

考虑中间主应力的非饱和土边坡安全系数新解

张常光,李艳,朱倩

(长安大学建筑工程学院, 陕西 西安 710061)

摘要:基于非饱和土的平面应变抗剪强度统一解,考虑非饱和特性与中间主应力对土体强度的共同影响,利用瑞典简单条分法推导了非饱和土边坡安全系数的系列化新解,并探讨了中间主应力和基质吸力的影响特性。结果表明:中间主应力和基质吸力对非饱和土边坡安全系数的影响显著,安全系数随中间主应力效应和基质吸力的增加而大幅提高;边坡稳定性分析的强度理论效应明显,应重视强度准则的选取、加强基质吸力的监测和稳定控制。

关键词:非饱和土;边坡;安全系数;中间主应力;基质吸力

中图分类号:TU432 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2014)06-0027-04

New safety factor of slopes in unsaturated soils by considering the intermediate principal stress effect//ZHANG Changguang, LI Yan, ZHU Qian(*School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China*)

Abstract: Based on the unified solution of shear strength for unsaturated soils in the plane strain condition, this study analyzed the influence of both unsaturated characteristics and intermediate principal stress to soil strength. Additionally, we derived a new serialized safety factor of slopes about unsaturated soils based on the Swedish simple slice method. The effects of intermediate principal stress and matric suction were investigated and discussed. The results showed that the influence of intermediate principal stress and matric suction to safety factor of slopes in unsaturated soils is significant, and safety factor increases obviously with increase of the intermediate principal stress effect and matric suction. The results also revealed that the effect of strength theory on slope stability is remarkable. Consequently, attentions should be given to choose a rational failure criterion and strengthen the monitoring and stability control of matric suction. These results obtained in this study could provide theoretical guidance for optimized design and construction for slope support.

Key words: unsaturated soils; slope; safety factor; intermediate principal stress; matric suction

自然界和工程实践的土质边坡大多常年处于非饱和状态^[1-2],这类边坡常因降雨入渗导致土体基质吸力减小、抗剪强度降低而失稳,危及边坡周围的生命、财产和交通安全。边坡土体所处的平面应变状态是不同于轴对称应力状态的一种真三向应力状态,应考虑土体强度参数的合理选取和提高。同时,非饱和土的真三轴试验已表明^[3-6]:中间主应力对非饱和土的强度具有显著影响。然而,现有非饱和土边坡稳定性分析仍是采用基于 Mohr-Coulomb (M-C) 强度准则的 Bishop 有效应力抗剪强度公式^[7-8]、Fredlund 双应力状态变量抗剪强度公式^[1, 9-12]或吸应力抗剪强度公式^[13-14],均没有考虑中间主应力对非饱和土强度的提高作用,所得结果偏于保守。张常光等^[15-16]提出的非饱和土平面应变抗剪强度统一解,能合理考虑中间主应力对非饱和土强度的影

响,已成功应用于非饱和土挡墙土压力和地基承载力分析^[17-19]。因此,本文基于非饱和土的平面应变抗剪强度统一解,同时考虑土体强度的非饱和特性与中间主应力效应,利用瑞典简单条分法建立非饱和土的边坡安全系数新解,并分析中间主应力和基质吸力的影响特性。

1 非饱和土平面应变抗剪强度统一解

取压应力为正,基于统一强度理论的平面应变抗剪强度公式^[20-22]为

$$\tau_f = c_t + \sigma \tan \varphi_t \tag{1}$$

其中

$$\begin{aligned} \sin \varphi_t &= \frac{2(1+b)\sin \varphi}{2+b(1+\sin \varphi)} \\ c_t &= \frac{2(1+b)\cos \varphi}{2+b(1+\sin \varphi)} \frac{1}{\cos \varphi_t} \end{aligned}$$

基金项目:国家自然科学基金(41202191);陕西省自然科学基金基础研究计划(2014JQ7290);长安大学中央高校基本科研业务费专项(2014G1281072)

作者简介:张常光(1982—),男,山东菏泽人,副教授,博士,主要从事非饱和土与地下工程等研究。E-mail: zcg1016@163.com

式中: τ_f 为抗剪强度; c 为黏聚力; φ 为内摩擦角; c_1 为统一黏聚力; φ_1 为统一内摩擦角; σ 为总法向应力; b 为反映中间主剪应力及其面上的正应力对材料屈服或破坏的影响程度系数, 称为统一强度理论参数, $0 \leq b \leq 1$, 也是选取不同强度准则的参数。

