

平底 I 型马蹄形断面临界水深的简化计算公式

文 辉,李风玲,赵 洁,林超慧,唐壮丽

(惠州学院建筑与土木工程系,广东 惠州 516007)

摘要:为了简化平底 I 型马蹄形断面临界水深的计算公式,对平底 I 型马蹄形断面临界水深基本方程进行数学变换,分析无量纲临界水深和无量纲参数之间的关系,以幂函数形式构造公式,采用拟合优化方法得到临界水深的简化计算公式。该简化公式不是分段函数,形式简单,通用性强,水深位于隧洞下部扇形和上部半圆形内都可以直接计算临界水深;在工程适用范围内,临界水深计算值的最大相对误差绝对值为 0.485%,具有较高的精度。

关键词:水力学;平底 I 型马蹄形断面;临界水深;简化计算公式

中图分类号:TV 131.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2014)01-0078-03

Simplified calculation formula for critical depth of I-type horseshoe cross-section with flat bottom//WEN Hui, LI Fengling, ZHAO Jie, LIN Chaohui, TANG Zhuangli (*Department of Architecture and Civil Engineering, Huizhou University, Huizhou 516007, China*)

Abstract: In order to simplify the calculation formula for critical depth of an I-type horseshoe cross-section with a flat bottom, mathematical exchange was conducted for the basic critical flow equation of the I-type horseshoe cross-section with a flat bottom, the relationship between the corresponding dimensionless critical water depth and the introduced dimensionless parameters was analyzed, the power function was used to construct the formula form, and a simplified formula for critical water depth of the I-type horseshoe cross-section with a flat bottom was established according to the optimal control fitting principle. This simplified formula is not a piecewise function, and it can directly calculate critical water depth whenever the water level reaches lower fan-shaped or upper semi-round sections of the tunnel. In a range suitable for engineering practice, the absolute value of the maximum relative error of the calculated critical water depth was 0.485%, indicating that the simplified formula has high calculation precision.

Key words: hydraulics; I-type horseshoe cross-section with flat bottom; critical water depth; simplified calculation formula

在输水工程设计中,主要有圆形、城门洞形和马蹄形等几种过水断面形式,它们都具有力学条件好、水流平顺等特点。目前国内外学者对圆形、城门洞形和马蹄形断面的正常水深、临界水深等水力计算问题进行了较为深入的分析研究,得到许多简捷的计算公式,解决了不少常规算法中存在的工程实际问题^[1-9]。平底 I 型马蹄形断面由标准 I 型马蹄形断面演化而来,即将底拱改为平底,它对于基底压力不大的地质情况或断面尺寸较小的 I 型马蹄形隧洞较为适合,且施工尺寸容易控制,受力条件好,因而应用广泛^[10]。文辉等^[11]给出了这种断面形式的临界水深的直接计算公式,但该公式为分段函数,需要根据水深的具体情况来判别,选择相应的计算公式,不便应用。为此,本文从平底 I 型马蹄形断面临界水深基本方程出发,依据给水排水工程规范及水利

工程规范等要求,考虑工程实际情况,确定公式的适用范围,对无量纲临界水深和无量纲参数之间的关系进一步分析研究,应用拟合优化方法,得到平底 I 型马蹄形断面临界水深的简化计算公式。

1 临界水深基本方程及水力要素

1.1 临界水深的基本方程

明渠水流中存在缓流、临界流和急流 3 种流态。临界水深是相应于明渠水流断面单位能量最小的水深,在明渠水力计算中是很重要的,它必须满足临界流方程:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \tag{1}$$

式中: Q 为流量, m^3/s ; α 为动能修正系数,本文取 1.0; g 为重力加速度, m/s^2 ; A 为相应于临界水深时

的过水断面面积, m^2 ; B 为相应于临界水深时的水面宽度, m 。

1.2 断面的构成

平底 I 型马蹄形断面将标准 I 型马蹄形断面的底拱改为平底, 如图 1 所示(图中 r 为顶拱半径, 它是构成平底 I 型马蹄形断面最基本的几何参数; θ 为底拱的弦所对应的圆心角的一半, 亦为两侧拱对应的圆心角; γ 为过水断面侧拱对应的圆心角; φ 为过水断面顶拱对应的圆心角; h_d 为平底 I 型马蹄形的特征高度)。

