DOI:10.3880/j.issn.1006-7647.2016.03.006

均布荷载下软土地基一维非线性固结的有限差分法

赵明华[1],贺成斌[1,2],马缤辉[2],陈秋南[2],雷　勇[2]

(1.湖南大学土木工程学院,湖南 长沙　410082;2.湖南科技大学土木工程学院,湖南 湘潭　411201)

摘要:针对深厚软黏土地基一维固结计算中,土体初始应力和附加应力分布形式对地基固结度存在较大影响的问题,假设土体初始应力沿深度变化、外荷载引起的附加应力随时间和深度变化、土体应力应变关系满足双曲线模型,推导了均布荷载下软土地基的一维非线性固结控制方程,并采用差分法求解,得到了地基固结度及沉降计算公式。算例分析表明,该方法计算所得地基固结度与传统解析解吻合良好,且在时间维度上分段计算可有效提高差分法计算效率;采用该方法计算地基沉降所得结果与实测数据吻合较好,且能大幅度简化固结计算过程,具有较好的工程应用价值。

关键词:软黏土;一维固结;非线性;有限差分法;均布荷载;双曲线模型

中图分类号:TU471.8　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1006-7647(2016)03-0026-05

Finite difference method for one-dimensional nonlinear consolidation of soft ground under uniform loads//ZHAO

Minghua[1], HE Chengbin[1,2], MA Binhui[2], CHEN Qiunan[2], LEI Yong[2] (1. *College of Civil Engineering*, *Hunan University*, *Changsha* 410082, *China*; 2. *School of Civil Engineering*, *Hunan University of Science and Technology*, *Xiangtan* 411201, *China*)

Abstract: In the calculation of one-dimensional soft clay ground consolidation in deep soil, initial stress and additional effective stress distributions in soil greatly influence the degree of consolidation of ground. With regard to this problem, one-dimensional nonlinear consolidation governing equations of soft ground under uniform loads are derived and solved with the finite difference method, based on the assumptions that the initial stress in soil varies with the ground depth, and the additional effective stress caused by external loads changes with both ground depth and consolidation time, as well as the hyperbolic model of the soil stress-strain relationship. Formulas for the degree of consolidation and settlement of ground are presented. A case study shows that the degree of consolidation of ground calculated with the finite difference method agrees with the traditional analytical solution, and the computational efficiency of the finite difference method can be effectively improved when the segmental calculation method is used throughout the consolidation process. The results of another example show that the settlement of ground calculated with the finite difference method agrees with the in-situ data. The suggested method can greatly simplify the consolidation calculation and is of high applicative value in engineering.

Key words: soft clay; one-dimensional consolidation; nonlinearity; finite difference method; uniform load; hyperbolic model

传统的太沙基一维固结理论假定外荷载为一次瞬时施加,并未考虑实际工程中外荷载往往是线性、分级或者是循环施加的特点,也未考虑土体本身应力应变关系的非线性特征,故此许多学者进行了改进研究。Schiffman[1]最先分析了变荷载下的地基一维固结问题,之后 Wilson 等[2-5]对该问题作了进一步的研究,得到了很多有益的结论。赖勇等[6]进行了特殊应力路径下的土体固结排水试验,其所得土体应力应变关系结果与对数曲线型非线性模型、正弦函数型非线性模型和传统的双曲线模型的拟合结果较为吻合;余湘娟等[7]采用修正的双曲线模型拟合了正常固结状态下土的次固结系数与压力之间的定量关系,提出了正常固结土次固结沉降量计算的一种修正方法;何良德等[8]提出了一种反映沉降速率与剩余沉降半立方非线性关系的双曲线预测模型。此外,在一维非线性固结理论的研究中,Davis 等[9-11]基于 e-lgσ'关系来考虑土体物理非线性特性,但先期固结压力的取值对 e-lgσ'模型计算地基沉降至关重要,如何确定先期固结压力仍是一个颇有争议的问题。鉴于此,魏汝龙[12]认为如果无法合理地