式(1)与基于 M-C 强度准则的抗剪强度公式的形式完全一致, 但其通过统一强度理论参数 b 可以合理地考虑中间主应力 σ_2 的影响。根据饱和土的 M-C 强度准则, 拓展得到的 Fredlund 非饱和土双应力状态变量抗剪强度公式^[1]为

$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^*$ (2)
式中: c' 为有效黏聚力; φ' 为有效内摩擦角; u_a 为孔隙气压力; u_w 为孔隙水压力; $u_a - u_w$ 为基质吸力; $\sigma - u_a$ 为净法向应力; φ^* 为与基质吸力 $u_a - u_w$ 有关的吸力角, 用以反映基质吸力对非饱和土抗剪强度的贡献。

张常光等^[15-16]根据式(1)及拓展类比方法, 用 c'_1 、 φ'_1 和 φ_1^* 分别替换式(2)中的 c' 、 φ' 和 φ^* , 建立的非饱和土平面应变抗剪强度统一解为

$$\tau_f = c'_1 + (\sigma - u_a) \tan \varphi'_1 + (u_a - u_w) \tan \varphi_1^* = c_{11} + (\sigma - u_a) \tan \varphi'_1 \quad (3)$$

其中

$$\sin \varphi'_1 = \frac{2(1+b) \sin \varphi'}{2+b(1+\sin \varphi')}$$

$$c'_1 = \frac{2(1+b) c' \cos \varphi'}{2+b(1+\sin \varphi')} \frac{1}{\cos \varphi'_1}$$

$$\sin \varphi_1^* = \frac{2(1+b) \sin \varphi^*}{2+b(1+\sin \varphi^*)}$$

$$c_{11} = c'_1 + (u_a - u_w) \tan \varphi_1^*$$

式中: c'_1 为统一有效黏聚力; φ'_1 为统一有效内摩擦角; φ_1^* 为统一吸力角。

式(3)与非饱和土 Fredlund 双应力状态变量抗剪强度公式的形式相同, 但通过参数 b 可以反映中间主应力效应和强度准则的选取, $b=0$ 时式(3)退化为基于 M-C 强度准则的 Fredlund 双应力状态变量非饱和土抗剪强度公式(2), 未考虑中间主应力的影响, $b=1$ 时为基于双剪应力强度准则的非饱和土抗剪强度新解, $0 < b < 1$ 时为一族有序的非饱和土抗剪强度新解, 故应用式(3)可以探讨处于平面应变状态下的挡墙、地基与边坡等非饱和土结构的强度理论效应。

2 边坡安全系数新解

图 1 为采用瑞典条分法对平面应变状态下单位厚度的非饱和土边坡进行的受力分析(图中 H 和 β 分别为边坡的高度和坡角, 圆弧 AC 为边坡失稳时的滑动面)。将滑动土体 ACB 沿竖向分成等宽度的若干土条, 其中土条 i 的自重为 W_i , 下部稳定土体对

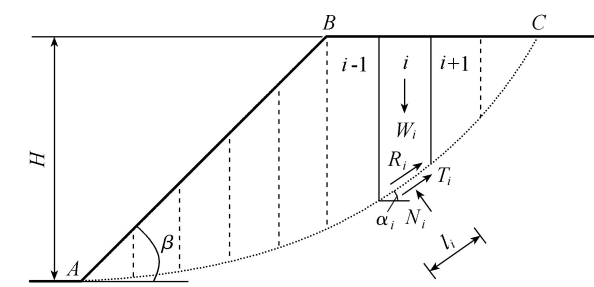


图 1 边坡的瑞典条分法受力分析

土条 i 提供的法向力和切向力分别为 N_i 和 T_i , 土条 i 底面的倾角和切线长分别为 α_i 和 l_i 。

当整个边坡处于滑动面贯通的临界失稳状态时, 滑动面内每个土条也都处于极限平衡状态。不考虑土条两侧条间力的影响, 即符合瑞典简单条分法的假定, 由土条 i 的静力平衡条件得

$$N_i = W_i \cos \alpha_i \quad T_i = W_i \sin \alpha_i \quad (4)$$

土条 i 的抗剪强度 τ_{fi} 符合非饱和土的平面应变抗剪强度统一解即式(3), 则其抗滑力 R_i 为

$$R_i = c_{11} l_i + N_i \tan \varphi'_{1i} = [c'_{1i} + (u_a - u_w) \cdot \tan \varphi_{1i}^*] l_i + (W_i \cos \alpha_i) \tan \varphi'_{1i} \quad (5)$$

