上夸大了约束函数的变差;灵敏域分析法基于灵敏域的概念引入稳健可行性指标来表示一个可行设计在参数变化时的稳健性;最大波动分析法首先计算在不确定性因素影响下约束函数的最大变化量,在优化模型中根据变化后的约束函数来分析设计方案稳健可行性。本文主要考虑基础变形模量的不确定性,即只考虑设计参数的不确定性,讨论基于最大波动分析法的稳健可行性。

在确定性优化中,最优解通常在约束条件构成的可行域的边界上,以两个设计变量情况为例,如图1所示,设在给定设计参数 p_0 情况下, g_1 、 g_2 为有效约束,则最优点为 P 点;当考虑设计参数的不确定

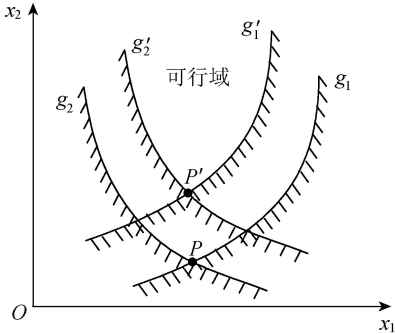


图1 约束条件稳健可行性示意图

性,设 g'_1 、 g'_2 为设计参数变化 δp 后的约束,显然最优点 P 不在变化后的约束 g'_1 、 g'_2 所对应的可行域内。约束条件的稳健可行性就是要在考虑不确定因素的影响时,设计方案能满足变化后的约束条件。为了满足约束条件稳健可行性,可以把约束函数的改变量添加到原约束条件中组成新的约束条件:

$$g(x,p_0) + \Delta g(x,p_0,\delta p) \leq 0 \quad (2)$$

式中: $g(x,p_0)$ 为给定设计参数 p_0 下的约束函数; $\Delta g(x,p_0,\delta p)$ 是由设计参数变化 δp 所引起的相应约束函数变化量,可表示为

$$\Delta g(x,p_0,\delta p) = g(x,p_0 + \delta p) - g(x,p_0) \quad (3)$$

对给定的设计方案 x ,约束函数改变量 $\Delta g(x,p_0,\delta p)$ 是随着设计参数的改变量 δp 的变化而变化的。由式(2)可见,当 $\Delta g(x,p_0,\delta p)$ 取其在 δp 变化范围内的最大值时,可以保证设计方案的稳健可行性。故式(2)可改写为

$$g(x,p_0) + \max_{\delta p \in [\Delta p_L, \Delta p_U]} \Delta g(x,p_0,\delta p) \leq 0 \quad (4)$$

式中: Δp_L 、 Δp_U 分别为设计参数变化量 δp 的下限和上限。

将式(3)代入式(4)可得

$$g(x,p_0) + \max_{\delta p \in [\Delta p_L, \Delta p_U]} [g(x,p_0 + \delta p) - g(x,p_0)] \leq 0 \quad (5)$$

即

$$\max_{\delta p \in [\Delta p_L, \Delta p_U]} g(x,p_0 + \delta p) \leq 0 \quad (6)$$

式(6)就是考虑设计参数不确定性时的稳健可行性约束条件。设 $p_L = p_0 + \Delta p_L$ 和 $p_U = p_0 + \Delta p_U$ 分别为设计参数 p 的下限和上限,则式(6)可改写为

$$\max_{p \in [p_L, p_U]} g(x,p) \leq 0 \quad (7)$$

2 稳健可行性优化设计模型

在特定设计条件下,常规的拱坝体形优化设计的数学模型可表示为

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{X} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T \\ \min V \\ \text{s. t. } \sigma_{t \max}^{\text{eq}} \leq [\sigma_{t \max}^{\text{eq}}] \\ \sigma_{c \max}^{\text{eq}} \leq [\sigma_{c \max}^{\text{eq}}] \\ \varphi_{\max} \leq [\varphi_{\max}] \\ g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \cdots, l) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{X}$ 为由 n 个拱坝体形参数构成的设计向量; V 为坝体体积; $\sigma_{t \max}^{\text{eq}}$ 、 $\sigma_{c \max}^{\text{eq}}$ 及 $[\sigma_{t \max}^{\text{eq}}]$ 、 $[\sigma_{c \max}^{\text{eq}}]$ 分别为坝体最大有限元等效拉、压应力及其容许值; $\varphi_{\max}$ 及 $[\varphi_{\max}]$ 为拱圈最大中心角及其容许值; $g_j(\mathbf{X})$ 为其他几何约束,如设计变量的界限约束、倒悬度约束和保凸约束等, l 为这类约束的数目。

