

泥沙运动力学研究进展和前沿

钟德钰^{1,2}, 张磊³, 王光谦⁴

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084; 2. 清华大学水利水电工程系, 北京 100084; 3. 中国水利水电科学研究院, 北京 100038; 4. 青海大学, 西宁 810016)

摘要:介绍了泥沙运动力学的起源和发展历程,对泥沙运动力学中的不同理论方法进行归纳与评述。在此基础上,着重阐述了泥沙运动的动理学理论体系,包括基本理论方程以及其在颗粒与床面间的相互作用、床面泥沙的冲刷率、推移质输沙率以及悬移质输沙的运动特性等方面的应用。研究结果表明动理学理论能够准确描述泥沙颗粒的基本动力学特性。运用文献计量法了解泥沙研究的未来发展趋势,近年来以“bedload or suspended load”为关键词的文章数量持续增长,说明目前泥沙研究仍然保持着强劲的生命力;通过对期刊和学科分类的统计分析发现,泥沙运动与地貌等交叉学科的研究呈现出蓬勃发展的趋势。

关键词:泥沙运动;动理学理论;动力学特性;二相流;研究进展

中图分类号:TV142 文献标志码:A 文章编号:1006-7647(2015)05-0052-07

Research progress and frontiers of mechanics of sediment transport//ZHONG Deyu^{1,2}, ZHANG Lei³, WANG Guangqian⁴(1 *State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*; 2. *Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*; 3. *China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China*; 4. *Qinghai University, Xining 810016, China*)

Abstract: In this paper, the origin and development of mechanics of sediment transport are introduced, and different theories and methods with regard to the mechanics of sediment transport are reviewed. The kinetic theory of sediment transport, including the basic equations and their applications in the interaction between the sediment particles and bed surface, erosion rate of bed sediment, transport rate of bed load, and kinetic characteristics of suspended sediment transport, is examined. The results show that the kinetic theory can precisely describe the dynamic characteristics of sediment particles. In addition, the future development trend of sediment research is predicted with the bibliometrical method. The number of papers in which the key word is “bedload or suspended load” continues to increase, implying that sediment research still maintains strong vitality. Furthermore, through analysis of changes in the number of papers in different journals and on different subjects, it is found that study of the combined subject of sediment movement and geomorphology has displayed a trend of rapid development.

Key words: sediment transport; kinetic theory; dynamic characteristics; two-phase flow; research progress

1 泥沙运动力学的发展历程

河流地貌的多样性决定了水沙运动的多样性。不同的地貌条件形成了不同的河流形态,例如游荡河流、分叉河流、顺直河流等。水沙的输移特性对河流地貌的演化特征也有着直接的影响。因此可以说,泥沙的输移与河流地貌的变化是密不可分的。事实上,泥沙运动的研究正起源于地貌学,泥沙运动力学是从地貌学特别是河流地貌学中分离出来的一个专门学科,其发展大致经历了地貌学中的沉积学、

河流地貌学中的沉积与造床学这两个早期过程;此后逐渐演变成水力学中的一个分支,即冲积水力学,该阶段的代表性成果有 Gilbert 水槽试验、Shields 曲线、Rouse 公式和 Einstein 输沙函数等;最后随着国内外一系列经典专著、教材的发表而完全从水力学中分离出来,形成了相对完整的泥沙学科体系^[1],代表性成果和著作包括 Bagnold 公式^[2-3]、张瑞瑾等的《河流动力学》^[4]、Yalin 的《River mechanics》^[5]、韩其为和何明民合著的《泥沙运动统计理论》^[6]、钱宁和万兆惠合著的《泥沙运动力学》^[7]、van Rijn 的

《Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas》^[8]、费祥俊的《浆体与粒状物料输送水力学》^[9]、Julien 的《Erosion and sedimentation》^[10]、邵学军和王兴奎合著的《河流动力学概论》^[11]等。

在泥沙运动中,围绕着泥沙颗粒的4种典型运动状态(即静止、起动、推移和悬浮),学者们开展了大量的试验和理论研究。研究内容通常包括以下6个核心问题:①泥沙的物理属性;②泥沙的沉降特性;③泥沙的起动;④推移质泥沙的运动;⑤悬移质泥沙的运动;⑥挟沙水流的速度分布。除此之外,泥沙运动力学研究对象还包括泥石流运动、高含沙水流运动等,但这些问题均可看作以上6个核心问题的衍生问题。

