

抛物线形断面渠道收缩水深简化计算通式

滕 凯

(齐齐哈尔市水务局,黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要:针对采用常规方法求解抛物线形断面渠道收缩水深不但计算过程繁复且计算精度不高,而已有简化计算公式仅限于特定的抛物线形断面且公式形式不够简化的问题,引入已知综合参数及无量纲收缩水深参数,对抛物线形断面渠道收缩水深的基本计算公式进行变形整理,在保证求解精度满足工程设计要求的前提下,对函数高次方程进行优化拟合,得到了表达形式简单、计算简捷的近似计算通式。精度分析及实例计算结果表明,该计算通式的最大误差小于0.755%,完全满足实际工程设计精度要求,具有实际应用推广价值。

关键词:收缩水深;抛物线形断面;优化拟合;简化计算

中图分类号:TV131.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2014)03-0061-04

Simplified general formula for calculating water depth in parabolic-shaped channel with contracted section//TENG Kai (Qiqihar Municipal Water Affairs Bureau, Qiqihar 161006, China)

Abstract: Conventional methods used to calculate water depth in parabolic-shaped channel with contracted section have the drawbacks of heavy computational effort and low accuracy. Additionally, the exiting simplified formulas can only be used in specific parabolic-shaped sections and are not simple enough to calculate the water depth. In order to solve these problems, the basic formula of water depth was modified by introducing the comprehensive parameters and dimensionless relative water depth. The simplified general formula was proposed by fitting a polynomial of higher degree while meeting the precision demand of engineering design. Computational results and precision analysis show that the maximum relative error of the general formula is only 0.755%, which meets the precision demand of engineering design. Thus, the simplified general formula proposed here can be used in real practical applications.

Key words: contracted water depth; parabolic-shaped sections; optimal fitting; simplified calculation

收缩水深是关系过水建筑物下游水跃类型及消能工形式的重要水力参数,因此,研究收缩水深的简化计算对提高设计工作效率具有重要意义。抛物线形断面具有受力性能好、水流条件优越、便于机械化施工等优点,被越来越广泛地应用于灌溉及排水渠系工程中^[1-2]。有关抛物线形断面收缩水深简化计算方面的研究成果已有较多,文辉等^[3]给出了半立方抛物线断面收缩水深的简化计算公式,赵延凤等^[4-9]分别给出了二次抛物线形及三次抛物线形断面收缩水深的简化计算公式。为了解决目前简化计算公式存在的不够通用性、不便实际工作的问题,赵延凤等^[10]采用基线函数增量法给出了该类断面收缩水深的简化计算通式,具有一定的实际意义,但因该通式求解需要分别计算3个中间变量方可获得最终结果,求解过程过于烦琐,实际应用仍不方便。本文通过对该类断面渠道收缩水深计算公式的变形整

理,引入已知综合参数及无量纲水深参数,在保证工程设计精度要求的前提下,采用优化拟合方法^[11-15],经多备选函数、多参数逐次搜索逼近,最终择优确定了表达形式简单、计算过程简捷的近似计算通式,可在实际工程设计中推广应用。

1 收缩水深基本计算公式

根据水力学原理,由能量守恒方程获得收缩水深的基本计算公式^[16]为

$$E_0 = h_c + \frac{Q^2}{2g\varphi^2 A_c^2} \tag{1}$$

式中: E_0 为以过闸(坝)后下游收缩断面底部为基准点的过水建筑物上游总水头,m; h_c 为收缩断面处的水深,m; Q 为过闸(坝)的设计流量, m^3/s ; g 为重力加速度,通常取 9.81 m/s^2 ; φ 为与过水建筑物类型有关的流速系数; A_c 为与收缩水深 h_c 相对应的过水