式中: c'_{1i} 、 φ'_{1i} 和 φ_{1i}^* 分别为土条 i 的统一有效黏聚力、统一有效内摩擦角和统一吸力角; c_{11} 为土条 i 的统一总黏聚力。

因土条 i 受力平衡, 则其沿滑动面的下滑力与下部稳定土体对其的切向力 T_i 大小相等、方向相反, 故切向力 T_i 即可认为是土条 i 的下滑力, 只是两者的方向不同。边坡安全系数 F_s 为边坡滑动面上的总抗滑力 R 与总下滑力 T 的比值^[1], 即

$$F_s = \frac{R}{T} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\sum_{i=1}^n T_i} \quad (6)$$

式中 n 为滑动面内土体划分的土条总数。

将式(4)和式(5)代入式(6), 得非饱和土边坡的安全系数新解为

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ [c'_{1i} + (u_a - u_w) \tan \varphi_{1i}^*] l_i + (W_i \cos \alpha_i) \tan \varphi'_{1i} \right\}}{\sum_{i=1}^n (W_i \sin \alpha_i)} \quad (7)$$

式(7)即为本文基于平面应变抗剪强度统一解的非饱和土边坡安全系数 F_s 的系列化新解, 考虑了中间主应力和基质吸力的共同影响。当参数 $b=0$ 时, 式(7)退化为基于 M-C 强度准则的 Fredlund 双应力状态变量抗剪强度公式的非饱和土边坡安全系数^[1], $b=1$ 时为基于双剪应力强度准则的抗剪强度公式的非饱和土边坡安全系数, $0 < b < 1$ 时为一系列有序的

非饱和土边坡安全系数新解;基质吸力大于零时对应非饱和土边坡安全系数,基质吸力等于零时对应饱和土边坡安全系数。因此,由式(7)可以研究非饱和土边坡安全系数的中间主应力影响和基质吸力影响,即选取不同强度准则和考虑不同非饱和特性对边坡稳定性的影响。如果边坡滑动面只有部分在地下水位之上,则地下水位以上的滑动面应考虑基质吸力影响按非饱和土对待,地下水位以下的滑动面按完全饱和土处理,只需对式(7)做简单的扩展即可。

3 参数影响特性

下面主要探讨中间主应力和基质吸力对非饱和土边坡安全系数 F_s 的影响特性。某简单均质非饱和土边坡如图 1 所示,其高度 $H=6\text{ m}$,坡角 $\beta=55^\circ$;均质非饱和土的密度 $\rho=1.8\text{ t/m}^3$,有效黏聚力 $c'=5\text{ kPa}$,有效内摩擦角 $\varphi'=22^\circ$;基质吸力 u_a-u_w 在整个边坡内均匀分布,且吸力角 $\varphi^*=14^\circ$ 。给定不同的强度参数,按圆弧滑动面搜索并计算安全系数,找出最小安全系数即为边坡对应的安全系数 F_s 。将滑动土体从坡脚到坡顶共分为 9 条,每个土条的宽度相等,由 Matlab 软件编程实现搜索与计算。

当基质吸力 $u_a-u_w=10\text{ kPa}$ 时,非饱和土边坡安全系数 F_s 随统一强度理论参数 b 的变化如表 1 所示。

表 1 中间主应力对边坡安全系数的影响	
b	F_s
0	1.25
0.25	1.36
0.5	1.43
0.75	1.49
1	1.54

由表 1 可以看出,参数 b 越大,则边坡的安全系数 F_s 就越大, $b=1$ 时的 F_s 比 $b=0$ 时的 F_s 增大了 23.2%。参数 b 越大代表非饱和土强度的中间主应力效应越强, $b=0$ 代表中间主应力对非饱和土的强度无影响,同时不同的参数 b 也代表选取不同的强度准则。因此,非饱和土边坡稳定性分析的强度理论效应明显,基于 M-C 强度准则(即 $b=0$ 时)的边坡稳定性分析结果偏保守,考虑中间主应力效应更能发挥非饱和土的强度潜能和边坡自稳能力,保证边坡设计具有良好的经济性。