式(8)中 $\sigma_{t \max}^{\text{eq}}$ 、 $\sigma_{c \max}^{\text{eq}}$ 是与基础变形模量有关的

性能指标,当考虑基础变形模量的不确定性时,为了保证设计方案的稳健可行性,应力约束应采用稳健可行性约束条件。基础变形模量不确定条件下的拱坝坝体形稳健可行性优化设计模型为

$$\begin{cases} \text{find } \boldsymbol{X} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T \\ \min V \\ \text{s. t. } \max_E \sigma_{t \max}^{\text{eq}}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{E}) \leq [\sigma_{t \max}^{\text{eq}}] \\ \max_E \sigma_{c \max}^{\text{eq}}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{E}) \leq [\sigma_{c \max}^{\text{eq}}] \\ \varphi_{\max} \leq [\varphi_{\max}] \\ g_j(\boldsymbol{X}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \cdots, l) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{E}$ 为由基础变形模量构成的向量。

式(9)表示的是一个双层优化问题,对外层优化,本文采用文献[8]提出的加速微种群遗传算法求解;内层优化问题是求解最大有限元等效应力关于基础变形模量的极值,本文通过构造最大有限元等效应力与基础变形模量之间的二阶多项式响应面,将其转化为二次规划问题求解,详见文献[9]。

3 工程算例

3.1 基本资料

某拟建拱坝,坝顶高程 834.0 m,坝底高程为 545.0 m,最大坝高 289.0 m,拱坝采用椭圆体形。坝基范围主要为 $P_2\beta_3 \sim P_2\beta_6$ 段玄武岩,以微晶~隐晶玄武岩、杏仁状玄武岩及变玄武质角砾熔岩为主,岩体坚硬,部分岩性段柱状节理发育,主要出露于坝基中下部(包括河床坝基),其变形模量较低。基础岩体可概化为 3 类,岩体分区及变形参数见表 1。

考虑基岩性质的不同,3 类基岩的变形模量 E_1 、 E_2 、 E_3 之间应满足下列关系:

$$1.0 \text{ GPa} \leq E_3 - E_2 \leq 4.0 \text{ GPa} \quad (10)$$

$$1.0 \text{ GPa} \leq E_1 - E_3 \leq 4.0 \text{ GPa} \quad (11)$$

表 2 设计变量分布及初始设计取值

高程/m	拱冠梁参数		左侧拱圈参数			右侧拱圈参数		
	上游面顺河向坐标/m	厚度/m	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)
834.0	0	14.000	17.000	416.019	45.610	18.000	322.675	41.886
760.0	-35.405	44.698	51.651	318.139	48.235	52.578	236.728	47.780
640.0	-48.177	61.661	81.653	248.958	43.281	83.517	200.804	47.395
545.0	-38.166	70.000	72.610	159.165	11.632	76.594	200.525	20.235

表 3 设计变量取值范围

高程/m	拱冠梁参数		左侧拱圈参数			右侧拱圈参数		
	上游面顺河向坐标/m	厚度/m	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)
834.0	0	10.0~20.0	12.0~30.0	300.0~500.0	35.0~55.0	12.0~25.0	200.0~400.0	35.0~55.0
760.0	40.0~-20.0	35.0~50.0	35.0~60.0	200.0~400.0	35.0~55.0	35.0~60.0	150.0~350.0	35.0~55.0
640.0	-60.0~-40.0	50.0~70.0	55.0~85.0	150.0~350.0	35.0~50.0	55.0~85.0	150.0~350.0	35.0~50.0
545.0	-50.0~-30.0	60.0~80.0	55.0~85.0	50.0~250.0	10.0~30.0	55.0~85.0	100.0~300.0	10.0~30.0