基金项目:国家自然科学基金(51308208,41372303);湖南省自然科学基金(2015JJ3069)

作者简介:赵明华(1956—),男,教授,博士,主要从事高等级公路特殊土路基处理技术研究。E-mail:mhzhaohd@21cn.com

区分初压和再压，则可利用双曲线模型计算地基沉降，且计算结果优于 e-lgσ'模型；徐少曼[13]经过试验也证明了双曲线模型能够更好地模拟软黏土的本构关系。在此基础上，施建勇等[14]得到了荷载瞬时施加时的双曲线模型一维固结理论，其计算结果与室内试验吻合较好，但由于试验所用试样较小，无法验证该理论在计算深厚软黏土时的适用性；张磊等[15]基于双曲线模型建立了变荷载作用下的地基一维固结理论，然而，该理论假设土体初始有效应力和附加应力沿深度不变，这与实际情况不尽相同。因此，本文结合前人研究成果，以土体应力应变的双曲线模型为出发点，假定地基初始应力沿深度变化，同时外荷载引起的附加应力随时间和深度变化，推导均布荷载下地基一维固结控制方程，并引入有限差分法进行求解，得到地基固结度及沉降计算公式。

1 一维固结控制方程

1.1 基本假设

设软土为饱和状态，压缩土层厚度为 H，软土地基表面透水，底面的排水条件分为透水和不透水两种。地表作用随时间变化的均布路堤荷载 $q_{\text{top}}(t)$。地基内水压力分布情况见图1，其中 $\rho_{\text{w}}g(h_1+H-z)$ 为深度 z 处的静水压力；p_{w} 为该处总的水压力；u 为均布路堤荷载 $q_{\text{top}}(t)$ 在土体中产生的超孔隙水压力。

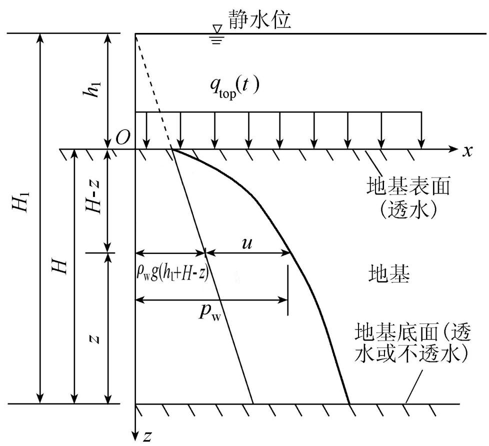

图1 地基一维固结模型示意图

a. 土体应力应变关系满足双曲线模型：

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = E_0 + m\sigma' \tag{1}$$

式中：σ'为有效应力；E_0 为土体初始压缩模量；ε 为应变；m 为$\frac{\sigma'}{\varepsilon}$-$\sigma'$曲线的斜率。

b. 设渗透系数 k 和压缩系数 a_{v} 成比例关系[15]：

$$\frac{k}{a_{\text{v}}} = \frac{\rho_{\text{w}}gc_{\text{v}}}{1 + e_0} = \text{const} \tag{2}$$

式中：ρ_w 为水的密度；g 为重力加速度；c_{v} 为固结系数；e_0 为初始孔隙比；const 为常量。

c. 土体的初始有效应力 $\sigma'_0(z)$ 沿深度 z 变化。

d. 考虑外荷载随时间变化(见图2(a))，则外荷载引起的土体附加应力也随时间变化，且附加应力沿深度也会变化，因此附加应力可用 $q(t,z)$ 表示(见图2(b))。