由于泥沙运动的研究起源于地貌学,所以无论是理论上还是研究方法上,一定程度上都保留了地貌学的痕迹;另外,目前的理论也大量借鉴了流体力学的研究成果。根据已有的研究成果可以发现,泥沙颗粒的运动是一个跨尺度、多物理过程相耦合的复杂过程。但是,无论是上述哪一种研究方法,目前看来都无法准确地描述出泥沙运动这一复杂过程的运动特征及其背后的力学机理。典型例子包括:描述挟沙水流流速的对数公式或对数尾流公式中,卡门系数和尾流函数难以确定;描述悬移质浓度分布的 Rouse 公式中,无法给出泥沙扩散系数的理论表达式,只能根据试验资料给出经验值。表1概括了传统泥沙运动力学中几个核心问题采用的理论方法及其局限性。由此可以看出,传统泥沙运动力学中的理论尚难以准确描述挟沙水流的运动特征。

表1 传统泥沙运动力学中的理论方法和存在问题^[1]

核心问题	理论方法	局限性	现有解决方案
水流流动	单相流流体力学	适用于低浓度泥沙	经验修正
悬移质输移	扩散理论	适用于小颗粒/低浓度泥沙	经验修正
推移质输移	多种分析方法	缺乏通用性	经验公式
床沙冲淤	质量守恒定律	未能反映动力因素	经验公式

挟沙水流作为典型的两相流运动,近年来,诸多学者包括 Drew^[12]、McTigue^[13]、Cao 等^[14]、Greimann 等^[15-16]、Hsu 等^[17]、Chauchat 等^[18]、Toorman^[19]、Jha 等^[20]利用两相流理论对挟沙水流的运动规律开展了大量的研究,取得了丰硕的研究成果。但是,两相流理论中存在的问题是缺乏封闭河流水沙两相流的紊流模型及参数系统。与工业两相流相比,天然河流由于受到入流和边界条件变化的影响,泥沙浓度和表征颗粒惯性大小的颗粒 Stokes 数的变化范围极大,因此,工业两相流的封闭模型无法直接应用于水沙运动的研究。目前,挟沙水流两相流理论中的紊

流封闭仍然是一个尚待解决的难题。归纳起来,传统泥沙运动力学多是运用质点运动力学或连续介质力学开展研究;两相流理论的理论基础也是连续介质力学。这两种理论方法都有明显的特点和相应的局限性。质点运动力学着眼于单个颗粒的受力和运动的分析,反映的是单个颗粒的运动属性,不能全面反映颗粒群体的输沙规律;连续介质力学着眼于颗粒群体在较大尺度上的运动规律,能够反映泥沙颗粒群的共同特征,但该理论中连续介质化的处理模糊了颗粒属性对泥沙输移的影响。两种理论方法的研究尺度相差较大,二者又缺少有机的联系,因此,目前的理论难以全面、准确地描述泥沙运动这种典型的跨尺度复杂运动过程。

考虑到以上问题,学者们尝试以新的角度对泥沙运动开展研究。其中,动理学理论非常适合于跨尺度物理过程的研究。它是基于颗粒速度分布函数及其演化方程而产生,反映了颗粒在速度空间和几何空间上出现的概率的变化过程,既能够反映颗粒运动的个性,又能体现出颗粒运动的共同特征,对单个颗粒运动特性与颗粒群统计特性有极强的耦合能力^[1]。因此,动理学理论在气体分子运动领域^[21]以及颗粒流领域^[22]中得到了广泛应用。王光谦院士首次将动理学理论引入到泥沙运动的研究中来^[23],之后包括 Wang 等^[24-25]、Zhong 等^[26]、Fu 等^[27]、Wang 等^[28]、Zhong 等^[29-32]利用动理学理论对悬移质泥沙浓度分布、泥沙颗粒的速度分布、悬移质的输沙机理、推移质运动、冲刷率等问题进行了探索性研究,取得了一系列重要的研究成果。经过近30年的努力,逐渐形成了泥沙运动的动理学理论体系,其专著《泥沙运动的动理学理论》^[1]也已在今年出版。

2 两相流的动理学方程

挟沙水流的动理学理论的最大特点是能够重构微观运动特性与宏观统计规律的缺失环节。理论核心在于如何将存在本质差别的两相体系的微观动力学变量进行系综平均,并给出其在相空间上的演化过程^[1]。所谓系综,是指在一定的宏观条件下,大量性质和结构完全相同的、处于各种运动状态的、各自独立的系统的集合。但是,由于紊流条件下颗粒与携带其运动的流体的自由度并不相同,这会给两相体系下的系综带来本质性困难。为了解决该问题,下面对几个核心难题给出了相应的解决方法。