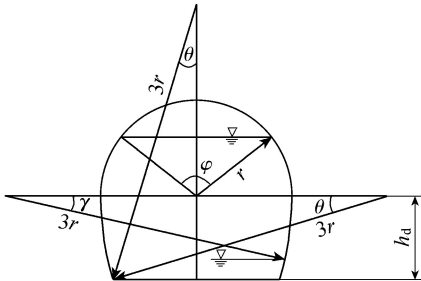


图 1 平底 I 型马蹄形断面

1.3 断面的水力要素

根据平底 I 型马蹄形断面的几何特点, 2 种水力条件下断面的临界水深 h 和其他水力要素的计算公式如下:

a. 当 $0 < h \leq h_d$ 或 $0 \leq \gamma \leq \theta$ 时, 有

$$\alpha \frac{Q^2}{gr^5} = \begin{cases} \frac{\left\{ c - 9 \left[\arcsin\left(\frac{X_d - X}{3}\right) + 0.5 \sin\left(2 \arcsin\left(\frac{X_d - X}{3}\right)\right) \right] - \frac{4}{3} \sin\left(\arcsin\left(\frac{X_d - X}{3}\right)\right) \right\}^3}{6 \cos\left(\arcsin\left(\frac{X_d - X}{3}\right)\right) - 4} & 0 \leq X < X_d \\ \frac{\{ c + 0.5 [\pi - 2 \arccos(X - X_d) + \sin(2 \arccos(X - X_d))] \}^3}{2 \sin(\arccos(X - X_d))} & X_d \leq X \leq 1 + X_d \end{cases} \tag{6}$$

2 临界水深计算公式的适用范围

根据 DL/T 5195—2004 《水工隧洞设计规范》^[12], 为了保证在水位变化情况下无压隧洞仍能保持无压流状态, 要求通过最大流量时隧洞过水断面面积不大于隧洞断面总面积的 85%, 即

$$\frac{A_*}{A_0} = 0.85 \tag{7}$$

式中: A_* 、 A_0 分别为通过最大流量时隧洞的过水断面面积和总面积。

根据水力要素计算公式可知:

$$A_* = r^2 \left[c + 0.5 (\pi - \varphi + \sin \varphi) \right] \tag{8}$$

$$A_0 = r^2 (c + 0.5 \pi) \tag{9}$$

将式(8) 和式(9) 代入式(7), 得到三角函数超越方程, 即

$$\begin{cases} A = r^2 \left[c - 9 \left(\gamma + 0.5 \sin 2\gamma - \frac{4}{3} \sin \gamma \right) \right] \\ B = r (6 \cos \gamma - 4) \\ h = h_d - 3r \sin \gamma \end{cases} \tag{2}$$

b. 当 $h_d < h \leq h_d + r$ 或 $0 \leq \varphi \leq \pi$ 时, 有

$$\begin{cases} A = r^2 [c + 0.5 (\pi - \varphi + \sin \varphi)] \\ B = 2r \sin \frac{\varphi}{2} \\ h = h_d + r \cos \frac{\varphi}{2} \end{cases} \tag{3}$$

式中: c 为常数, 取 1.667 322。

1.4 临界水深的隐函数表达式

设无量纲临界水深为临界水深与断面顶拱半径之比, 即

$$X = h/r \tag{4}$$

那么 2 个未知的圆心角就可用无量纲临界水深 X 来表示:

$$\begin{cases} \gamma = \arcsin\left(\frac{X_d - X}{3}\right) & 0 \leq X < X_d \\ \varphi = 2 \arccos(X - X_d) & X_d \leq X \leq 1 + X_d \end{cases} \tag{5}$$

其中 $X_d = h_d/r = 0.870\ 827$

将式(2) ~ (5) 代入式(1) 并整理, 可得平底 I 型马蹄形断面临界水深带反三角函数的高次隐函数表达式:

$$\frac{r^2 [c + 0.5 (\pi - \varphi + \sin \varphi)]}{r^2 (c + 0.5 \pi)} = 0.85 \tag{10}$$

经试算解得 $\varphi = 1.9134$, $X = 1.447$ 。为了提高公式的适用性, 适当外延 h 的上限取值, 即 $h_{\pm} = 1.60r$; 考虑到大多数工程实际应用情况, 过小水深没有太大的实际意义, h 的下限取值 $h_{\mp} = 0.05r$, 所以无量纲临界水深计算公式的工程适用范围为 $0.05 \leq X \leq 1.60$ 。

3 临界水深的简化计算公式

为了方便研究, 将式(6) 左侧的已知量设为无量纲参数, 即

$$K = \alpha \frac{Q^2}{gr^5} \tag{11}$$

本文以幂函数形式构造计算公式, 通过进行大量试算, 并采用编程逐步拟合优化的方法, 得到无量

纲临界水深的简化计算公式:

$$X = 0.679K^{0.332} - 0.011K \quad (0.0004 < K \leqslant 19.4023)$$

(12)

4 误差分析

为评价公式(12)的正确性及误差情况,在无量纲临界水深的工程适用范围内(0.05≤X≤1.60)给定不同的无量纲临界水深理论值X*,再由式(6)和式(11)求得相应的无量纲参数K,由式(12)求得无量纲临界水深计算值X,最后计算相对误差Δ=(X-X*)/X*×100%,误差分析结果列于表1。