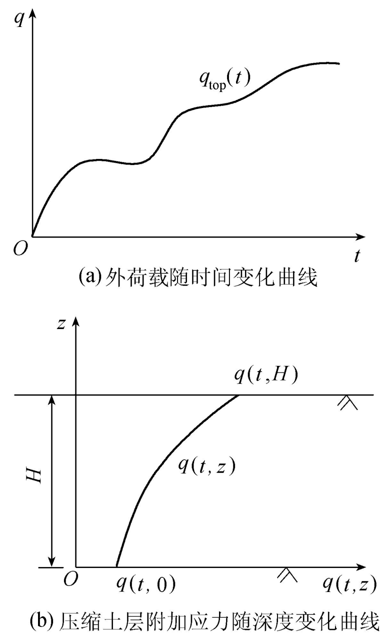

图2 外荷载线性增加时土体中附加应力分布

1.2 固结控制方程推导

在基本假设 **a**、**b** 的基础上可得到一维固结控制方程为

$$-c_{\text{v}}E_0\left[\frac{1}{(E_0+m\sigma')^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{2m}{(E_0+m\sigma')^3}\frac{\partial\sigma'}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z}\right] = \frac{E_0}{(E_0+m\sigma')^2}\frac{\partial\sigma'}{\partial t} \tag{3}$$

根据有效应力原理，深度 z 处的应力表达式为

$$\sigma'(t,z) + u(t,z) = q(t,z) + \sigma'_0(z) \tag{4}$$

式(4)两边分别对 z、t 求偏导，可得：

$$\frac{\partial\sigma'}{\partial z} = \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial\sigma'_0}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial z} \tag{5}$$

$$\frac{\partial\sigma'}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \tag{6}$$

将式(5)(6)代入式(3)可得均布荷载下的地基一维非线性固结控制方程为

$$c_{\text{v}}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2mc_{\text{v}}}{E_0 + m(q + \sigma'_0 - u)}\frac{\partial u}{\partial z}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial\sigma'_0}{\partial z}\right) = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial t} \tag{7}$$

1.3 边界和初始条件

a. 初始时刻，上部荷载全部由孔隙水压力承担，其数学表达式为

$$u(0,z) = q(0,z) \quad (t = 0, 0 \leqslant z \leqslant H) \tag{8}$$

b. 加载后,地基底面为透水层时,底面孔隙水压力为零,其数学表达式为

$$u(t,H) = 0 \quad (t > 0, z = H) \tag{9}$$

c. 加载后,地基底面为不透水层时,表面孔隙水压力为零,其数学表达式为

$$u(t,0) = 0 \quad (t > 0, z = 0) \tag{10}$$

d. 地基顶面透水、底面不透水时,土体竖向超静孔压与下卧层的超静孔压相等。

2 控制方程的差分法求解

2.1 差分法格式

按照有限差分法的基本原理,以深度 z 为纵轴,时间 t 为横轴,建立地基固结分析的计算区域。将深度 z 划分为 M 等份,时间 t 划分为 N 等份,建立差分法计算网格。如图 3 所示,网格节点代表孔隙水压力 u,其中 $u_{a,b}$ 表示加载至 a 时刻地基中深度 b 处的孔隙水压力值。

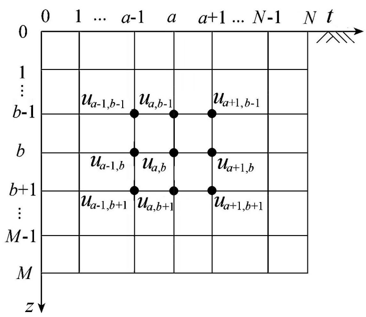

图 3 差分法网格划分示意图

将初始条件和边界条件写成差分格式:

$$\begin{cases} u_{0,b} = q_b \\ u_{a,M} = 0 \\ u_{a,1} = 0 & (\text{底面透水}) \\ u_{a,1} = u_{a,-1} & (\text{底面不透水}) \end{cases} \tag{11}$$