2.1 相空间上某点属性的识别问题

在动理学理论中,确定颗粒运动状态的坐标系是由几何空间坐标 $\mathbf{x}$ 、速度空间坐标 $\mathbf{v}$ 和时间坐标 t

共同构成的相空间(phase space)。但由于相空间上某点既有可能为颗粒占据,也有可能为流体所占据,因此,两相流动中相空间上某一点($\mathbf{x}, \mathbf{v}, t$)的属性是不确定的。为了解决该难题,引入了所谓的“相指示函数”的概念^[33],其定义为

$$\chi_k(\mathbf{x} | D^N) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega_k \\ 0 & \mathbf{x} \notin \Omega_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: Ω_k 为两相或多相流系统中相 k 在空间上所占据的区域; D^N 为由 N 个粒子的位置向量和速度向量构成的相空间。

2.2 自由度不同的问题

挟沙水流中泥沙颗粒运动的驱动力是水流作用,可以说水流运动是主导因素,泥沙运动是从属运动。因此,系综平均不能完全建立在颗粒的所有可能分布上,需要考虑水流的状态分布。但是由于紊流流动的自由度远大于颗粒自由度,这导致水沙两相系统的系综平均难以确定。为了解决该难题,笔者引入了“颗粒所见流体”的概念,它的含义是指直接接触并影响颗粒运动的最小尺度的流体微团。这样,使得固相颗粒与液相流体在自由度上保持一致,进而可以进行系综。

2.3 追踪轨迹困难的问题

为了进行系综平均,需要对颗粒的运动轨迹进行追踪。但对大量泥沙颗粒的运动轨迹进行追踪很难实现。为了解决该难题,笔者从研究颗粒运动轨迹转换为研究颗粒状态。如前文所述,确定颗粒运动状态的坐标系是由几何空间坐标 $\mathbf{x}$ 、速度空间坐标 $\mathbf{v}$ 和时间坐标 t 共同构成的相空间。空间坐标和速度都是自变量,这样的处理极大地降低了系综平均的难度。

解决了以上难题之后,基于统计力学的Liouville方程,经过数学推导可以得到动力学特性变量 ψ_k 满足的动理学方程,即

$$\frac{\partial}{\partial t} P_k \psi_k + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (P_k \mathbf{v}_k \psi_k) + \nabla_{\mathbf{v}_k} \cdot (P_k \dot{\mathbf{v}}_k \psi_k) = P_k \left\langle \frac{D_k \psi_k}{Dt} \right\rangle + \psi_{kl} \langle \dot{\Gamma}_k \rangle \quad (2)$$

式中: P_k 为 k 相的概率密度函数; $\mathbf{v}_k$ 为 k 相的速度; $\dot{\mathbf{v}}_k$ 为 k 相的加速度; D_k/Dt 为 k 相的全导数; $\psi_{kl} \langle \dot{\Gamma}_k \rangle$ 反映的是某相生灭导致的变化,可理解为相变^[1]。特殊地,当 $\psi_k=1$ 时,方程(2)可以简化为

$$\frac{\partial P_k}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (P_k \mathbf{v}_k) + \nabla_{\mathbf{v}_k} \cdot (P_k \dot{\mathbf{v}}_k) = \langle \dot{\Gamma}_k \rangle \quad (3)$$

式(3)即为两相流的动理学方程(kinetic equation for two-phase flows)。

3 挟沙水流的宏观描述

3.1 宏观控制方程

基于前文在介观尺度上的动理学方程,对变量 $\psi_k=\rho_k$ 和 $\psi_k=\rho_k \mathbf{v}_k$ 在速度空间上进行积分,即可得到挟沙水流的动力学方程,即质量和动量守恒方程,其表达式分别为^[1]

$$\frac{\partial \overline{\alpha_k \rho_k}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{v}_k}) = \rho_{kl} \langle \dot{\Gamma}_k \rangle \quad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{v}_k}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k}) = \alpha_k \rho_k \left\langle \frac{D_k \mathbf{v}_k}{Dt} \right\rangle +$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{v}_k \boldsymbol{\lambda}_k \nabla_{\mathbf{v}_k} P_k + \rho_{kl} \mathbf{v}_{kl} \langle \dot{\Gamma}_k \rangle \quad (5)$$

式中: ρ_k 为 k 相的密度; α_k 为 k 相的体积分;其他变量含义见文献[1]。

从式(4)和(5)可以看出,基于动理学方程得到的宏观守恒方程与基于连续介质力学得到的方程形式是相似的。不同的是,笔者得到的控制方程能够反映微观动力学特性在宏观尺度上的系综性质,这一特点至关重要。

3.2 应用简介

在理论推导的基础上,笔者对泥沙运动的几个关键问题开展了探索性研究,包括颗粒与床面间的相互作用、床面泥沙的冲刷率、推移质输沙率以及悬移质输沙的运动特性,得到了一系列的研究成果,下面进行简单的介绍。

