

波浪布拉格共振研究进展

郑金海^{1,2}, 余豪丰^{1,2}, 陶爱峰^{1,2}, 范骏^{1,2}, 王懿^{1,2}

(1. 海岸灾害及防护教育部重点实验室(河海大学), 江苏南京 210098;

2. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏南京 210098)

摘要:为给河口海岸防护工程设计和地形演变预测提供科学依据,研究了波浪从外海向近岸传播过程中在一定地形条件下产生的布拉格共振现象。介绍了波浪布拉格共振的定义、特征和研究意义,评述了现场观测、理论研究、水槽试验、数值模拟等4种研究方法的优缺点,总结了波浪布拉格共振类型、低阶共振反射系数公式和高阶共振数值模拟的研究成果,提出了波浪布拉格共振主频下移、不规则波布拉格共振特性、波流相互作用下布拉格共振机理等3个亟待深入研究的课题。

关键词:波浪;布拉格共振;非线性共振;主频下移;波流相互作用;述评

中图分类号:P731.22

文献标志码:A

文章编号:1006-7647(2016)03-0083-05

Research progress in wave Bragg resonance//ZHENG Jinhai^{1,2}, YU Haofeng^{1,2}, TAO Aifeng^{1,2}, FAN Jun^{1,2}, WANG Yi^{1,2}(1. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence (Hohai University), Ministry of Education, Nanjing 210098, China; 2. College of Harbor, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Bragg resonance phenomena, occurring as waves propagating from the sea to shallow water under particular topographic conditions, were studied to provide a scientific basis for the design of estuarine and coastal protection engineering and the forecast of morphodynamic evolution. The definition and characteristics of wave Bragg resonance as well as the significance of research are introduced, and the pros and cons of four approaches for study of the phenomena are reviewed, including field observation, theoretical analysis, numerical simulation, and experimental investigation. Major achievements regarding the types of wave Bragg resonance, the formulas of the low-order resonance reflection coefficient, and high-order resonance numerical simulation are summarized. Three important topics for further intensive study are proposed, including the negative drift of dominant frequency, the characteristics of the irregular wave Bragg resonance, and the generation mechanism of Bragg resonance under wave-current interactions.

Key words: wave; Bragg resonance; nonlinear resonance; negative drift of dominant frequency; wave-current interaction; review

外海波浪传入近岸浅水区域时,一部分波浪能量会被海底地形反射,另一部分波浪能量则从地形上方继续向岸传播。1973年,Long^[1]通过联合北海波浪项目的实测数据,分析了表面重力波通过不规则海底地形的情形,研究了当地复杂地形对表面重力波的反射程度。1982年,Davies^[2]发现许多海岸存在一系列的沿岸平行沙波,当特定波长的表面重力波通过这些周期性连续正弦型沙波时,波浪与地形将产生共振现象。虽然沙波波高并不大,但由于两者的共振作用会使得表面重力波大幅反射。Davies引入固体物理学中的布拉格反射原理对其进行了解释,将该现象称为流体力学中的布拉格共振。由于周期性起伏地形引起的布拉格共振现象对于海岸防护工程具有重要价值,越来越多的科研人员开始对这种共振现象产生兴

趣,并对其工程应用展开研究。

1 波浪布拉格共振的定义和特征

波浪布拉格共振是指在有限水深下,当表面重力波通过周期性连续的正弦沙波地形时,若沙波间距为表面重力波波长一半的整数倍时,波浪与地形将发生共振,此时表面重力波的反射最强。布拉格共振是1915年布拉格父子用X射线研究两平行晶体结构时所发现的现象,当晶体间距为X射线波长一半的整数倍时,X射线的反射最强。波浪和X射线的布拉格共振的本质都是波列的相长干涉。