对于控制方程(7),采用 Crank-Nicolson 格式离散后得如下差分格式:

$$\frac{u_{a+1,b} - u_{a,b}}{\Delta t} - \frac{q_{a+1,b} - q_{a,b}}{\Delta t} = c_{\mathrm{v}} \left(\frac{u_{a+1,b+1} - 2u_{a+1,b} + u_{a+1,b-1}}{2h^2} + \frac{u_{a,b+1} - 2u_{a,b} + u_{a,b-1}}{2h^2} \right) + \frac{c_{\mathrm{v}} m}{E_0 + m(q_{a,b} + (\sigma'_0)_b - u_{a,b})} \cdot \left[\frac{u_{a+1,b+1} - u_{a+1,b-1}}{2h} \left(\frac{u_{a+1,b+1} - u_{a+1,b-1}}{2h} - \frac{q_{a+1,b+1} - q_{a+1,b-1}}{2h} - \frac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) + \frac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} \left(\frac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} - \frac{q_{a,b+1} - q_{a,b-1}}{2h} - \frac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) \right] \tag{12}$$

其中 $\Delta t = T/N \qquad h = H/M$

式中:T 为总的固结时间;M、N 分别为深度和固结时间的网格数。

为简化计算,将式(12)作线性化处理,可得:

$$\frac{u_{a+1,b} - u_{a,b}}{\Delta t} - \frac{q_{a+1,b} - q_{a,b}}{\Delta t} = c_{\mathrm{v}} \left(\frac{u_{a+1,b+1} - 2u_{a+1,b} + u_{a+1,b-1}}{2h^2} + \frac{u_{a,b+1} - 2u_{a,b} + u_{a,b-1}}{2h^2} \right) + \frac{c_{\mathrm{v}} m}{E_0 + m(q_{a,b} + (\sigma'_0)_b - u_{a,b})} \left[\frac{u_{a+1,b+1} - u_{a+1,b-1}}{2h} \cdot \left(\frac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} - \frac{q_{a+1,b+1} - q_{a+1,b-1}}{2h} - \frac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) + \frac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} \left(\frac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} - \frac{q_{a,b+1} - q_{a,b-1}}{2h} - \frac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) \right] \tag{13}$$

由于线性化处理必然会带来误差,为了尽量减小误差,可以通过细化差分网格进行调整。假设:

$$\begin{cases} \alpha_{a,b} = \dfrac{c_{\mathrm{v}} m}{E_0 + m(q_{a,b} + (\sigma'_0)_b - u_{a,b})} \left(\dfrac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} - \dfrac{q_{a+1,b+1} - q_{a+1,b-1}}{2h} - \dfrac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) \\ \beta_{a,b} = \dfrac{c_{\mathrm{v}} m}{E_0 + m(q_{a,b} + (\sigma'_0)_b - u_{a,b})} \left(\dfrac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} - \dfrac{q_{a,b+1} - q_{a,b-1}}{2h} - \dfrac{(\sigma'_0)_{b+1} - (\sigma'_0)_{b-1}}{2h} \right) \dfrac{u_{a,b+1} - u_{a,b-1}}{2h} \end{cases} \tag{14}$$

则两种边界条件下的差分法计算公式可写成如下形式:

$$\boldsymbol{Au} = \boldsymbol{B} \tag{15}$$

底面透水时,$\boldsymbol{A}$ 为 $(M-1)\times(M-1)$ 阶矩阵,$\boldsymbol{u}$ 为 $(M-1)\times 1$ 阶矩阵,$\boldsymbol{B}$ 为 $(M-1)\times 1$ 阶矩阵。在 $t = a\Delta t$ 时有:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{b,b-1} & A_{b,b} & A_{b,b+1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & A_{M-1,M-2} & A_{M-1,M-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_b \\ \vdots \\ u_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_b \\ \vdots \\ B_{M-1} \end{bmatrix} \tag{16}$$

其中 $A_{b,b-1} = \dfrac{c_{\mathrm{v}}}{2h^2} - \dfrac{1}{2h}\alpha_{a,b} \qquad (b > 1)$

$$A_{b,b} = -\frac{c_v}{h^2} - \frac{1}{\Delta t}$$

$$A_{b,b+1} = \frac{c_v}{2h^2} + \frac{1}{2h}\alpha_{a,b} \qquad (b < M-1)$$

$$B_1 = -\frac{c_v}{2h^2}u_{a,2} + \left(\frac{c_v}{h^2} - \frac{1}{\Delta t}\right)u_{a,1} - \frac{1}{\Delta t}(q_{a+1,1} - q_{a,1}) - \beta_{a,1}$$