基质吸力是非饱和土的基本属性^[1],如果基质吸力为零则为饱和土。图 2 给出了 $b=0,0.5$ 和 1 时,边坡安全系数 F_s 随基质吸力 u_a-u_w 的变化关系。

由图 2 可以看出,随着基质吸力的增加,边坡的

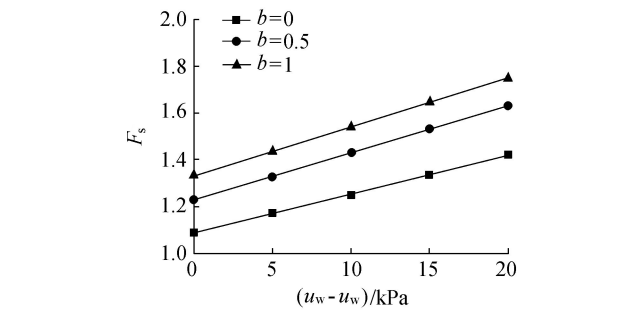


图 2 基质吸力对边坡安全系数的影响

安全系数 F_s 线性增加,且不同参数 b 所对应的边坡安全系数 F_s 之间相互平行,参数 b 大的 F_s 在参数 b 小的 F_s 上面。当 $b=0,0.5$ 和 1, $u_a-u_w=20\text{ kPa}$ 时边坡安全系数 F_s 分别为 1.42、1.63 和 1.75,而对应 $u_a-u_w=0\text{ kPa}$ 时饱和土的边坡安全系数 F_s 分别为 1.09(接近失稳临界,边坡需采取加固措施)、1.23 和 1.33,进而相应的非饱和土边坡安全系数 F_s 平均增大了 31.5%。因此,忽略基质吸力按饱和土强度进行的边坡稳定性分析和支护设计将造成很大的浪费,考虑土体强度的非饱和特性能节省大量的边坡支护费用,应加强边坡基质吸力的现场监测,采取坡面覆盖、导流或植被等措施来确保基质吸力的稳定存在。

4 结 语

本文基于非饱和土平面应变抗剪强度统一解,利用瑞典简单条分法建立的非饱和土边坡安全系数新解为系列化的解答集合,可以探讨边坡稳定性分析的强度理论效应与非饱和特性影响。中间主应力和基质吸力对非饱和土边坡安全系数的影响显著,考虑中间主应力和基质吸力对非饱和土强度的提高,可以获得更高的边坡安全系数,进而可以降低支护费用,更加经济地进行边坡支护设计与施工,因此应重视强度准则的选取,加强基质吸力的现场监测和稳定控制。

参考文献:

[1] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc. ,1993.

[2] 林鸿州,于玉贞,李广信,等. 土水特征曲线在滑坡预测中的应用性探讨[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(12): 2569-2576. (LIN Hongzhou, YU Yuzhen, LI Guangxin, et al. On application of soil-water characteristic curves to landslide forecast[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(12): 2569-2576. (in Chinese))

