

标准马蹄形断面正常水深的直接近似计算公式

李风玲, 文 辉

(惠州学院建筑与土木工程系, 广东 惠州 516007)

摘要:针对目前标准马蹄形断面正常水深计算过程烦琐、公式复杂的缺陷,对标准马蹄形断面均匀流基本方程进行数学变换,根据水工隧洞设计规范的要求和工程实际应用情况确定公式的适用范围,应用拟合优化原理得到标准马蹄形断面正常水深的简捷、实用的计算公式。计算结果表明:在工程常用范围内计算的正常水深最大相对误差为 0.585%,整个区间内 95% 以上的计算点相对误差小于 0.20%,精度较高,能够满足工程实践的需要。

关键词:标准马蹄形断面;正常水深;直接计算公式;无量纲水深;水力计算

中图分类号 TV131.4

文献标志码: A

文章编号: 1006-7647(2015)02-0043-04

The explicit formula for normal water depth in the standard horseshoe cross-section//LI Fengling, WEN Hui
(Department of Architecture and Civil Engineering, Huizhou University, Huizhou 516007, China)

Abstract: The calculation formula of normal water depth in the standard type horseshoe cross-section presents shortcomings such as complicated formula and cumbersome process. To overcome this, here we mathematically transform the fundamental equations of uniform flow in the standard type horseshoe cross-section tunnels. By determining the range of the formula according to the hydraulic tunnel design specification and engineering application, we obtained a simple and feasible calculation formula for normal water depth in the standard type horseshoe cross-section tunnels based on the principle of optimization. Results showed that the maximum relative error of normal water depth was 0.585% in the utility range, and the relative error over 95% of the whole range was less than 0.20%. The proposed formula satisfies the needs of engineering practice due to its high accuracy and simple form.

Key words: standard horseshoe cross-section, normal water depth, direct calculation formula, dimensionless depth; hydraulic calculation

目前国内外学者对输水隧洞工程的圆形、蛋形、城门洞形等断面形式的水力计算问题进行了较为深入的研究,也得到了许多简捷计算公式,解决了不少常规算法存在的工程实际问题^[1-11]。马蹄形断面隧洞力学条件好、水力学条件优越,特别适合于围岩压力大的地质情况,是水利水电工程最常用的断面形式之一。为了满足工程建设的需要,自 20 世纪 80 年代就开始了标准马蹄形断面的水力计算研究,较好地解决了相关工程问题^[12-18],但也存在着以下缺陷:①公式应用范围被无限地扩大,最大无量纲水深竟达 1.85,远超出规范的上限要求,无法满足无压明流的条件;最小无量纲水深太小,也严重脱离工程实际需要。②公式大多为对应 3 种水深工况下的分段函数,使用时首先需要进行判别,然后选择对应的公式,最后才能得到结果,计算过程烦琐。③过分追求计算精度也导致公式形式较复杂。郑博

等^[19]较好地解决了标准马蹄形断面的临界水深计算,但关于正常水深的直接计算未见报道。本文从马蹄形断面均匀流基本方程出发,依据给水排水工程规范及水利工程规范等要求,考虑工程实际情况,合理地确定公式的应用范围,对无量纲水深和无量纲参数之间的关系进行研究分析,应用优化拟合方法,得到马蹄形断面正常水深的直接近似计算公式,为标准马蹄形断面的工程设计和运用提供参考。

1 标准马蹄形断面的构成及其水力要素

1.1 断面构成

马蹄形断面是由 1 个底弧、2 个圆弧侧拱和 1 个圆弧顶拱构成,如图 1 所示。图 1 中 h 为过水断面对应的水深, m ; r 为顶拱半径, m ; R 为两侧拱半径和底拱半径(标准 I 型马蹄形断面 $R=3r$ 、标准 II 型马蹄形断面 $R=2r$), m ; θ 为底拱的弦对应的圆心半