3.2.1 颗粒与床面间的相互作用

在动理学理论中,颗粒速度分布函数是其核心。通过求解动理学方程可以得到速度分布函数。在此基础上,对颗粒与床面碰撞过程中的动量变化进行积分,即可得到垂向应力和切向应力的表达式,进而可以得到衡量碰撞过程中动量交换强度大小的碰撞摩擦因数的理论表达式。在不同状态下得到的结果如下:

大摩擦/无滑移

$$\mu = \frac{1 + \beta_0}{1 + e} \left[\frac{4\sqrt{3}r}{7\sqrt{2\pi}} + \sqrt{\frac{\nu \chi(1+e)}{6}} \frac{5\sqrt{3\pi}k}{336\nu} St_c \right] \quad (6)$$

小摩擦/全滑移

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 - \frac{1}{6r^2} + \sqrt{\frac{\chi(1+e)}{3\nu}} \frac{25k}{288r^3} St_c \quad (7)$$

过渡区

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \text{erf}\left(\frac{1.225r}{\bar{\mu}_0}\right) - \frac{5k}{192} \sqrt{\frac{\pi \nu \chi(1+e)}{8}} St_c \cdot \left[\frac{4}{\bar{\mu}_0} \text{erfc}\left(\frac{1.225r}{\bar{\mu}_0}\right) + \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}r} \left(1 - \exp\left(-\frac{1.5r^2}{\bar{\mu}_0^2}\right)\right) \right] \quad (8)$$

式中: μ 为碰撞摩擦因数; μ_0 为静摩擦因数; β_0 和 e 分别为碰撞过程中的切向恢复系数和垂向恢复系数; ν 为颗粒的体积分; r 为无量纲化的碰撞接触点的速度大小; St_c 为颗粒的惯性指数。式(6) ~ (8)中其他物理量符号含义以及公式的具体推导过程详见文献[34]。

碰撞摩擦因数的理论值与实测值和数值模拟结果的对比如图 1 所示。从图 1 可以看出,理论计算与试验资料与模拟结果吻合较好。

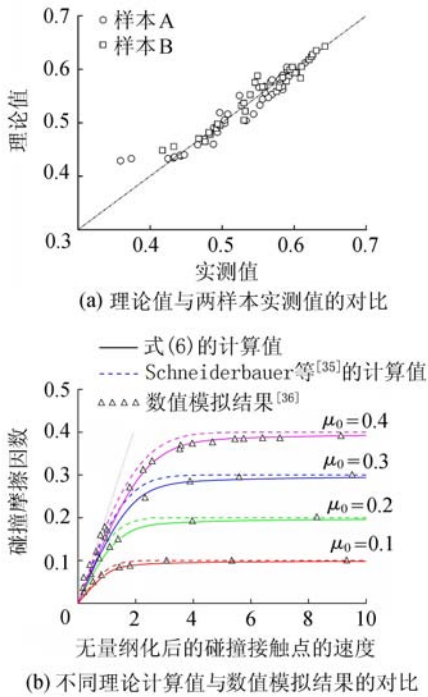


图 1 碰撞摩擦系数理论计算值与实测值及数值模拟结果的对比

3.2.2 床面泥沙的冲刷率

利用速度分布函数求解得到的冲刷率的表达式^[29]如下:

$$\varphi_p \equiv \frac{E}{\sqrt{g\Delta D}} = \frac{\bar{\alpha}_{pm} p \sqrt{\zeta}}{\sqrt{2\pi} \left(1 + \frac{9C_D \rho_f}{8\rho_p}\right)} \theta^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{3\rho_f}{4\zeta\rho_p} \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_L}\right)\right) \tag{9}$$

其中

$$\Delta = \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f}$$

式中: φ_p 为无量纲化的冲刷率; E 为冲刷量; g 为重力加速度; D 为颗粒粒径; $\bar{\alpha}_{pm}$ 为床沙极限浓度; p 为床沙起动概率; ζ 为颗粒温度与摩阻流速的比例系数; C_D 为颗粒的阻力系数; ρ_p 和 ρ_f 分别为固相泥沙颗粒和液相水流的密度; θ 为 shields 数; θ_L 为与上举力有关的参数。

床面冲刷率理论值与试验值的对比如图 2 所示。从图 2 可以看出,理论值与试验值相吻合。

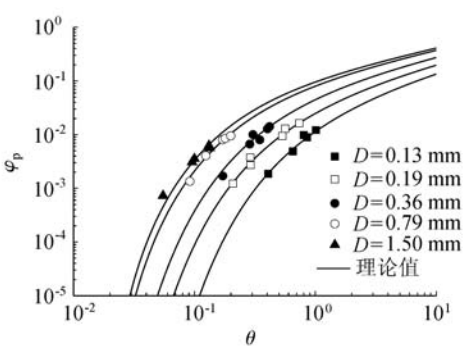


图 2 床面冲刷率理论值与试验值的对比^[29]