- [3] MATSUOKA H, SUN D A, KOGANE A, et al. Stress-strain behaviour of unsaturated soil in true triaxial tests [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39 (3) : 608-619.
- [4] MACARI E J, HOYOS L R. Mechanical behavior of an unsaturated soil under multi-axial stress states [J]. Geotechnical Testing Journal, 2001, 24 (1) : 14-22.
- [5] 邢义川, 谢定义, 汪小刚, 等. 非饱和黄土的三维有效应力 [J]. 岩土工程学报, 2003, 25 (3) : 288-293. (XING Yichuan, XIE Dingyi, WANG Xiaogang, et al. 3D effective stress of unsaturated loess [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25 (3) : 288-293. (in Chinese))
- [6] 于清高, 邵生俊, 余芳涛, 等. 真三轴条件下 Q_2 黄土的破坏模式与强度特性研究 [J]. 岩土力学, 2010, 31 (1) : 66-70. (YU Qinggao, SHAO Shengjun, SHE Fangtao, et al. Research on failure modes and strength characteristics of Q_2 loess under true triaxial condition [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31 (1) : 66-70. (in Chinese))
- [7] 王宇, 李晓, 张博, 等. 降雨作用下滑坡渐进破坏动态演化研究 [J]. 水利学报, 2013, 44 (4) : 416-425. (WANG Yu, LI Xiao, ZHANG Bo, et al. Dynamic progressive failure evolution research on landslide under precipitation [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44 (4) : 416-425. (in Chinese))
- [8] PIETRUSZCZAK S, HAGHIGHAT H. Assessment of slope stability in cohesive soils due to a rainfall [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, 37 (18) : 3278-3292.
- [9] LEE L M, GOFAR N, RAHARDJO H. A simple model for preliminary evaluation of rainfall-induced slope instability [J]. Engineering Geology, 2009, 108 (3/4) : 272-285.
- [10] 李宁, 许建聪, 钦亚洲. 降雨诱发浅层滑坡稳定性的计算模型研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33 (5) : 1485-1490. (LI Ning, XU Jiancong, QIN Yazhou. Research on calculation model for stability evaluation of rainfall-induced shallow landslides [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 33 (5) : 1485-1490. (in Chinese))
- [11] 徐海涛, 梁超. 降雨条件下顺层边坡稳定性分析 [J]. 水利水电科技进展, 2013, 33 (5) : 73-76. (XU Haitao, LIANG Chao. Stability analysis of bedded slopes under rainfall conditions [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013, 33 (5) : 73-76. (in Chinese))
- [12] ZHANG J, HUANG H W, ZHANG L M, et al. Probabilistic prediction of rainfall-induced slope failure using a mechanics-based model [J]. Engineering Geology, 2014, 168 : 129-140.
- [13] LU N, GODT J. Infinite slope stability under steady unsaturated seepage conditions [J]. Water Resources Research, 2008, 44 (11) : 1-13.
- [14] LI W C, LEE L M, CAI H, et al. Combined roles of saturated permeability and rainfall characteristics on surficial failure of homogeneous soil slope [J]. Engineering Geology, 2013, 153 : 105-113.
- [15] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 非饱和土抗剪强度及土压力统一解 [J]. 岩土力学, 2010, 31 (6) : 1871-1876. (ZHANG Changguang, ZHANG Qinghe, ZHAO Junhai. Unified solutions of shear strength and earth pressure for unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31 (6) : 1871-1876. (in Chinese))
- [16] 张常光, 胡云世, 赵均海. 平面应变条件下非饱和土抗剪强度统一解及其应用 [J]. 岩土工程学报, 2011, 33 (1) : 32-37. (ZHANG Changguang, HU Yunshi, ZHAO Junhai. Unified solution of shear strength for unsaturated soil under plane strain condition and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33 (1) : 32-37. (in Chinese))
- [17] 张常光, 赵均海, 张冬芳. 非饱和土强度非线性及对被动土压力的影响 [J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2012, 37 (4) : 797-802. (ZHANG Changguang, ZHAO Junhai, ZHANG Dongfang. Nonlinear strength of unsaturated soils and its influence on passive earth pressure [J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2012, 37 (4) : 797-802. (in Chinese))
- [18] 赵均海, 梁文彪, 张常光, 等. 非饱和土库仑主动土压力统一解 [J]. 岩土力学, 2013, 34 (3) : 609-614. (ZHAO Junhai, LIANG Wenbiao, ZHANG Changguang, et al. Unified solution of Coulomb's active earth pressure for unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34 (3) : 609-614. (in Chinese))
- [19] 张常光, 曾开华, 赵均海. 非饱和土临界荷载和太沙基极限承载力解析解 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38 (12) : 1736-1740. (ZHANG Changguang, ZENG Kaihua, ZHAO Junhai. Analytical solutions of critical load and Terzaghi's ultimate bearing capacity for unsaturated soil [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38 (12) : 1736-1740. (in Chinese))
- [20] 俞茂宏. 双剪理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [21] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用 [J]. 岩土工程学报, 1994, 16 (2) : 1-10. (YU Maohong. Unified strength theory for geomaterials and its applications [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16 (2) : 1-10. (in Chinese))
- [22] 黄亚娟, 赵均海, 田文秀. 基于双剪统一强度理论的刚性结构物竖直土压力计算 [J]. 建筑科学与工程学报, 2008, 25 (1) : 107-110. (HUANG Yajuan, ZHAO Junhai, TIAN Wenxiu. Calculation of vertical earth pressure of rigidity structures based on two shear unified strength theory [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2008, 25 (1) : 107-110. (in Chinese))

(收稿日期: 2014-01-10 编辑: 熊水斌)