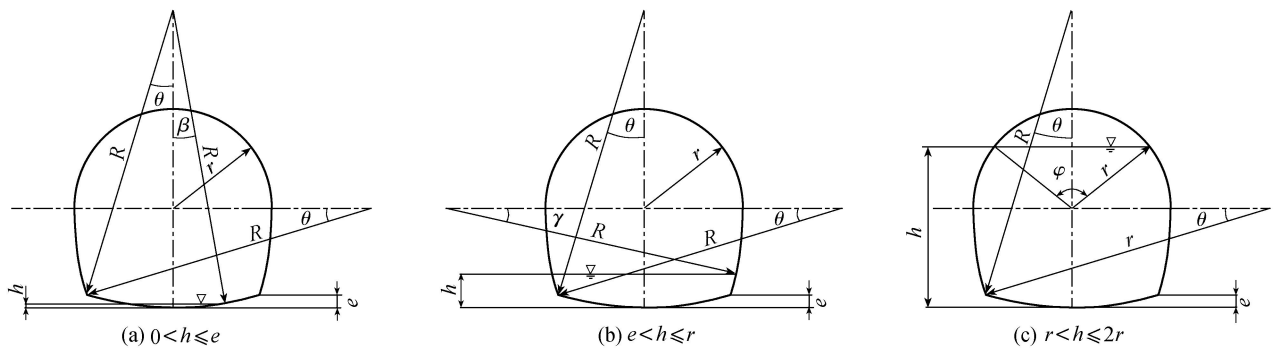


图1 标准马蹄形过水断面

角或两侧拱对应的圆心角, rad; β 为过水断面底拱对应的圆心半角, rad; γ 为过水断面侧拱对应的圆心角, rad; φ 为过水断面顶拱对应的圆心角, rad; e 为标准马蹄形断面的底拱高度, m。

1.2 水力要素

标准马蹄形断面的类型参数 $t=3$ (I型马蹄形断面) 或 $t=2$ (II型马蹄形断面); 底拱圆心半角与

两侧拱圆心角 $\theta = \frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}t-1}{2t}\right)$; 底拱高度 $e = r(1-t\sin\theta)$; 特征参数 $C=2\theta+1-\sin 2\theta-\cos 2\theta$ 。为了统一各种马蹄形断面的水力要素, 刘计良等^[14]最早做了有益尝试, 本文在其基础上进一步完善, 得到了水深对应3种不同范围时的水力要素。

过水断面面积 A 、湿周 χ 及水深 h 分别为

$$A = \begin{cases} t^2 r^2 \left(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) & 0 < \beta \leq \theta \text{ 或 } 0 < h \leq e \\ t^2 r^2 \left(C - \gamma - \frac{1}{2} \sin 2\gamma + 2 \frac{t-1}{t} \sin \gamma \right) & 0 \leq \gamma < \theta \text{ 或 } e < h \leq r \\ t^2 r^2 \left(C + \frac{1}{2t^2} (\pi - \varphi + \sin \varphi) \right) & 0 \leq \varphi < \pi \text{ 或 } r < h \leq 2r \end{cases} \quad (1)$$

$$\chi = \begin{cases} 2tr\beta & 0 < \beta \leq \theta \text{ 或 } 0 < h \leq e \\ 2tr(2\theta - \gamma) & 0 \leq \gamma < \theta \text{ 或 } e < h \leq r \\ 4tr\theta + r(\pi - \varphi) & 0 \leq \varphi < \pi \text{ 或 } r < h \leq 2r \end{cases} \quad (2)$$

$$h = \begin{cases} tr(1 - \cos\beta) & 0 < \beta \leq \theta \text{ 或 } 0 < h \leq e \\ r(1 - t\sin\gamma) & 0 \leq \gamma < \theta \text{ 或 } e < h \leq r \\ r\left(1 + \cos\frac{\varphi}{2}\right) & 0 \leq \varphi < \pi \text{ 或 } r < h \leq 2r \end{cases} \quad (3)$$

1.3 无量纲水深表达式

设无量纲水深 X 为水深与断面顶拱半径之比:

$$X = \frac{h}{r} \quad (4)$$

3种不同水深条件下的未知圆心角就可用无量纲水深来表示:

$$\begin{cases} \beta = \arccos\left(1 - \frac{X}{t}\right) & 0 < X \leq X_e \\ \gamma = \arcsin\left(\frac{1-X}{t}\right) & X_e < X \leq 1 \\ \varphi = 2\arccos(X-1) & 1 < X \leq 2 \end{cases} \quad (5)$$