作者简介:滕凯(1957—),男,黑龙江齐齐哈尔人,高级工程师,主要从事水利防灾减灾及工程优化设计研究。E-mail:tengkai007@163.com

断面面积, m^2 。

对于抛物线形断面,当方程指数为 n 时,其断面曲线方程形式为

$$y = a |x|^n \quad (a > 0, n > 1) \quad (2)$$

则其过水断面面积为

$$A_c = \frac{2nh_c^{(n+1)/n}}{(n+1)a^{1/n}} \quad (3)$$

式中: a 为抛物线形断面形状参数; n 为抛物线指数。

设

$$\begin{cases} x_c = h_c/E_0 \\ k = \frac{1}{E_0} \left\{ \frac{a^{2/n} Q^2}{2g\varphi^2 [2n(n+1)^{-1}]^2 E_0} \right\}^{\frac{n}{2(n+1)}} \end{cases} \quad (4)$$

式中: x_c 为无量纲收缩水深; k 为已知综合参数。将式(3)和式(4)代入式(1),进一步整理可得

$$k = x_c (1 - x_c)^{n[2(n+1)]^{-1}} \quad (5)$$

通过式(5)求解出 x_c 后,由式(4)即可求得

$$h_c = E_0 x_c \quad (6)$$

2 收缩水深简化通式及其精度分析

2.1 简化通式的建立

由式(5)可见,已知 k 及 n 求 x_c 为一超越方程求解问题,不能通过常规的数学方法直接完成求解,而试算法、图解法及利用计算机编程求解又不便实际工作应用。为寻求式(5)的简化求解方法,考虑到实际工程中 $0 < x_c \leq 0.5^{[3-10]}$, $1.5 \leq n \leq 6$,假定函数 $x'_c = f(k, n)$ 可以替代式(5) (x'_c 为 x_c 的拟合近似值),并依据式(5)展绘 x_c-k 关系曲线,见图1。由图1可见,当 n 为定值时, x_c 与 k 具有较好的指数关系,且当 $k \leq 0.15$ 时,不同 n 时的 x_c-k 关系曲线基本重合,当 $k > 0.15$ 时,曲线的曲率随 k 及 n 的增大而增大。在兼顾拟合精度高、表达形式简单两个必备条件下,初选拟合函数为

$$x'_c = Ak^\beta \quad (7)$$

式中: A 和 β 分别为待定系数及指数。

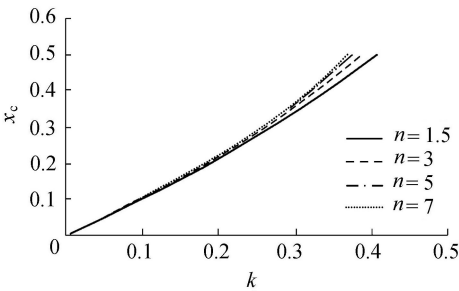


图1 不同 n 时的 x_c-k 关系曲线

采用数值拟合分析方法^[17-18],将目标函数设定为标准剩余差最小,即

$$S = \min \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x'_{ci} - x_{ci})^2}{N-1}} \quad (8)$$

式中: S 为标准剩余差; x_{ci} 、 x'_{ci} 分别为第 i 点无量纲收缩水深及其拟合近似替代值; N 为数值拟合分析计算的数组数。

取 $n=2$,经逐次搜索逼近可求得利用式(7)替代式(5)的系数及指数分别为: $A=1.2625$, $\beta=1.0578$,进而可由式(5)及式(7)分别完成理论值 x_c 及拟合近似值 x'_c 的计算,并分别绘制 x_c-k 及 x'_c-k 关系曲线,见图2。

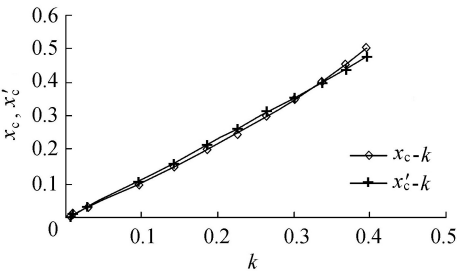


图2 x_c-k 及 x'_c-k 关系曲线 ($n=2$)