Davies等^[3]基于正则摄动法对周期性固定正弦地形上波浪布拉格共振的二维特征进行了理论描述,指出在线性规则波和有限个沙波地形条件下,波

浪的反射系数取决于波长和沙波地形间隔的比例,当两者比例为 2:1 时发生共振且反射系数最强。反射波的波幅随沙波数量呈线性增长趋势,且反射系数与沙波波幅和水深的比值呈正比。他们将整个共振波场划分为两块,地形上方称为“近域波场”,地形两侧称为“远域波场”,在共振条件下,近域波场以及地形前方的远域波场会出现立波,将会影响地形前方的泥沙运动,加速可侵蚀性海床的变化,这为沙波成长机制的研究提供了科学依据。

2 波浪布拉格共振的研究意义

传统的海岸防护工程以海堤直接阻挡波浪,消波作用明显,但由于堤身直接承受全部的波浪荷载且堤前立波或不完全立波对堤脚冲刷剧烈,这些都可能工程有效使用寿命的缩短。传统海堤在挡浪的同时,还挡水挡沙,可能引起地形演变并阻碍人们的亲水需求。20 世纪 80 年代逐渐兴起不露出水面的潜堤,既能反射部分波浪,还能允许部分水流和泥沙透过。然而由于其工作原理仍然是靠堤身反射和堤顶碎波,现有的潜堤堤顶高程仍然在平均低潮位附近,无法满足通航要求,且堤脚冲刷仍然严重。基于布拉格共振的基本思想,可以通过设计堤顶高程低于平均低潮位的系列潜堤实现消浪效果。这种新型潜堤不影响海水交换和小型船舶通航,而且堤上容易长出苔藓,吸引浮游生物的聚集,对海岸生态环境有较好的维护作用。郭金栋等^[4]探讨了这类潜堤的应用价值,认为其不失为一种多效益兼顾的海岸防护工程。不少学者针对这类潜堤的结构形式、尺寸和布设方案等开展了研究,研究方法主要以波浪水槽试验和数值模拟方法为主,其中数值模拟方法以基于势流理论的缓坡方程为主。Hsu 等^[5]、蔡立宏^[6]、Wen 等^[7]、江鸣^[8]分别研究了不同的潜堤形状、海床坡度、堤高、堤宽、堤数等参数对共振反射系数的影响,Wen 等^[7]通过 16 000 多组算例结果回归出反射系数的经验公式。罗恒^[9]利用系列矩阵法改进计算了三角形、梯形、半余弦形系列潜堤反射系数的解析解,并就长波条件下潜堤的高度和宽度计算出最优配置曲线。曾慧丹^[10]在此基础上补充了抛物线形潜堤的情形,在其研究中提及了全波谱的概念,但并非随机波浪波谱,而是指频率范围较宽的单频入射波。

天然沙波上的波浪布拉格共振对河口海岸动力地貌过程也有着重要影响。Elgar 等^[11]在 Cape Cod Bay 海域的实测资料显示有约 20% 的入射波能被天然沿岸平行沙波反射,布拉格共振还会影响海岸及近海域的波谱演化,促进稳定的沿岸沙坝的形成。Renaud 等^[12]发现共振产生的立波会对船舶安全造

成重要影响。Babcock 等^[13]认为共振作用还可能引发背景水动力场的脉动噪音,可能引发深海区域的微震。我国各大江河口都分布着大面积的沙波群,杨世伦等^[14]、李近元等^[15]、孙杰等^[16]分别对我国长江口南支南港巷道、黄河口莱州湾以及珠江口内伶仃岛附近的沙波群的尺度和分布进行了实测统计,沙波波长从微型沙波的 2~3 m 到大型沙波的 200~300 m 都有出现,在浪、潮、流多动力因素耦合影响下,复杂地形上的波浪布拉格共振对临近水域的泥沙运动与地形演变都可能产生重要影响。