3.2.3 推移质输沙率

在得到冲刷率的表达式后,基于 Einstein^[40] 建立的推移质输沙函数,可以进一步得到基于动理学理论的推移质输沙率公式^[31,43],即

$$\Phi = \bar{\alpha}_{pm} p \frac{\lambda \sqrt{2\zeta}}{3\delta \sqrt{\pi} C_D} \frac{\rho_p}{\rho_f} e^{f_1} [\Gamma(0, f_1) - \Gamma(0, f_2)] \theta^{\frac{1}{2}} \tag{10}$$

式中: Φ 为推移质输沙率; λ 和 δ 分别为颗粒的单步跃移距离和跃移高度。其他物理量符号含义参见文献[31]。

式(10)计算值与试验资料以及经典推移质输沙率公式计算值的对比结果如图 3 所示。从图 3 可以看出,无论输沙强度高低,式(10)计算值与其他文献中试验资料均吻合较好。尤其是在高输沙强度条件下,该公式从理论上解决了 Einstein 公式计算值远小于实测值的问题。

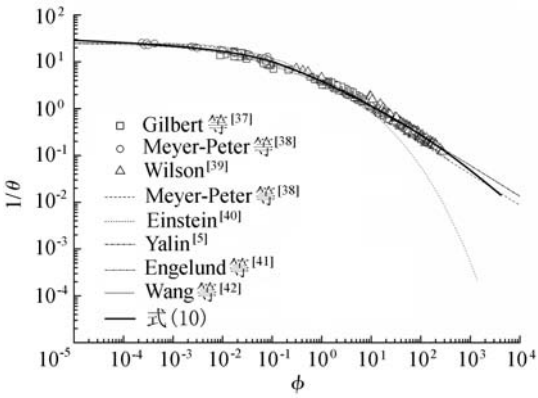


图 3 式(10)计算值与其他推移质输沙率公式计算值及试验资料的对比

3.2.4 悬移质输沙的运动特性

在泥沙运动力学中,不仅要关注各相的运动差异性,同时也需要分析由两者共同构成的水沙整体的运动特征。因此,笔者在宏观守恒方程的基础上建立了两相浑水方程以及弥散速度的本构模型^[30,32,44]。将该模型应用于充分发展的二维明渠均匀流中,得到的悬移质浓度分布代表性成果如图 4 所示。图 4 中横坐标 $\bar{\alpha}_p$ 为泥沙浓度;纵坐标 y/h 为

河床的距离 y 与水深 h 的比值; S1-S5 和 S11-S16 分别表示 Einstein 等^[45] 试验中的粗沙和细沙组次。为了对比分析,图中同样给出了经典的 Rouse 公式的计算结果。从图 4 可以看出,基于两相浑水方程和弥散速度本构模型得到的理论计算结果能够与试验观测值保持一致。

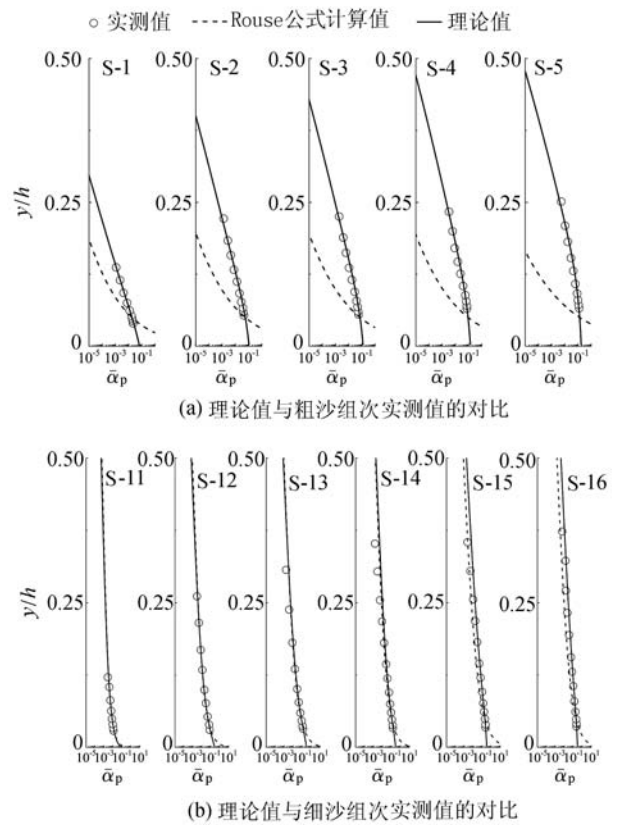


图 4 悬移质泥沙浓度理论与 Einstein 等^[45] 实测值及 Rouse 公式计算值的对比

在得到浓度分布的同时,还可以得到浑水速度的分布,进而得到单相的速度大小。已有代表性成果如图 5 所示,图中 u_* 为摩阻流速; ν_f 为水流运动黏性系数; v_{kx} 为浑水中 k 相在 x 方向上的速度。从图 5 可以看出,本文理论值与试验值符合较好,并且随着 y 的减小,泥沙颗粒的滞后速度有逐渐增大的趋势。