其中 $X_e = \frac{e}{r} = t(1 - \cos\theta)$

式中 X_e 为标准马蹄形断面的无量纲底拱高度。

1.4 计算公式适用范围

从理论上讲, 无量纲正常水深的取值范围应是 $[0, 2]$ 。根据 DL/T 5195—2004《水工隧洞设计规

范》^[20], 为了保证无压隧洞能在水位变化或波浪起伏的情况下仍能保持无压流状态, 要求通过最大流量时洞内水面以上的空间面积不小于隧洞横断面面积的15%, 净空高度大于0.40 m, 即

$$\frac{A^*}{A_0} \leq 0.85 \quad (6)$$

将 $\varphi=0$ 代入式(1), 得马蹄形全断面面积 A_0 :

$$A_0 = t^2 r^2 \left(C + \frac{\pi}{2t^2} \right) \quad (7)$$

计算通过最大流量时洞内过水断面面积 A^* , 有

$$A^* = t^2 r^2 \left[C + \frac{1}{2t^2} (\pi - \varphi^* + \sin \varphi^*) \right] \quad (8)$$

式中 φ^* 为通过最大流量时洞内过水断面顶拱对应的圆心角, rad。

将式(7)和式(8)代入式(6), 可得三角超越方程:

$$\frac{t^2 r^2 \left[C + \frac{1}{2t^2} (\pi - \varphi^* + \sin \varphi^*) \right]}{t^2 r^2 \left(C + \frac{\pi}{2t^2} \right)} = 0.85 \quad (9)$$

方程(9)无法直接求解,经过试算:当标准 I 型马蹄形断面 $t=3$ 时, $\varphi^* = 1.9468$,代入式(2)得无量纲水深的上限值 $X^* = 1.563$;当标准 II 型马蹄形断面 $t=2$ 时, $\varphi^* = 1.9310$,代入式(2)得无量纲水深的上限值 $X^* = 1.569$ 。

考虑到适当外延,马蹄形断面无量纲水深的上限值统一取 1.60;根据绝大多数工程实际应用情况,过小水深是没有工程实际意义的,无量纲水深的下限值统一取 0.20,故确定的无量纲水深计算公式的工程适用范围为 $[0.20, 1.60]$ 。

$$\frac{nQ}{r^{8/3}\sqrt{i}} = \begin{cases} \frac{\left\{ t^2 \left[\arccos\left(1 - \frac{X}{t}\right) - \frac{1}{2} \sin 2\left(\arccos\left(1 - \frac{X}{t}\right)\right) \right] \right\}^{5/3}}{2t \left[\arccos\left(1 - \frac{X}{t}\right) \right]^{2/3}} & 0 < X \leq X_e \\ \frac{\left\{ t^2 \left[C - \arcsin\left(\frac{1-X}{t}\right) - \frac{1}{2} \sin 2\left(\arcsin\left(\frac{1-X}{t}\right)\right) \right] + 2 \frac{t-1}{t} \sin\left(\arcsin\left(\frac{1-X}{t}\right)\right) \right\}^{5/3}}{\left\{ 2t \left[2\theta - \arcsin\left(\frac{1-X}{t}\right) \right] \right\}^{2/3}} & X_e < X \leq 1 \\ \frac{\left\{ t^2 \left[C + \frac{1}{2t^2} (\pi - 2\arccos(X-1) + \sin(2\arccos(X-1))) \right] \right\}^{5/3}}{[4t\theta + \pi - 2\arccos(X-1)]^{2/3}} & 1 < X \leq 2 \end{cases} \quad (11)$$

2.3 正常水深的简化计算公式

为了方便研究,将式(11)左侧的已知量设为无量纲参数,即

$$M = \frac{nQ}{r^{8/3}\sqrt{i}} \quad (12)$$

本文以幂函数构造计算公式形式,通过进行大量试算,并采用编程逐步优化拟合的方法,得出标准无量纲正常水深的近似计算公式,定义 I 型、II 型马蹄形断面无量纲正常水深分别为 X_{nI} 、 X_{nII} 。

标准 I 型马蹄形断面无量纲正常水深的简化计算公式为

$$X_{nI} = 0.833M^{0.694} + 0.005M^{4.319} + 0.062 \quad (0.075641 \leq M \leq 2.51194) \quad (13)$$

标准 II 型马蹄形断面无量纲正常水深的简化计算公式为

$$X_{nII} = 0.852M^{0.668} + 0.006M^{4.294} + 0.069 \quad (0.06128 \leq M \leq 2.071819) \quad (14)$$