结合图2及计算结果可知,式(7)的最大正、负拟合相对误差分别为6.84%和-7.15%。拟合曲线及理论曲线均通过坐标原点,且随 k 的增大,拟合曲线的曲率由大于理论曲线曲率变为小于理论曲线曲率,拟合近似值 x'_c 由大于 x_c 变为小于 x_c ,拟合精度不高。采用同样方法也可完成当 $n=1.5, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6$ 时的 x'_c-k 关系曲线的绘制,其拟合精度及曲线吻合情况与 $n=2$ 时基本一致。为进一步提高式(7)的拟合精度,在保持其基本形式不变的情况下,考虑到在 $0 < k < 0.5\pi$ 范围内,始终有 $\tan k/k > 1$,且 $\tan k/k$ 随着 k 的增大呈非线性增大, $\tan^\beta k$ 曲线的曲率始终大于 k^β 曲线曲率,据此,在式(7)的基础上经进一步逼近拟合计算,可得到式(5)的最优拟合替代函数为

$$x''_c = B \tan^{1.01}(\gamma k) \quad (9)$$

式中: B 、 γ 分别为与抛物线方程指数 n 有关的系数,可由表1查得,当 n 介于表1中相邻两值之间时,可采用内插法获得。

表1 不同 n 时的 B 、 γ 值

n	B	γ
1.5	0.6382	1.6375
2	0.5886	1.7745
2.5	0.5519	1.8919
3	0.5305	1.9679
3.5	0.5165	2.0206
4	0.5067	2.0596
4.5	0.4973	2.0985
5	0.4903	2.1282
5.5	0.4851	2.1511
6	0.4799	2.1742

利用式(9)即可根据已知的 k 及 n 求解无量纲收缩水深 x_c , 进而完成收缩水深 h_c 的计算。

2.2 简化通式的精度分析

由式(6)可知, 无量纲收缩水深 x_c 与收缩水深 h_c 为线性关系, 因此, 分析式(9)关于 x_c 的替代精度即为式(9)关于 h_c 的求解精度。为此, 在工程实用参数范围内(即 $0.005 \leq x_c \leq 0.5, 1.5 \leq n \leq 6$), 分别取 $n_j (n_j = 1.5 + 0.25(j-1), j = 1, 2, \dots, 19)$ 、 $x_{ci} (x_{ci} = 0.005 + 0.0495(i-1), i = 1, 2, \dots, 11)$, 由式(5)即可求出相对应的 k_{ji} , 再根据 k_{ji} 及 n_j 由式(9)求得 x''_{ci} , 并由式(10)计算拟合相对误差, 进而完成拟合误差包络图的绘制, 见图3。

$$z_i = \frac{x''_{ci} - x_{ci}}{x_{ci}} \times 100\% \quad (10)$$

式中: z_i 为数值拟合计算的相对误差, %。

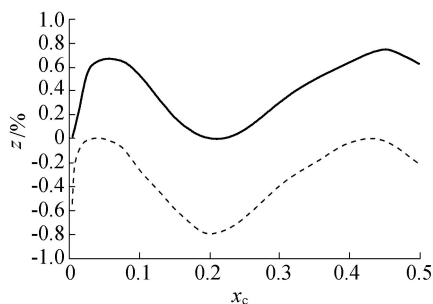


图3 式(9)拟合误差包络曲线

由图3可见, 在工程实用参数范围内, 用式(9)求解任意抛物线形断面渠道收缩水深的最大相对误差不超过 0.755%。由相对误差的分布情况可见, 当 $0.005 \leq x_c \leq 0.1$ 时, 相对误差以正误差为主, 最大误差值为 0.552%; 当 $0.1 < x_c \leq 0.35$ 时, 相对误差以负误差为主, 最大误差值为 -0.721%; 当 $0.35 < x_c \leq 0.5$ 时, 相对误差以正误差为主, 最大误差值为 0.755%。

3 简化公式的应用举例

选取文献[4]中的计算实例: 已知水库溢流坝坝前断面总水头 $E_0 = 10.31$ m, 坝上设计通过流量 $Q = 140$ m³/s, 流速系数 $\varphi = 0.95$, 坝后选用方程为 $y = 0.25x^2$ 的抛物线形断面渠道, 求坝下断面收缩水深 h_c 的值。