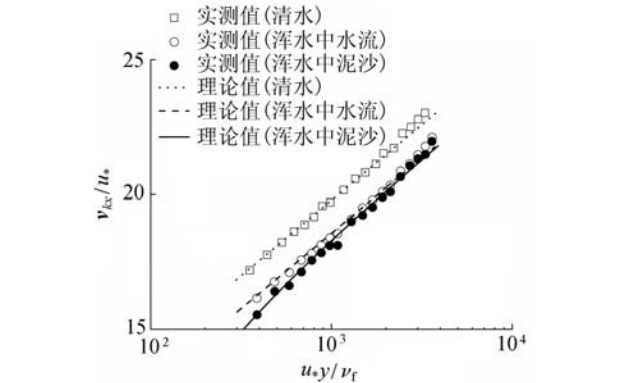


图 5 挟沙水流中各相速度的理论值与试验值的对比^[32]

从上述研究成果可以看出,由于泥沙运动的动理学理论能够反映泥沙运动的最基本动力学特性及其系综规律,所以得到的描述泥沙运动的宏观方程与试验结果具有较好的一致性。这也说明泥沙运动的动理学理论能够揭示泥沙运动背后隐藏的力学机理,是泥沙研究将来可能取得突破性进展的理论方法之一。

4 泥沙研究的未来发展趋势

为了更好地了解该学科的发展趋势,笔者以“bedload or suspended load”为关键词,在 ISI (Institute for Scientific Information) 数据库 (网址: <http://apps.webofknowledge.com>) 中检索符合主题要求、时间要求的出版物,运用文献计量统计法对近 2000 篇文章从文章数量、发表期刊、学科分类、国家等角度进行了统计分析,结果如图 6~8 以及表 2 所示。从图 6 可以看出,泥沙运动力学的基本研究框架形成于 20 世纪 80 年代,此后大量研究成果被发表。目前来看,每年发表的文章数量一直保持着持续增长的趋势,这也说明泥沙研究仍然保持着强劲的生命力。

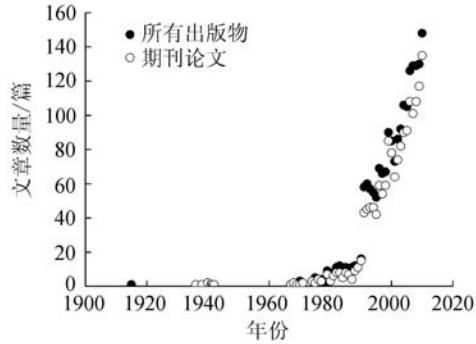


图 6 1900—2010 年泥沙研究文章数量随年份的变化关系

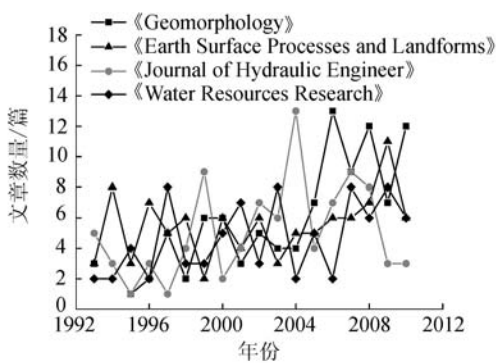


图 7 发文量居前 4 位期刊的文章数量逐年变化曲线

图 7 给出了发文量居前 4 位的期刊的文章数量逐年变化趋势。可以看出,近年来,在《Geomorphology》和《Earth Surface Processes and Landforms》上发表的文章数量呈现增长的趋势,说明泥沙运动与地貌、生态环境等交叉学科的研究成

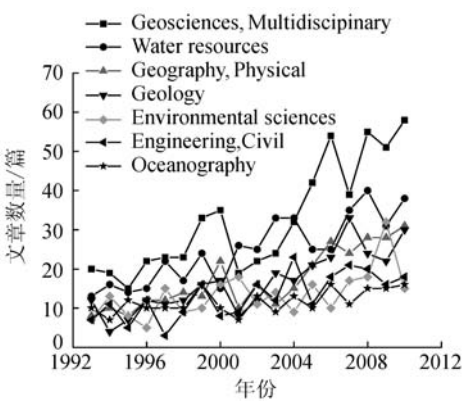


图8 发文量居前7位的学科的文章数量逐年变化曲线

为了学者们关注的热点,而在主流期刊《Journal of Hydraulic Engineering》和《Water Resources Research》上发表的文章数量有所减少。类似地,笔者同样给出了学科分类的统计结果(图8)。从图8可以看出,交叉学科的研究呈现出蓬勃发展的态势,这与期刊的统计结果是一致的。