3 公式评价

给出范围为 $[0.20, 1.60]$ 的无量纲正常水深 X ,由式(11)和式(12)求得无量纲参数 M ,由式(13)或

2 标准马蹄形断面的简化计算公式

2.1 正常水深的基本方程

根据 DL/T 5195—2004《水工隧洞设计规范》和工程实际要求,马蹄形过水断面隧洞必须是无压流动,应按恒定均匀流计算,采用以曼宁公式表示的明渠均匀流方程计算其正常水深。

$$Q = \sqrt{i} A^{5/3} n^{-1} \chi^{2/3} \quad (10)$$

式中: Q 为流量, m^3/s ; i 为隧洞底坡比降; n 为糙率系数。

2.2 正常水深的隐函数表达式

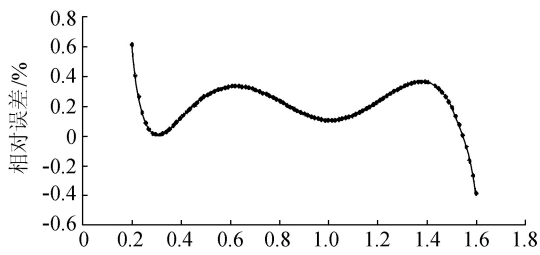
将式(5)代入式(1)~(3),再代入式(10)并整理,可得标准马蹄形断面无量纲正常水深的隐函数表达式:

式(14)求得无量纲正常水深 X_{nI} 、 X_{nII} ,标准马蹄形断面无量纲正常水深计算公式的相对误差 $\Delta_n = \frac{X_n - X}{X} \times 100\%$,以无量纲正常水深 X 为横坐标,以计算相对误差 Δ_n 为纵坐标,得到公式(13)和公式(14)的误差分布如图 2 所示。

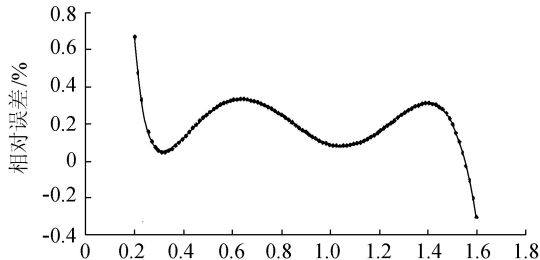
公式(13)和式(14)均为简单的幂函数形式,不是分段函数表示,不需通过判别适用范围来选择公式,因此简捷实用。通过对工程常用范围 $(0.2 \leq h/r \leq 1.6)$ 的 10000 个计算点进行观察得出:求解正常水深的最大相对误差为 0.585%,其中 95% 以上的计算点相对误差小于 0.20%,精度较高,完全满足工程实践的需要。

4 实例应用

某输水隧洞拟采用标准 I 型马蹄形断面, $Q = 32 m^3/s$, $r = 1.5 m$, $i = 0.006$, $n = 0.014$ 。由式(12)求得参数 $M = 1.961669$;由式(13)求得无量纲正常水深 $X_{nI} = 1.513644$;由式(4)求得正常水深 $h_{nI} = 2.270 m$ (试算的精确值为 2.271 m),相对误差为 -0.04% 。



(a) 公式(13)



(b) 公式(14)

图2 计算误差分布

5 结语

目前对于标准马蹄形断面的正常水深计算仍是十分复杂而烦琐的问题。本文对正常水深均匀流基本方程进行变换,用幂函数构造直接计算公式形式,运用拟合原理,提出了标准马蹄形断面正常水深的直接计算公式,所得公式不是分段函数,不需通过条件判别来选取计算公式,直接计算即可得到结果,简捷、方便、实用。在工程适用范围($0.20 \leq X \leq 1.60$)内,求解正常水深的最大相对误差为 0.585%,其中超过 95% 的计算点其相对误差绝对值小于 0.20%,精度较高,完全满足工程实际需要。

参考文献:

[1] 李风玲,文辉,彭波. 圆形过水断面临界流的近似水力计算[J]. 人民长江,2008,39(11):77-78. (LI Fengling, WEN Hui, PENG Bo, et al. Approximate hydraulic calculation for critical flow in circular cross-section[J]. Yangtze River,2008,39(11):77-78. (in Chinese))