根据已知参数由式(4)求得 $k = 0.23972$, 当 $n = 2$ 时, 由表1查得 $B = 0.5886$ 、 $\gamma = 1.7745$, 将 k 、 B 及 γ 代入式(9)可求得 $x_c = 0.1646$, 再由式(6)求得 $h_c = 2.728$ m。而由计算机编程求得收缩水深的精确解为 2.741 m, 相比该精确解, 式(9)计算结果的相对误差仅为 -0.474%, 表明本文提出的简化计算通式(9)具有很高的计算精度。

4 结 语

目前, 求解抛物线形断面渠道收缩水深的简化计算公式因方程指数的不同而不同, 既不通用又不便应用。本文通过对整理后的高次方程的优化拟合, 建立了求解该类断面收缩水深的近似通式, 其特点是用一个通式即可完成工程实用范围内各类抛物线形断面渠道收缩水深的计算, 解决了现有简化公式仅适用于某种特定抛物线指数方程求解的不足。该简化通式仅用一个正切指数函数表示, 形式简单易记, 便于工程技术人员实际应用。公式的计算精度较高, 经比较, 最大相对误差仅为 0.755%, 可较好地满足工程计算精度要求, 可为该类断面渠道正常及共轭水深简化计算通式的建立提供借鉴。

参考文献:

- [1] 魏文礼, 杨国丽. 立方抛物线渠道水力最优断面的计算[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2006(3): 49-51. (WEI Wenli, YANG Guoli. Hydraulic calculation of optimal cross-section of cubic parabola channel[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2006(3): 49-51. (in Chinese))
- [2] 张志昌, 刘亚菲, 刘松舰. 抛物线形渠道水力最优断面的计算[J]. 西安理工大学学报, 2002, 18(3): 235-237. (ZHANG Zhichang, LIU Yafei, LIU Songjian. Parabol-shaped channel hydraulic calculation of optimal cross-section[J]. Xi'an University of Technology, 2002, 18(3): 235-237. (in Chinese))
- [3] 文辉, 李凤玲. 立方抛物线断面渠道收缩水深的直接计算方法[J]. 人民长江, 2009, 40(13): 38. (WEN Hui, LI Fengling. Direct calculation method of contracted depth in semi-cubic parabola-shannel[J]. Yangtze River, 2009, 40(13): 38. (in Chinese))
- [4] 赵延风, 宋松柏, 孟秦倩. 抛物线形断面渠道收缩水深的直接计算方法[J]. 水利水电技术, 2008, 39(3): 36-37. (ZHAO Yanfeng, SONG Songbai, MENG Qinqian. Direct calculation method for water depth in parabolic-shaped channel with contracted section[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2008, 39(3): 36-37. (in Chinese))
- [5] 芦琴, 王正中, 任武刚. 抛物线形渠道收缩水深简捷计算公式[J]. 干旱地区农业研究, 2007, 25(2): 134-136. (LU Qin, WANG Zhengzhong, REN Wugang. Formula for quickly calculating water depth at vena contraction in parabola form channel[J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2007, 25(2): 134-136. (in Chinese))
- [6] 王正中, 王羿, 赵延风, 等. 抛物线形断面河渠收缩水深的直接计算公式[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2011, 44(2): 175-177. (WANG Zhengzhong, WANG Yi, ZHAO

Yanfeng. Formula for direct calculation of contracted depth of parabolic-shaped canal [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2011, 44(2): 175-177. (in Chinese))

[7] 文辉, 李凤玲. 抛物线形断面渠道收缩水深的解析解[J]. 长江科学院院报, 2009, 26(9): 32-33. (WEN Hui, LI Fengling. Analytical solution of water depth in parabolic-shaped channel with contracted section [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2009, 26(9): 32-33. (in Chinese))

[8] 冷畅俭, 王正中. 三次抛物线形渠道断面收缩水深的计算公式[J]. 长江科学院院报, 2011, 28(4): 29-31. (LENG Changjian, WANG Zhengzhong. Formula for calculation contracted water depth of cubic parabola cross section [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, 28(4): 29-31. (in Chinese))