表1 简化公式误差分析

X*	K	X	Δ/%
0.05	0.0004	0.0498	-0.392
0.10	0.0031	0.0996	-0.403
0.15	0.0105	0.1495	-0.317
0.20	0.0251	0.1996	-0.202
0.25	0.0495	0.2498	-0.081
0.30	0.0863	0.3001	0.037
0.35	0.1383	0.3505	0.145
0.40	0.2082	0.4010	0.239
0.45	0.2989	0.4514	0.317
0.50	0.4133	0.5019	0.376
0.55	0.5549	0.5523	0.416
0.60	0.7263	0.6026	0.435
0.65	0.9309	0.6528	0.433
0.70	1.1720	0.7029	0.407
0.75	1.4530	0.7527	0.358
0.80	1.7772	0.8023	0.286
0.85	2.1483	0.8516	0.189
0.90	2.5705	0.9007	0.076
0.95	3.0513	0.9498	-0.020
1.00	3.5965	0.9990	-0.102
1.05	4.2123	1.0482	-0.176
1.10	4.9056	1.0973	-0.244
1.15	5.6842	1.1465	-0.308
1.20	6.5573	1.1956	-0.368
1.25	7.5361	1.2448	-0.420
1.30	8.6344	1.2940	-0.461
1.35	9.8699	1.3435	-0.483
1.40	11.2661	1.3933	-0.477
1.45	12.8558	1.4438	-0.427
1.50	14.6861	1.4953	-0.313
1.55	16.8292	1.5484	-0.105
1.60	19.4023	1.6039	0.245

从表1可以看出,在工程适用范围内,临界水深计算值的最大相对误差绝对值为0.485%,最小仅为0.020%,且绝大多数小于0.400%,可见式(12)具有较高的精度,可极大地方便工程设计人员在平底I型马蹄形断面隧洞工程设计中直接使用。

5 算例

某水库输水隧洞采用平底I型马蹄形断面,初设顶拱半径r=2.5m,计算通过流量Q=100m³/s时对应的临界水深h。

根据已知条件,由式(6)和式(11)计算的无量纲参数K=10.43833;由式(12)计算的无量纲临界水深X=1.3645;由式(4)计算的临界水深h=3.411m;根据试算可得临界水深的理论值X*=3.428m;最后计算临界水深的相对误差Δ=(X-X*)/X*×100%=-0.484%。

6 结论

- a. 对平底I型马蹄形断面的临界水深基本方程进行数学变换,以幂函数形式构造公式,采用优化拟合方法得到临界水深的简化计算公式。
- b. 该简化计算公式不是分段函数,无论水深位于隧洞下部扇形还是上部半圆形内,都可以直接计算临界水深,计算简捷方便,通用性强,适用范围广。
- c. 在工程适用范围内,简化公式最大相对误差的绝对值为0.485%,计算结果精度较高,可为平底马蹄形断面隧洞工程设计提供参考。

参考文献:

[1] 文辉,李风玲.再论圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式[J].水利水电科技进展,2012,32(6):15-17. (WEN Hui,LI Fengling. Further study on explicit formula for normal water depth of uniform flows in circular pipes [J]. Advance in Science and Technology of Water Resources,2012,32(6):15-17. (in Chinese))

[2] 文辉,李风玲,彭波,等.圆管明渠临界水深的直接近似计算公式[J].人民黄河,2007,29(4):67-68. (WEN Hui,LI Fengling,PENG Bo,et al. Direct approximate formula for critrical depth of pipe-channel [J]. Yellow River,2007,29(4):67-68. (in Chinese))

[3] 李风玲,文辉,彭波.圆形过水断面临界流的近似水力计算[J].人民长江,2008,39(11):77-78. (LI Fengling,WEN Hui,PENG Bo,et al. Approximate hydraulic calculation for critical flow in circular cross-section [J]. Yangtze River,2008,39(11):77-78. (in Chinese))

[4] 文辉,李风玲,欧军利,等.城门洞形断面隧洞正常水深的近似算法[J].给水排水,2007,33(7):19-21. (WEN Hui,LI Fengling,OU Junli,et al. Approximate solution of the normal depth inside tunnel with arch cross-section [J]. Water and Wastewater Engineering,2007,33(7):19-21. (in Chinese))

(下转第93页)