[2] 张宽地,吕宏兴,赵延风. 明流条件下圆形隧洞正常水深与临界水深的直接计算[J]. 农业工程学报,2009,25(3):1-5. (ZHANG Kuandi, LÜ Hongxing, ZHAO Yanfeng. Direct calculation for normal depth and critical depth of circular section tunnel under free flow [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering:Transactions of the CSAE,2009,25(3):1-5. (in Chinese))

[3] 文辉,李风玲. 再论圆管明渠均匀流正常水深的直接计算公式[J]. 水利水电科技进展,2012,32(6):15-17. (WEN Hui,LI Fengling. Further study on explicit formula

for normal water depth of uniform flows in circular pipes [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources,2012,32(6):15-17. (in Chinese)).

[4] 李风玲,文辉,涂宁宇. 蛋形断面管道正常水深近似算法[J]. 人民长江,2008,39(18):77-78. (LI fengling, WEN Hui, TU Ningyu. Approximate calculation approach of normal water depth in an egg-shape pipe[J]. Yangtze River,2008,39(18):77-78. (in Chinese))

[5] 文辉,李风玲,李霞,等. 蛋形断面管道临界水深的近似算法[J]. 人民黄河,2008,30(12):111-112. (WEN Hui,LI fengling,LI Xia, et al. Approximate calculation of critical depth of oval section pipe [J]. Yellow River, 2008,30(12):111-112. (in Chinese))

[6] 马吉明,谢省宗,梁元博. 城门洞形及马蹄形输入隧洞内的水跃[J]. 水利学报,2000,31(7):20-24. (MA Jiming, XIE Shengzong, LIANG Yuanbo. Hydraulic jumps in rectangular conduit with circular upper wall and horseshoe tunnel [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000,31(7):20-24. (in Chinese))

[7] 王正中,陈涛,张新民,等. 城门洞形断面隧洞临界水深度的近似算法[J]. 清华大学学报:自然科学版,2004,44(6):812-814. (WANG Zhengzhong, CHEN Tao, ZHANG Xinming, et al. Approximate solution for the critical depth of a arched tunnel[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2004,44(6):812-814. (in Chinese))

[8] 文辉,李风玲,欧军利,等. 城门洞形断面隧洞正常水深的近似算法[J]. 给水排水,2007,33(7):18-21. (WEN Hui,LI Fengling,OU Junli, et al. Approximate solution of the normal depth inside tunnel with arch cross-section [J]. Water and Wastewater Engineering, 2007,33(7):18-21. (in Chinese))

[9] 文辉,李风玲. 再论城门洞形断面隧洞正常水深的近似计算[J]. 给水排水,2008,34(11):42-43. (WEN Hui, LI Fengling. Discussion again of the approximate calculation for the normal water depth of the city-opening Section Tunnel [J]. Water and Wastewater Engineering, 2008,34(11):42-43. (in Chinese))

[10] 文辉,李风玲. 再论城门洞形断面隧洞临界水深的近似计算[J]. 人民长江,2009,40(11):78-79. (WEN Hui, LI Fengling. Discussion on approximate calculation of critical water depth in U-shape cross-section tunnel [J]. Yangtze River,2009,40(11):78-79. (in Chinese))

[11] 赵延风,刘军,梅淑霞,等. 普通城门洞形断面正常水深的近似计算方法[J]. 武汉大学学报:工学版,2009,42(6):773-775. (ZHAO Yanfeng, LIU Jun, MEI Shuxia, et al. Approximate method for calculating normal water depth in common city-opening shaped cross-section [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2009,42(6):773-775. (in Chinese))

(下转第72页)

该工程桩基结构安全可靠,完全满足设计要求,应用情况良好。

参考文献:

- [1] 龚维明,戴国亮,宋晖.大直径深长嵌岩桩承载机理研究与应用[M].北京:人民交通出版社,2010.
- [2] 杨嘉璞.嵌岩灌注桩的轴向承载力[J].岩土工程学报,1984,6(2):13-22.(YANG Jiapu. Axial bearing capacity of socketed piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1984,6(2):13-22.(in Chinese))
- [3] 史佩栋,梁晋渝.嵌岩桩竖向承载力的研究[J].岩土工程学报,1994,16(4):32-39.(SHI Peidong, LIANG Jinyu. Vertical bearing capacity of rock-socketed piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1994,16(4):32-39.(in Chinese))
- [4] 赵明华,蒋冲,曹文贵.岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的研究[J].岩土工程学报,2007,29(11):1618-1622.(ZHAO Minghua,JIANG Chong,CAO Wengui. Study on bearing capacity of rock-socketed piles and safe thickness of cave roofs in karst region[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2007,29