[9] 谢成玉, 滕凯. 三次抛物线形渠道断面收缩水深的简化计算公式[J]. 南水北调与水利科技, 2012, 10(1): 136-138. (XIE Chengyu, TENG Kai. Simplified equation of contracted water depth in a channel having a cubical paraboloid section [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2012, 10(1): 136-138. (in Chinese))

[10] 赵延凤, 王正中, 刘计良. 抛物线类渠道断面收缩水深的计算通式[J]. 水力发电学报, 2013, 32(1): 126-131. (ZHAO Yanfeng, WANG Zhengzhong, LIU Jiliang. Explicit equation for calculation of contracted flow depths in channels of parabolic cross-section [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2013, 32(1): 126-131. (in Chinese))

[11] 刘刚, 滕凯. 梯形断面均匀流水深的近似计算公式[J]. 水利与建筑工程学报, 2012, 10(1): 41-44. (LIU Gang, TENG Kai. Approximate calculation formula uniform flow depth of trapezoidal cross-section [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2012, 10(1): 41-44. (in Chinese))

[12] 谢成玉, 滕凯. 抛物线形断面渠道均匀流水深的近似计算公式[J]. 水电能源科学, 2012, 30(7): 94-95. (XIE Chengyu, TENG Kai. Approximate formula of uniform flow depth for parabolic cross-section channel [J]. Water Resources and Power, 2012, 30(7): 94-95. (in Chinese))

[13] 滕凯. 消力池深的简化计算法[J]. 人民长江, 2012, 43(15): 77-79. (TENG Kai. Simplified calculation method of depth of stilling basin [J]. Yangtze River, 2012, 43(15): 77-79. (in Chinese))

[14] 滕凯, 周辉. 弧底梯形明渠正常水深的简化计算法[J]. 黑龙江八一农垦大学学报, 2012, 24(5): 85-88. (TENG Kai, ZHOU Hui. A method of simplifying calculations for the normal water depth of open trapezoidal channel with arc bottom [J]. Journal of Heilongjiang Bayi Agricultural University, 2012, 24(5): 85-88. (in Chinese))

[15] 滕凯. 标准门洞形过水断面临界水深的简化算法[J]. 华北水利水电学院学报, 2012, 33(5): 1-3. (TENG Kai. Simple computation of critical water depth of standard door-shaped waterway tunnel [J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and hydroelectric Power, 2012, 33(5): 1-3. (in Chinese))

[16] 张志昌. 水力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2011.

[17] 王慧文. 偏最小二乘回归法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

[18] 阎凤文. 测量数据处理方法[M]. 北京: 原子能出版社, 1988.

(收稿日期: 2013-05-03 编辑: 骆超)

(上接第 60 页)

[7] 马丽琼, 刘华, 伍超, 等. 蝴蝶阀阻力系数的数值模拟及分析[J]. 西南民族大学学报: 自然科学版, 2010, 36(5): 827-831. (MA Liqiong, LIU Hua, WU Chao, et al. Numerical simulation and analysis of valve resistance coefficient [J]. Journal of Southwest University for Nationalities: Natural Science, 2010, 36(5): 827-831. (in Chinese))

[8] 杨开林. 控制输水管道瞬态液柱分离的空气阀调压室[J]. 水利学报, 2011, 42(7): 805-811. (YANG Kailin. Air-valve surge tank for controlling liquid column separation in water supply projects [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 42(7): 805-811. (in Chinese))

[9] 杨玉思, 徐艳艳, 姜巨智. 长距离高扬程多起伏输水管道水锤防护的研究[J]. 给水排水, 2009, 35(4): 108-111. (YANG Yusi, XU Yanyan, XIAN Juzhi. Research on water hammer prevention in high-lift, hilly and long distance water transmission pipeline [J]. Water & Wastewater Engineering, 2009, 35(4): 108-111. (in Chinese))

(收稿日期: 2013-05-06 编辑: 骆超)