表 1 基岩分区及变形参数

类型	岩体分区	变形模量/GPa			泊松比
		下限	上限	设计值	
1	左岸 585.0 m 高程以下,右岸 545.0 m 高程以下及河床	13.0	19.0	16.0	0.25
2	左岸 585.0~696.0 m 高程、右岸 545.0~600.0 m 高程	8.0	12.0	10.0	0.25
3	左岸 696.0~834.0 m 高程、右岸 600.0~834.0 m 高程	10.0	16.0	13.0	0.22

3.2 优化模型

本文在优化过程中取 4 个控制高程处的拱冠梁与拱圈体形参数为设计变量,具体分布及初始设计取值见表 2。

优化过程中约束条件主要包括设计变量界限约束(表 3)、上游倒悬度约束 $K_u \leq 0.35$ 、下游倒悬度约束 $K_d \leq 0.30$ 、最大中心角约束 $\varphi_{\max} \leq 100^\circ$ 以及应力约束等。结构应力分析采用有限单元法,坝体沿高度方向分 12 层单元,沿厚度方向分 4 层单元;计算荷载组合为“正常蓄水位+相应下游水位+淤沙压力+坝体自重+温降”。采用有限元等效应力表示应力约束条件,要求有限元等效主拉应力不超过 1.5 MPa,有限元等效主压应力不超过 10 MPa。

3.3 优化结果分析

优化设计方案的拱坝体形参数如表 4 所示。表 5 对比了稳健可行性优化设计方案与初始设计方案拱坝体形主要特征参数,同时也列出了在设计基础变形模量条件下进行的确定性优化设计方案的相应参数。3 个设计方案拱冠梁形状对比见图 2。表 6 给出了不同设计方案拱坝在设计基础变形模量条件下的最大主拉应力 $\sigma_{t \max}$ 、最大主压应力 $\sigma_{c \max}$ 、最大顺河向位移 $u_{z \max}$ 和最大有限元等效主拉应力 $\sigma_{t \max}^{\text{eq}}$ 、最大有限元等效主压应力 $\sigma_{c \max}^{\text{eq}}$ 等性能指标以及考虑基础变形模量不确定性时的最大有限元等效主拉

表 4 稳健可行性优化设计方案拱坝体形参数

高程/m	拱冠梁参数		左侧拱圈参数			右侧拱圈参数		
	上游面顺河向坐标/m	厚度/m	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)	拱端厚度/m	拱冠曲率半径/m	半中心角/(°)
834.0	0	10.049	12.000	473.66	45.070	13.737	315.40	40.191
760.0	-36.920	42.532	45.006	386.08	51.002	50.480	237.68	46.734
640.0	-49.682	59.565	80.697	229.20	44.127	82.477	164.00	49.819
545.0	-32.137	74.376	74.983	184.46	10.008	80.616	212.71	24.470

表 5 不同设计方案的拱坝体形特征参数对比

设计方案	体积/ 万 m ³	拱冠梁顶厚/m	拱冠梁底厚/m	最大拱端厚度/m	最大中心角/(°)	上游倒悬度	下游倒悬度
初始	800.47	14.000	70.000	83.517	96.015	0.13	0.09
确定性优化	724.23	13.312	71.970	85.000	90.755	0.11	0.30
稳健可行性优化	773.94	10.049	74.376	82.477	97.736	0.27	0.05

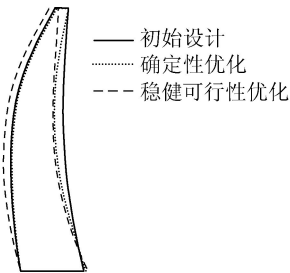


图 2 拱冠梁形状对比

表 6 不同设计方案的拱坝性能指标对比

设计方案	最大主拉应力 σ_{tmax} / MPa	最大主压应力 σ_{cmax} / MPa	最大顺河向位移 u_{zmax} / cm	最大等效主拉应力/ MPa		最大等效主压应力/ MPa	
				σ_{tmax}^{eq}	$\bar{\sigma}_{tmax}^{eq}$	σ_{cmax}^{eq}	$\bar{\sigma}_{cmax}^{eq}$
初始	3.55	16.18	11.42	1.06	1.59	9.86	10.96
确定性优化	4.09	16.15	12.81	1.48	1.96	10.00	10.54
稳健可行性优化	3.60	14.66	11.95	1.17	1.50	9.05	9.98