$$B_b = -\frac{c_v}{2h^2}u_{a,b+1} + \left(\frac{c_v}{h^2} - \frac{1}{\Delta t}\right)u_{a,b} - \frac{c_v}{2h^2}u_{a,b-1} - \frac{1}{\Delta t}(q_{a+1,b} - q_{a,b}) - \beta_{a,b}$$

$$B_{M-1} = -\frac{c_v}{2h^2}u_{a,M-2} + \left(\frac{c_v}{h^2} - \frac{1}{\Delta t}\right)u_{a,M-1} - \frac{1}{\Delta t}(q_{a+1,M-1} - q_{a,M-1}) - \beta_{a,M-1}$$

底面不透水时,$\boldsymbol{A}$ 为 $M\times M$ 阶矩阵,$\boldsymbol{u}$ 为 $M\times 1$ 阶矩阵,$\boldsymbol{B}$ 为 $M\times 1$ 阶矩阵。在 $t=a\Delta t$ 时有:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{b,b-1} & A_{b,b} & A_{b,b+1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & A_{M,M-1} & A_{M,M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_b \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_b \\ \vdots \\ B_M \end{bmatrix} \qquad (17)$$

2.2 固结度计算公式

依据单向压缩原理,可知地基沉降的计算公式为

$$S = \int_0^H \frac{\sigma'}{E_0 + m\sigma'}\mathrm{d}z - \int_0^H \frac{\sigma'_0}{E_0 + m\sigma'_0}\mathrm{d}z \qquad (18)$$

按沉降定义的地基平均固结度计算公式可写成:

$$U_s = \frac{S}{S_f} = \frac{\int_0^H \frac{\sigma'}{E_0 + m\sigma'}\mathrm{d}z - \int_0^H \frac{\sigma'_0}{E_0 + m\sigma'_0}\mathrm{d}z}{\int_0^H \frac{\sigma'_{\max}}{E_0 + m\sigma'_{\max}}\mathrm{d}z - \int_0^H \frac{\sigma'_0}{E_0 + m\sigma'_0}\mathrm{d}z} \qquad (19)$$

此外,地基平均固结度按平均孔压定义也可表示为

$$U_p = \frac{\int_0^H [q(t,z) - u]\mathrm{d}z}{\int_0^H q_{\max}\mathrm{d}z} \qquad (20)$$

2.3 理论验证

引用文献[16]中的算例进行验证。计算参数为:压缩土层厚度为 5 m,且底面为透水层;荷载经过 50 d 的时间从 $q_a=0$ kPa 线性增加至 $q_a=300$ kPa,之后维持不变;土体固结系数 $c_v=5.788\,8\times10^{-3}\ \mathrm{m^2/d}$,初始压缩模量 $E_0=168\,7$ kPa。

文献[16]中的解析解假设外荷载引起的附加应力随时间和深度呈线性分布,且土体应力应变关系为线弹性模型。对应本文差分法解答的特殊情形,即 $m=0$,则式(1)可写成:

$$\sigma' = E_0\varepsilon \qquad (21)$$

以下采用本文前面提出的有限差分法(以下简称本文方法)计算地基平均固结度,为提高计算效率,在时间维度上将差分计算分为两段:第一段时长为 100 d,分成 500 份,$\Delta t=0.2$ d;第二段时长为剩下的 1 800 d,共分 1 800 份,$\Delta t=1$ d。本文方法计算所得地基平均固结度与文献[16]的解析解计算结果见表 1。

表 1 地基平均固结度计算结果

t/d	平均固结度/%		相对误差/%
	解析解	本文方法解	
0	0	0	0
100	0.295 992	0.296 0	0.002 7
200	0.453 752	0.453 8	0.010 6
300	0.567 070	0.567 1	0.005 3
400	0.655 737	0.655 7	0.005 6
500	0.726 098	0.726 1	0.000 3
700	0.826 585	0.826 6	0.001 8
900	0.890 204	0.890 2	0.000 4
1 100	0.930 484	0.930 5	0.001 7
1 300	0.955 987	0.956 0	0.001 4
1 500	0.972 134	0.972 1	0.003 5
1 700	0.982 357	0.982 4	0.004 4
1 900	0.988 829	0.988 8	0.002 9