- [7] 徐光黎,潘别桐,唐辉明. 岩体结构模型与应用[M]. 武汉:中国地质大学出版社,1993.
- [8] EINSTEIN H H, VENEZIANO D, BAECHER G B, et al. The effect of discontinuity persistence on rock slope stability[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1983, 20 (5): 227-236.
- [9] 黄建安,王思敬. 断续结构岩体失稳破坏的分离面[J]. 水文工程地质, 1984, 28 (3): 21-25. (HUANG Jianan, WANG Sijing. Separation plane of instability failure in the fractured structured rock mass [J]. Chinese Journal of Hydrogeology and Engineering Geology, 1984, 28 (3): 21-25. (in Chinese))
- [10] 姚家建,王秋明,冯承树. 缓倾角结构面连通系数的研究[J]. 工程地质学报, 1989, 3 (1): 43-51. (YAO Jiajian, WANG Qiumin, FEN Chengshu. A study on the connection ratio of lower dip structure plane [J]. Chinese Journal of Engineering Geology, 1989, 3 (1): 43-51. (in Chinese))
- [11] 汪小刚,贾志欣,陈祖煜. 岩石结构面网络模拟原理在节理岩体连通率研究中的应用 [J]. 水利水电技术, 1998, 29 (10): 43-47. (WANG Xiaogang, JIA Zixing, CHEN Zhuayu. An application of discontinuities network modeling principle in the research of discontinuities connection ratio of jointed rock mass [J]. Irrigation Works and Power Technique, 1998, 29 (10): 43-47. (in Chinese))
- [12] CAI M, KAISE P K, UNO H, et al. Estimation of rock mass deformation modulus and strength of jointed hard rock masses using the GSI system[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, 41 (1): 3-19.
- [13] YANG X L, YIN J H. Slope Equivalent Mohr-Coulomb strength parameters for rock masses satisfying the Hoek-Brown Criterion [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2010, 43 (4): 505-511.
- [14] 陈祖煜,汪小刚,杨健,等. 岩质边坡稳定分析:原理、方法、程序[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005.
- [15] HOEK E, WOOD D, SHAH S. A modified Hoek-Brown criterion for jointed rock masses[C]//Proceeding of Rock Characterization, Symposium on International Society of Rock Mechanics. London: British Geotechnical Society. 1992: 209-213.
- [16] 刘佑荣,唐辉明. 岩体力学[M]. 北京:化学工业出版社,2008.

(收稿日期:2013-01-20 编辑:周红梅)

(上接第 80 页)

- [5] 赵延风,宋松柏,孟秦倩. 普通城门洞形断面临界水深的近似计算方法[J]. 长江科学院院报, 2008, 25 (4): 14-15. (ZHAO Yanfeng, SONG Songbai, MENG Qinqian. Approximate method calculating critical water depth in common city-opening shaped cross-section [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2008, 25 (4): 14-15 (in Chinese))
- [6] 文辉,李风玲. 再论城门洞形断面隧洞临界水深的近似计算[J]. 人民长江, 2009, 40 (11): 78-79. (WEN Hui, LI Fengling. Discussion on approximate calculation of critical depth of a Arched Section Tunnel [J]. Yangtze River, 2009, 40 (11): 78-79 (in Chinese))
- [7] 文辉,李风玲,李霞. 标准 I 型马蹄形断面正常水深的近似算法[J]. 人民黄河, 2008, 30 (7): 89-90. (WEN Hui, LI Fengling, LI Xia. Approximate solution on normal depth of standard I type horseshoe section tunnel [J]. Yellow River, 2008, 30 (7): 89-90 (in Chinese))
- [8] 王正中,陈涛,卢琴,等. 马蹄形断面隧洞临界水深的直接计算[J]. 水力发电学报, 2005, 24 (5): 95-98. (WANG Zhengzhong, CHEN Tao, LU Qin, et al. The direct solution on critical depth of horseshoe section tunnel [J]. Journal of hydroelectric engineering, 2005, 24 (5): 95-98. (in Chinese))
- [9] 张宽地,吕宏兴,陈俊英. 马蹄形过水断面临界水深的直接算法[J]. 农业工程学报, 2009, 25 (4): 15-18.
- (ZHANG Kuandi, LÜ Hongxing, CHEN Junying. Direct calculation of critical depth of horseshoe section tunnel [J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25 (4): 15-18. (in Chinese))
- [10] 张迈,柳桃青. 一个大型水工隧洞的断面形状选择[J]. 湖北水力发电, 2008, 75 (2): 10-12. (ZHANG Mai, LIU Taoqing. Selection of cross-section form of a large hydraulic tunnel [J]. Hubei Water Power, 2008, 75 (2): 10-12. (in Chinese))
- [11] 文辉,李风玲. 平底 I 型马蹄形断面临界水深的直接求解[J]. 长江科学院院报, 2013, 30 (4): 40-43. (WEN Hui, LI Fengling. Direct solution to the critical depth of I-type horseshoe cross-section with flat bottom [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2013, 30 (4): 40-43. (in Chinese))
- [12] DL/T 5195—2004 水工隧洞设计规范[S].

(收稿日期:2013-01-31 编辑:周红梅)