应力 $\bar{\sigma}_{tmax}^{eq}$ 和最大有限元等效主压应力 $\bar{\sigma}_{cmax}^{eq}$ 。可以看出,稳健可行性优化设计方案拱冠梁上游倒悬度和拱圈中心角均有所增加,拱冠梁进一步倾向上游侧,体形的这些变化有助于改善坝体的应力状态,提高其对基础变形模量的稳健性。稳健可行性优化设计方案坝体体积比初始设计方案减小了 3.31% (26.53 万 m³),在设计基础变形模量条件下的坝体最大主拉应力与初始体形基本相当,最大主压应力减小了 1.52 MPa,显示了较好的优化效果;而且当考虑基础变形模量的不确定性,基础变形模量在其可能变化范围内变化时,稳健可行性优化方案都能满足应力约束的要求。在设计变形模量条件下进行的确定性优化设计方案减小了拱冠梁厚度和拱圈中心角,使得坝体体积减小了 76.24 万 m³,但是坝体的应力水平有所提高,其对基础变形模量的变化也比较

敏感:在设计基础变形模量条件下,坝体最大主应力达到 4.09 MPa,比初始设计方案增大了 15.2%;当考虑基础变形模量不确定性时,最大有限元等效主拉应力为 1.96 MPa,超过容许应力达 30.7%。

4 结 语

本文基于最大波动分析法,讨论了稳健可行性约束条件的表达形式,建立了考虑基础变形模量不确定性的拱坝体形稳健可行性优化设计模型,并以某拟建拱坝为例,进行了优化设计研究,结果表明,稳健优化设计体形在坝体体积比初始设计减小了 26.53 万 m³ 的同时,对基础变形模量的不确定性具有较好的适应性,能满足稳健可行性约束要求。

通常在设计基础变形模量条件下进行的拱坝体形确定性优化设计,虽然坝体体积可以得到更大幅度的减小,但由于最优解一般出现在可行域边界上,这类设计往往是比较脆弱的,当基础变形模量发生变化时,应力约束条件常常得不到满足。在拱坝体形优化设计中,考虑设计条件的不确定性,进行稳健可行性优化设计是很有必要的。

参考文献:

[1] 朱伯芳,厉易生. 高拱坝新型合理体形的研究和应用 [J]. 水力发电, 2001 (8) : 60-62. (ZHU Bofang, LI Yisheng. Study on and application of new rational dambody shape of high arch dam[J]. Water Power, 2001 (8) : 60-62. (in Chinese))

[2] 计家荣,丁予通. 二滩拱坝设计与优化 [J]. 水力发电, 1998, (7) : 25-28. (JI Jiarong, DING Yutong. Design and optimization of the Ertan arch dam [J]. Water Power, 1998 (7) : 25-28. (in Chinese))

[3] 王仁坤. 溪洛渡水电站拱坝设计 [J]. 水力发电, 1997 (11) : 5-9. (WANG Renkun. The design of Xiluodu arch dam [J]. Water Power, 1997 (11) : 5-9. (in Chinese))

[4] TAGUCHI G. Quality engineering through design optimization [M]. New York: Krauss International Press, 1986.

[5] 陈立周. 稳健设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2000: 209-210.

(下转第 77 页)

(6月);2007年水闸工况年均分流量小于无闸工况,为 $2.9\text{ m}^3/\text{s}$,较无闸工况减少53.23%,2007年水闸工况共有5个月不分流,最大月均分流量为 $13.1\text{ m}^3/\text{s}$ (6月)。

4.2.3 河床下切前、后对比分析

计算分析了97%典型年来流条件下,无闸、1923年水闸、1987年水闸、2007年水闸4种工况下河床下切前、后北江向芦苞涌的平均分流量。结果表明,河床下切后各工况年均分流量较河床下切前出现较大幅度的减小,减小幅度在92.6%~100%之间。将河床下切后的2007年水闸工况视为现状工况,河床下切前的无闸工况视为最初的天然工况,对两种工况分流情况的对比可知,在97%典型年来流条件下,由于水闸的修建及北江河床下切等原因,造成北江向芦苞涌的年均分流量减少约96.5%。北江向芦苞涌的分流量大幅下降,势必对下游佛山、广州等地经济社会发展的正常取水需求造成严重不利影响。