由表 1 可知,本文方法计算结果与文献[16]的解析解计算结果最大相对误差仅为 0.010 6%,表明本文方法合理可行,且能够满足计算精度要求。

3 算 例

为验证本文方法对变荷载作用和一维非线性固结条件下地基固结度计算的可行性,选用文献[3]中的算例进行分析。该算例为位于 Ca' Mello 的筒仓软基工程,软基上施加的荷载随时间的变化规律见图 4 中的外荷载曲线。Favaretti 等[3]对软基沉降进行了现场观测,并通过试验测得了土体固结系数($c_v=0.129\,6\ \mathrm{m^2/d}$)以及加载过程中土体应力应变的变化规律。本文根据文献[3]中的土性指标拟合得到土体双曲线模型的压缩特性参数为:$E_0=270$ kPa,$m=0.9$。设土体所受初始应力为土体

的自重应力,其大小沿深度线性增加。采用本文方法计算地基沉降并与文献[17]的解析解以及文献[3]中实测值进行对比,结果见图4。

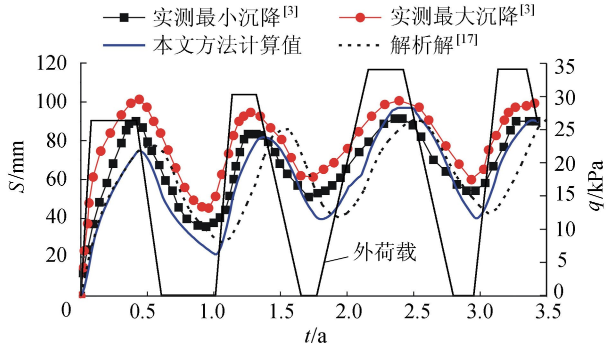

图4 地基沉降曲线

由图4可知,本文方法计算所得沉降曲线的起伏趋势与实测结果基本一致,而文献[17]的解析解沉降曲线则滞后于实测结果,表明本文方法更具有合理性和可行性。

实际上,地基沉降解析解往往都是在标准荷载形式下推导得出的,不能灵活处理实际工程中的变荷载问题。利用文献[17]的理论计算上述软基沉降时,需要将外荷载简化成标准的简谐荷载,这样必然会导致人为误差,从而使理论计算的沉降曲线与实测曲线不同步,而本文方法只需将外荷载的函数表达式输入程序,无论是脉冲荷载、简谐荷载还是多次分级荷载都能够准确模拟,从而减少了荷载形式转换步骤,减小了人为误差,大大简化了地基固结度和沉降的计算过程,且可通过时间维度的分段计算手段,获得较高计算精度,因此具有解析解无法替代的优势。

4 结 论

a. 本文方法可适应各种变荷载情况,能大幅度简化固结计算过程,且可通过在时间维度上分段计算的方法有效提高计算效率,计算结果与传统解析解吻合良好,表明本文方法合理可行。

b. 本文方法考虑了外荷载是时间的函数的情况,可解决实际工程中脉冲荷载、简谐荷载或者多次分级加载条件下地基固结度和沉降计算问题。计算时只需将外荷载的函数表达式输入程序,避免了其他理论计算方法需进行外荷载形式转换的步骤,减小了人为误差,大大简化了地基固结度和沉降的计算过程,因此具有较好的工程应用价值。

参考文献:

[1] SCHIFFMAN R L. Consolidation of soil under time-dependant loading and varying permeability[J]. Highway Research Board Proceedings,1958(37):584-617.

[2] WILSON N E, ELGOHARY M M. Consolidation of soils under cyclic loading[J]. Canadian Geotechnical Journal,1974,11(3):420-423.