3 波浪布拉格共振研究的主要进展

3.1 研究方法

波浪布拉格共振现象的研究方法主要有现场观测、理论解析、水槽试验和数值模拟等 4 种。

a. 现场观测法。该方法是在大面积沿岸平行沙波群位置设立波浪测量点,同时对海底沙波尺度进行实测,统计分析实测资料并计算波浪反射系数。现场实测资料是理论解析、水槽试验和数值模拟方法得以顺利开展的必要基础。Davies 等^[3]对布拉格共振的分析就是以 1975 年 Short^[17]针对沿岸短平行沙波的实测资料为基础而展开的。然而现场实测耗时耗力且具有一定的危险性,同时需要大量资金或工程背景为基础才能得以展开,我国尚缺乏对天然海域波浪布拉格共振的专门现场观测。对于新型潜堤,工程建成后的波浪布拉格共振反射效果同样需要现场实测,并与相关远近海域的实测海浪谱进行对比分析。

b. 理论解析法。该方法主要利用包括多重尺度展开法在内的摄动方法对带有特定边界条件的非线性势波方程进行线性化,进而推导主频条件和非主频条件下的反射系数公式,解释波浪布拉格共振的现象及其原因,初步揭示基本物理机制,为思考并推导高阶解,以及全面认识布拉格共振现象做好铺垫。理论解析方法不仅要求研究者具有娴熟的数学推理能力,还要有清晰的物理概念,以便在推导过程中提出合理的假设,进行必要的简化。现有针对波浪布拉格共振的理论解析研究,往往忽略了部分甚至全部的非线性项,使得结论只能揭示较低阶共振机制,难以解释高阶布拉格共振现象。

c. 水槽试验法。水槽试验法对波浪布拉格现象的实现和测量比现场观测法经济方便,还可以排除真实海域里的干扰因素。由于布拉格共振研究方面实测资料较少,并且实测数据中非线性因素多而杂,并不适用于验证理论解析解的正确性,因而现有低阶共振的理论解析结果一般都用水槽试验进行验证。Heathershaw^[18]通过水槽试验对 Davies 的第一

类布拉格共振理论进行了验证,并考察了共振作用对沙波成长机制的影响。Guazzelli 等^[19]、Belzons 等^[20]和 Magne 等^[21]也分别对第二类和第三类布拉格共振的特性进行过试验验证。然而,由于研究高阶布拉格共振现象的物理试验对水槽和测量仪器都有较高的要求,相关成果鲜有报道。

d. 数值模拟法。随着现代计算机能力的提高和波浪模型数值算法的发展,利用数值模拟方法对各种波浪传播过程进行复演和预测已经逐渐成为一种常用的研究手段,也成为高阶非线性布拉格共振研究的主流。基于拓展的缓坡方程运算、连续应用矩阵法、高阶谱方法、VOF 模型等都在布拉格共振的研究中得到应用,模型的理论基础及数值算法各有不同。以 Dommermuth 等^[22-23]提出的高阶谱方法为例,该方法不仅能够分析大量子波的演变过程,还能考虑子波间任意高阶的非线性相互作用,且能够以指数收敛的效率模拟波浪和地形的相互作用。

3.2 主要研究成果

3.2.1 共振类型

在 1985 年 Heathershaw 等^[24]提出正向入射波通过单一周期系列正弦地形的布拉格共振理论解析公式的基础上,Guazzelli 等^[19]、Liu 等^[25]都曾提出高阶布拉格共振的共振条件。目前通常根据共振条件将波浪布拉格共振划分为三类。

第一类布拉格共振集中于三波二阶相互作用。三波指入射表面波、反射表面波和一个单频的地形波,二阶是指分析结果限于表面波一阶加地形波的一阶,这种共振现象其实是线性共振。第二类布拉格共振的沙波地形由两个不同频率的正弦波组成,与表面入射波、表面反射波组成四波三阶相互作用,三阶是指自由表面波一阶和地形波两阶。由于地形波的非线性影响,布拉格共振的频带会变宽,两个地形波的差频也会有相应的次谐表面波反射。第三类布拉格共振同样是四波三阶相互作用,但四波是指三个表面波和一个地形波,三阶是指表面波两阶加地形波一阶。由于自由表面波成分的增加,将同时存在次谐波和超谐波,使布拉格共振特性更加复杂。三类布拉格共振的共振条件见表 1。