5 结 论

- a. 河床下切前,1923年水闸和1987年水闸工况分流量分别较无闸工况减少72.71%和87.96%,2007年水闸工况分流量则有所增加;河床下切后,1923年水闸和1987年水闸工况均不分流,2007年水闸工况分流量较无闸工况减少53.23%。
- b. 总体来看,北江河床下切和芦苞水闸的修建导致北江向芦苞涌的分流大幅减小,现状工况(2007年水闸、河床下切后)与最初天然工况(无闸、河床下切前)相比,在97%典型年来流条件下年均分流量减少约96.5%。
- c. 2007年水闸底板高程大幅降低至-0.5 m,可使芦苞涌分流量有所增加。尽管降低底板高程可以

改善或解决河床下切导致的取水保证率降低的问题,但这些工程措施不仅耗费大量的人力、物力和财力,而且高程也不可能一降再降。只有完善相应法律法规,加强采砂监督与管理,保证河床稳定,才是解决这一问题的根本方法。

参考文献:

[1] 林晓纯. 芦苞涌、西南涌分洪对下游三角洲水环境影响及对策研究[J]. 中山大学学报:自然科学版,2001,40(增刊2):39-42. (LIN Xiaochun. Study on the measure and influence of shunt volume through Lubao and Xinan Stream on water environment of downstream delta[J]. ACTA Scientiarum naturalium Universitatis Sunyatseni, 2001, 40(Sup2): 39-42. (in Chinese))

[2] 罗宪林,杨清书,贾良文,等. 珠江三角洲网河河床演变[M]. 广州:中山大学出版社,2002.

[3] 邱静,杜涓,谭超,等. 北江干流(韶关—河口)河道采砂控制规划报告:2011—2015年[R]. 广州:广东省水利水电科学研究院,2010.

[4] 丁宪铠. 芦苞水闸水工模型试验报告[R]. 广州:广东省水利水电科学研究院,1979.

[5] 刘世裕. 芦苞水闸断面模型比较试验报告[R]. 广州:广东省水利水电科学研究院,1984.

[6] 北江大坝加固达标工程芦苞水闸改建水工模型试验研究[R]. 广州:广东省水利水电科学研究院,2003.

[7] 王宁. 芦苞涌与西南涌受闸影响入广州水量变化分析[J]. 广东水利电力职业技术学院学报,2009,7(3):47-53. (WANG Ning. Analysis on the change of water volume influenced by water-gate flow into Guangzhou through Lubao and Xinan Stream [J]. Journal of Guangdong Technical College of Water Resources and Electric Engineering, 2009, 7(3): 47-53. (in Chinese))

(收稿日期:2013-01-05 编辑:骆超)

(上接第64页)

[6] GUNAWAN S, AZARM S. A feasibility robust optimization method using sensitivity region concept [J]. ASME J Mech Des, 2005, 127: 858-865.

[7] 许焕卫,黄洪钟,何俐萍. 稳健设计中的稳健可行性分析[J]. 清华大学学报:自然科学版,2007,47(增刊2):1721-1724. (XU Huanwei, HUANG Hongzhong, HE Liping. Feasibility robustness analysis in robust optimization designs [J]. Journal of Tsinghua University: Science & Technology, 2007, 47(Sup2): 1721-1724. (in Chinese))

[8] 孙林松,张伟华. 加速微种群遗传算法及其在结构优化设计中的应用[J]. 应用基础与工程科学学报,2008,16(5):741-748. (SUN Linsong, ZHANG Weihua. Accelerated micro genetic algorithm and application to structural optimization [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2008, 16(5): 741-748. (in Chinese))

[9] 孙林松,孔德志. 基础变形模量不确定条件下的拱坝最大有限元等效应力分析[J]. 河海大学学报:自然科学版,2012,40(5):530-533. (SUN Linsong, KONG Dezhi. Analysis of arch dam's maximal finite element equivalent stress with consideration of uncertainty of deformation modulus of foundation rocks mass [J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2012, 40(5): 530-533. (in Chinese))

(收稿日期:2013-06-26 编辑:熊水斌)