[3] FAVARETTI M, MAZZUCATO A. Settlement of a silo subjected to cyclic loading[C]//ASCE. Vertical and Horizontal Deformations of Foundations and Embankments. Reston:John Wiley & Son Ltd.,1994:775-785.

[4] 谢康和,潘秋元. 变荷载下任意层地基一维固结理论[J]. 岩土工程学报,1995,17(5):80-85. (XIE Kanghe, PAN Qiuyuan. One dimensional consolidation theory of arbitray layers under time-dependent loading[J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering,1995,17(5):80-85. (in Chinese))

[5] 赵维炳,施建勇. 软土流变理论及其在排水预压加固分析中的应用[J]. 水利水电科技进展,1996,16(3):12-17. (ZHAO Weibing, SHI Jianyong. Soft soil rheological theory and its application in analysis of drainage preloading[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources,1996,16(3):12-17. (in Chinese))

[6] 赖勇,宋雄伟,施建勇. 土体小应变下的非线性特征试验研究[J]. 河海大学学报(自然科学版),2005,33(3): 306-309. (LAI Yong, SONG Xiongwei, SHI Jianyong. Experimental study on nonlinear behavior of soils at small strains[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2005,33(3):306-309. (in Chinese))

[7] 余湘娟,董卫军,殷宗泽. 软土次固结系数与压力的关系[J]. 河海大学学报(自然科学版),2008,36(1):63-66. (YU Xiangjuan, DONG Weijun, YIN Zongze. Relationship between loads and secondary consolidation coefficients of soft clay soils[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2008,36(1):63-66. (in Chinese))

[8] 何良德,姜晔. 双曲型曲线模型在路基沉降预测中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版),2009,37(2):63-66. (HE Liangde, JIANG Ye. Application of hyperbolic curves to prediction of embankment settlements[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2009,37(2):63-66. (in Chinese))

[9] DAVIS E H, RAYMOND G P. A non-linear theory of consolidation[J]. Geotechnique,1965,15(2):161-173.

[10] BARDEN L, BERRY P. Consolidation of normally consolidated clay[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division,ASCE,1965,91(5):15-35.

[11] 谢康和,周瑾,董亚钦. 循环荷载作用下地基一维非线性固结解析解[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(1):21-26. (XIE kanghe, ZHOU Jin, DONG Yaqin. Analytical solution for one-dimentional onlinear consolidation of soil under cyclic loadings[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2006,25(1):21-26. (in Chinese))

[12] 魏汝龙. 软黏土的强度和变形[M]. 北京:人民交通出版社,1987:120-122.

(下转第35页)

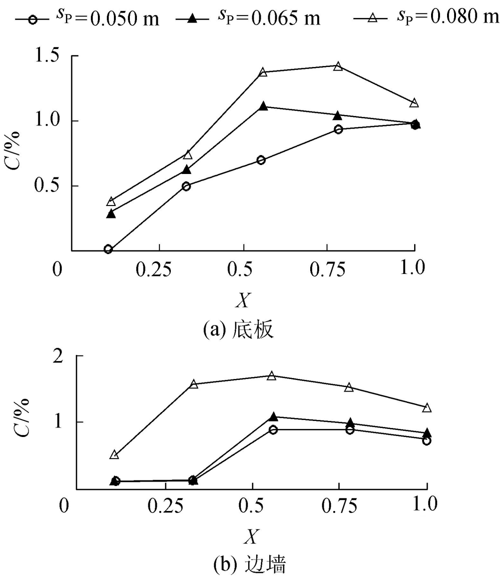

图 8　掺气浓度随尾坎高度的变化

(q=110.00 m^3/(s·m))

洪道上流动的掺气是重要的。

参考文献：

[1] ZARE H K, DOERING J C. Energy dissipation and flow characteristics of baffles and sills on stepped spillways [J]. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 2012, 50(2): 192-199.

[2] CHANSON H. Stepped spillway flows and air entrainment [J]. Journal of Civil Engineering, 1993, 20(3): 422-435.