表2给出了不同国家发表文章的统计结果,以此来了解全世界范围内不同国家在泥沙研究方面的活跃程度。结果表明,美国学者发表的文章约占总数的1/3,英国占22.50%,这两个国家是目前泥沙研究的强国。与这些国家相比,中国仅排在第11位,文章数量约为60篇,可以说中国是泥沙研究的大国,但不是强国,后续还需要泥沙研究工作者的不断努力。

表2 不同国家发表的文章数量统计结果

国家	文章数量/篇	所占比例/%
美国	504	30.25
英国	375	22.50
加拿大	160	9.60
法国	158	9.48
澳大利亚	94	5.64
意大利	90	5.40

5 结 语

泥沙运动力学起源于地貌学,经过近百年的发展,逐渐成为了一个相对完整的学科体系。由于泥沙运动是一个跨尺度、多物理过程相互耦合的复杂过程,目前对泥沙运动的力学机理认识还不够深入,需要开展进一步的研究。动理学理论作为研究跨尺度问题的有力工具,经过近30年的探索和研究,初步的研究成果表明该理论能够突破尺度的制约,可以揭示泥沙运动背后隐藏的力学机理,是泥沙研究中将来可能取得突破性进展的理论方法之一。

通过利用文献计量法对近2000篇以“bedload or suspended load”为关键词的文章进行统计分析,了解泥沙研究的未来发展趋势。结果表明,泥沙学

科仍然表现出强劲的生命力,尤其是与地貌、生态环境等多学科交叉的研究呈现出蓬勃发展的趋势。但与美国、英国等发达国家相比,目前中国在泥沙研究方面相对落后,需要更多泥沙工作者不断努力,进一步提高我国泥沙研究的水平。

参考文献:

[1] 钟德钰,王光谦,吴保生.泥沙运动的动理学理论[M].北京:科学出版社,2015.

[2] BAGNOLD R A. Nature of saltation and of bed-load transport in water[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Mathematical, Physical & Engineering Sciences, 1973,332: 473-504.

[3] BAGNOLD R A. Bed load transport by natural rivers[J]. Water Resources Research,1977,13(2): 303-312.

[4] 张瑞瑾,谢鉴衡,陈文彪.河流动力学[M].北京:中国工业出版社,1961.

[5] YALIN M S. River mechanics[M]. Oxford: Pergamon Press,1972.

[6] 韩其为,何明民.泥沙运动统计理论[M].北京:科学出版社,1984.

[7] 钱宁,万兆惠.泥沙运动力学[M].北京:科学出版社,1983.

[8] van RIJN L C. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas[M]. Amsterdam: Aqua Publications,1993.

[9] 费祥俊.浆体与粒状物料输送水力学[M].北京:清华大学出版社,1994.

[10] JULIEN P Y. Erosion and sedimentation[M]. Cambridge: Cambridge University Press,1995.

[11] 邵学军,王兴奎.河流动力学概论[M].北京:清华大学出版社,2005.

[12] DREW D A. Turbulent sediment transport over a flat bottom using momentum balance[J]. Journal of Applied Mechanics,1975,42(1): 38-44.

[13] McTIGUE D F. Mixture theory for suspended sediment transport[J]. Journal of Hydraulics Division,1981,107(6): 659-673.

[14] CAO Z X, WEI L Y, XIE J H. Sediment-laden flow in open channels from two-phase flow viewpoint[J]. Journal of Hydraulic Engineering,1995,121(10): 725-735.

[15] GREIMANN B P, MUSTE M, HOLLY F M. Two-phase formulation of suspended sediment transport[J]. Journal of Hydraulic Research,1999,37(4): 479-500.

[16] GREIMANN B P, HOLLY F M. Two-phase flow analysis of concentration profiles[J]. Journal of Hydraulic Engineering,2001,127(9): 753-762.

[17] HSU T J, JENKINS J T, LIU P L F. On two-phase sediment transport: dilute flow[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans,2003,108(3): 1-14.