(11):1618-1622.(in Chinese))

- [5] 黄亚琴.人工挖孔嵌岩桩承载特性研究[D].南京:东南大学,2006.
- [6] 王建华,陈锦剑,柯学.水平荷载下大直径嵌岩桩的承载力特性研究[J].岩土工程学报,2007,29(8):1194-1198.(WANG Jianhua, CHEN Jinjian, KE Xue. Characteristics of large diameter rock-socketed piles under lateral loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2007,29(8):1194-1198.(in Chinese))
- [7] JTG D60—2004 公路桥涵设计通用规范[S].
- [8] JTG D62—2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
- [9] JTG D63—2007 公路桥涵地基与基础设计规范[S].
- [10] SL191—2008 水工混凝土结构设计规范[S].
- [11] JTG/T F50—2011 公路桥涵施工技术规范[S].
- [12] JTG/T F81-01—2004 公路工程基桩动测技术规程[S].
- [13] JGJ 106—2003 建筑基桩检测技术规范[S].
- [14] GB 50007—2011 建筑地基基础设计规范[S].

(收稿日期:2013-12-11 编辑:骆超)

(上接第46页)

- [12] 王正中,陈涛,芦琴,等.马蹄形过水断面临界水深的直接计算[J].水力发电学报,2005,24(5):95-98.(WANG Zhengzhong, CHEN Tao, LU Qin, et al. The direct solution on critical depth of horseshoe section tunnel[J]. Journal of Hydroelectric Engineering,2005,24(5):95-98.(in Chinese))
- [13] 张宽地,吕宏兴,陈俊英.马蹄形过水断面临界水深的直接算法[J].农业工程学报,2009,25(4):15-18.(ZHANG Kuandi, LÜ Hongxing, CHEN Junying. Direct calculation of critical depth of horseshoe section tunnel[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering,2009,25(4):15-18.(in Chinese))
- [14] 刘计良,王正中,赵延风.马蹄形隧洞断面收缩水深的迭代法计算[J].农业工程学报,2010,26(增刊2):167-171.(LIU Jiliang, WANG Zhengzhong, ZHAO Yanfeng. Iterative calculation for contracted depth of horseshoe tunnel cross-section[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering,2010,26(Sup2):167-171.(in Chinese))
- [15] 文辉,李风玲,李霞.标准I型马蹄形断面正常水深的近似算法[J].人民黄河,2008,30(7):89-90.(WEN Hui, LI Fengling, LI Xia. Approximate solution on normal depth of standard I type horseshoe section tunnel[J]. Yellow River,2008,30(7):89-90.(in Chinese))
- [16] 赵延风,王正中,芦琴.马蹄形断面正常水深的直接计

算公式[J].水力发电学报,2012,31(1):173-178.(ZHAO Yanfeng, WANG Zhengzhong, LU Qin. Direct calculation formulae for normal depth of horseshoe section[J]. Journal of Hydroelectric Engineering,2012,31(1):173-178.(in Chinese))

- [17] 文辉,李风玲.平底马蹄形断面的水力计算[J].农业工程学报,2013,29(10):130-135.(WEN Hui, LI Fengling. Hydraulic calculation of horseshoe cross-section with flat-bottom[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering,2013,29(10):130-135.(in Chinese))
- [18] 文辉,李风玲.平底I型马蹄形断面临界水深的直接求解[J].长江科学院院报,2013,30(4):40-43.(WEN Hui, LI Fengling. Direct solution to the critical depth of I-type horseshoe cross-section with flat bottom[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,2013,30(4):40-43.(in Chinese))
- [19] 郑博,滕凯.马蹄形隧洞过水断面临界水深的简化计算方法[J].中国水能及电气化,2012,90(8):7-11.(ZHENG Bo, TENG Kai. Simplified calculation method of critical water depth on the U-shaped tunnel water passing cross-section[J]. China Water Power & Electrification,2012,90(8):7-11.(in Chinese))
- [20] DL/T 5195—2004 水工隧洞设计规范[S].

(收稿日期:2013-12-02 编辑:周红梅)