[3] PFISTER M, HAGER W H, MINOR H E. Bottom aeration of stepped spillways [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 132(8): 850-853.

[4] 吴守荣,张建民,许唯临,等. 前置掺气坎式阶梯溢洪道体型布置优化试验研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2008, 40(3): 37-42. (WU Shourong, ZHANG Jianmin, XU Weilin, et al. Experimental investigation on hydraulic characteristics of flow in the pre-aerator stepped spillways[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2008, 40(3): 37-42. (in Chinese))

[5] QIAN S T. Ski-jump-step energy dissipators [C]// Proceedings of the 35th IAHR World Congress. Madrid: [s. n.], 2013: 1-6.

[6] CHANSON H. The hydraulics of stepped chutes and spillways[M]. Lisse: A A Balkema Publishers, 2002.

[7] 彭勇,张建民,刘善均,等. 前置掺气坎式阶梯溢洪道掺气水深及消能率的计算[J]. 水科学进展, 2009, 20(1): 63-68. (PENG Yong, ZHANG Jianmin, LIU Shanjun, et al. Calculation of aerated water depth and energy dissipation rate of a pre-aerator stepped spillway [J]. Advances in Water Science, 2009, 20(1): 63-68. (in Chinese))

[8] 刘善均,朱利,张法星,等. 前置掺气坎阶梯溢洪道近壁掺气特性[J]. 水科学进展, 2014, 25(3): 401-406. (LIU Shanjun, ZHU Li, ZHANG Faxing, et al. Aeration characteristics for skimming flow along the pre-aerator spillways[J]. Advances in Water Science, 2014, 25(3): 401-406. (in Chinese))

[9] PFISTER M, HAGER W H, MINOR H E. Stepped chutes: pre-aeration and spray reduction[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2006, 32(2): 269-284.

[10] ZAMORA A S, PFISTER M, HAGER W H, et al. Hydraulic performance of step aerator [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 134(2): 127-134.

[11] QIAN S T, WU J H, MA F. Ski jump jet in the ski-jump-step energy dissipater [C]//E-proceedings of the 36th IAHR World Congress. Hague, Netherland: [s. n.], 2015: 1-5.

[12] GUALTIERI C, CHANSON H. Experimental analysis of Froude number effect on air entrainment in the hydraulic jump[J]. Environmental Fluid Mechanics, 2007, 7(3): 217-238.

[13] CHANSON H. Hydraulic jumps: turbulence and air bubble entrainment[J]. La Houille Blanche, 2011(3): 5-16.

[14] HAGER W H, LI D M. Sill-controlled energy dissipator [J]. Journal of Hydraulic Research, 1992, 30(2): 165-181.

(收稿日期:2015-10-12　编辑:骆超)

(上接第 30 页)

[13] 徐少曼. 饱和黏性土地基沉降量计算的规一化曲线法[J]. 岩土工程学报, 1987, 9(4): 70-77. (XU Shaoman. The normalized curve method for the deformation of the saturned clay foundation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, 9(4): 70-77 (in Chinese))

[14] 施建勇,杨立昂,赵维炳,等. 考虑土体非线性特性的一维固结理论研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2001, 29(1): 1-5. (SHI Jianyong, YANG Li'ang, ZHAO Weibing, et al. Research of one-dimensional consolidation theory considering nonlinear characteristics of soil [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2001, 29(1): 1-5. (in Chinese))

[15] 张磊,孙树林. 变荷载下双曲线模型修正土体一维固结理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增刊 2): 4306-4310. (ZHANG Lei, SUN Shulin. One-dimentional consolidation theory based on hyperbola model under time-dependent loading for saturated soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(Sup2): 4306-4310. (in Chinese))

[16] ZHU G, YIN J H. Consolidation of soil under depth-dependent ramp load[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, 35(2): 344-350.

[17] RAHAL M A, VUEZ A R. Analysis of settlement and pore pressure induced by cyclic loading of silo[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(12): 1208-1210.

(收稿日期:2015-04-23　编辑:熊水斌)