- [18] CHAUCHAT J, GUILLOU S. On turbulence closures for two-phase sediment-laden flow models [J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2008, 113(11): 1-20.
- [19] TOORMAN E A. Vertical mixing in the fully developed turbulent layer of sediment-laden open channel flow[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 134(9): 1225-1235.
- [20] JHA S K, BOMBARDELLI F A. Theoretical/numerical model for the transport of non-uniform suspended sediment in open channels [J]. Advances in Water Resources, 2011, 34(5): 577-591.
- [21] CHAPMAN S, COWLING T G. The mathematical theory of non-uniform gases[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1970.
- [22] SAVAGE S B, JEFFREY D G. The stress tensor in a granular flows at high shear rates [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1981, 110: 255-272.
- [23] 王光谦. 固液两相流与颗粒流的运动理论及试验研究 [D]. 北京:清华大学, 1989.
- [24] WANG G Q, NI J R. The kinetic theory for particle concentration distribution in two-phase flow[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(12): 2738-2748.
- [25] WANG G Q, NI J R. The kinetic theory for dilute solid/liquid two-phase flow [J]. International Journal of Multiphase Flow, 1991, 17(2): 273-281.
- [26] ZHONG D Y, ZHANG H W. Concentration distribution of sediment in bed load layer [J]. Journal of Hydrodynamics, 2004, 16(1): 28-33.
- [27] FU X D, WANG G Q, SHAO X J. Vertical dispersion of fine and coarse sediments in turbulent open channel flows [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 131(10): 877-888.
- [28] WANG G Q, FU X D, HUANG Y F, et al. Analysis of suspended sediment transport in open-channel flows: kinetic-model based simulation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 134(3): 328-339.
- [29] ZHONG D Y, WANG G Q, DING Y. Bed sediment entrainment function based on kinetic theory[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 137(2): 222-233.
- [30] ZHONG D Y, WANG G Q, SUN Q C. Transport equation for suspended sediment based on two-fluid model of solid/liquid two-phase flows [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 137(5): 530-542.
- [31] ZHONG D Y, WANG G Q, ZHANG L. A bed load function based on kinetic theory [J]. International Journal of Sediment Research, 2012, 27(4): 460-472.
- [32] ZHONG D Y, WANG G Q, WU B S. Drift velocity of suspended sediment in turbulent open channel flows[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 140(1): 35-47.
- [33] ZHANG D Z, PROSPERETTI A. Averaged equations for inviscid disperse two-phase flow [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 267: 185-219.
- [34] ZHANG L, ZHONG D Y, SUN Q C, et al. A kinetic description of collisional frictions between particles and solid boundary in simple sheared granular flows [J]. Powder Technology, 2015, 276: 204-213.
- [35] SCHNEIDERBAUER S, SCHELLANDER D, LODERER A, et al. Non-steady state boundary conditions for collisional granular flows at flat frictional moving walls [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2012, 43: 149-156.
- [36] LOUGE M Y. Computer simulations of rapid granular flows of spheres interacting with a flat, frictional boundary[J]. Physics of Fluids, 1997, 6: 2253-2269.
- [37] GILBERT G K, MURPHY E C. The transportation of debris by running water [M]. Washington, D. C.: Washington Government Printing Office, 1914.
- [38] MEYER-PETER E, MÜLLER R. Formulas for bed-load transport [C]//Proceedings of the 2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research. Delft: International Association of Hydraulic Research, 1948: 39-64.
- [39] WILON K C. Bed load transport at high shear stress[J]. Journal of the Hydraulics Division, 1966, 92(11): 49-59.
- [40] EINSTEIN H A. The bed load function for sediment transportation in open channel flows[R]. Washington, D. C.: United States Department of Agriculture Soil Conservation Service, 1950.
- [41] ENGELUND F, FREDSOE J. A sediment transport model for straight alluvial channels[J]. Nordic Hydrology, 1976, 7(5): 293-306.
- [42] WANG S Q, ZHANG R, HUI Y J. New equation for sediment transport rate [J]. International Journal of Sediment Research, 1995, 10(3): 1-18.
- [43] 张磊, 钟德钰, 王光谦, 等. 基于动理学理论的推移质输沙公式 [J]. 水科学进展, 2013, 24(5): 692-698. (ZHANG Lei, ZHONG Deyu, WANG Guangqian et al. A bed-load formula based on kinetic theory[J]. Advances in Water Science, 2013, 24(5): 692-698. (in Chinese))
- [44] 张磊, 钟德钰, 吴保生, 等. 明渠中悬移质的弥散-对流方程及悬浮机理 [J]. 力学学报, 2013(1): 83-93. (ZHANG Lei, ZHONG Deyu, WU Baosheng, et al. The convection-dispersion equation and the mechanism of suspension in turbulent open-channels [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013(1): 83-93. (in Chinese))
- [45] EINSTEIN H A, CHIEN N. Effects of heavy sediment concentration near the bed on velocity and sediment distribution [R]. California: University of California, 1955.

(收稿日期: 2015-07-16 编辑: 骆超)