表 1 三类布拉格共振的共振条件

共振分类	共振条件	
	表面波与沙波波数关系	表面波频率关系
第一类布拉格共振	$k_1 \pm k_2 \pm k_r = 0$	$w_1 \pm w_2 = 0$
第二类布拉格共振	$k_1 \pm k_2 \pm k_{r1} \pm k_{r2} = 0$	$w_1 \pm w_2 = 0$
第三类布拉格共振	$k_1 \pm k_2 \pm k_3 \pm k_r = 0$	$w_1 \pm w_2 \pm w_3 = 0$

注: k_1, k_2, k_3 为表面波波数; k_r, k_{r1}, k_{r2} 为沙波波数; w_1, w_2, w_3 为表面波圆频率。下标 1, 2, 3 代表不同波数的表面自由波,下标 $r, r1, r2$ 分别代表不同波长的底部沙波。

3.2.2 低阶共振的反射系数公式

Davies^[2]利用正则摄动法直接解析得到有限沙波数下的反射系数公式,但在无限个沙波时主频的反射系数并不收敛。Mei^[26]通过多重尺度展开法对主频反射系数公式进行了修订,Hara 等^[27]将理论拓展到二阶,Mei 等^[28]利用该理论研究波浪斜向入射和斜坡底床情形下的低阶共振机理。Miles^[29]对拉普拉斯方程式积分,解析出等水深底床因微小高度变化所造成的反射系数公式。Rey 等^[30]基于拓展的多重尺度展开法研究了第二类布拉格共振特性,就一阶展开和二阶展开的情形分别给出了解析公式,并讨论了次谐波共振问题。

3.2.3 高阶共振的数值模拟

Kirby^[31]基于缓坡方程模拟了“近域波场”中表面波的一般方程,同时考虑了波浪斜向入射、斜坡底床和水深变化等条件的影响,并将所得结论与 Mei 等^[28]的理论结果以及 Davies 等^[3]的试验数据进行了对比,反射系数的结果基本一致,但模拟结果的主频相对于理论值存在一定程度的下移量,并且与试验结果也不一致。Porter 等^[32]基于同样的理论建立了三维模型,验证了布拉格共振在双周期性起伏地形也会产生,发现一种给定模态的入射波会产生不符合 Snell 定律的不同模态的反射波,使得发生布拉格共振的条件更具多样性。O’Hare 等^[33]将连续应用矩阵法模型与 Kirby 模型进行了对比,认为连续应用矩阵法模型运算效率更高,但在主频点和次主频点的模拟上存在精度不高的问题。Dalrymple 等^[34]利用边界积分法也做出模拟,所得结果和 Mei 等^[28]的理论结果以及 Davies 等^[3]的试验数据相比同样有较好的相似性。

Liu 等^[35]将高阶谱方法引入布拉格共振的数值计算中,得到反射系数的数值解。将波陡控制在线性理论可以接受的范围内,通过改变波浪周期,以表面波波数与沙波波数的比值为变量,探讨了布拉格共振的部分非线性特性。Alam 等^[36]以此为基础,探讨了第三类布拉格共振特性,指出共振中将产生次谐波和超谐波,这些次生波被岸滩反射后加剧了近岸波浪的复杂程度。

4 研究展望

由于河口海岸水域波浪布拉格共振的复杂性及研究方法的局限性,仍然存在诸多亟待解决的问题,主要包括共振主频下移、不规则波布拉格共振特性、波流相互作用下布拉格共振机理等。

4.1 波浪布拉格共振的共振主频下移

对于给定的周期性起伏地形,发生最强布拉格

共振时相应表面波的频率称为共振主频,其精确计算是实际工程中应用波浪布拉格共振达到最理想消浪效果的关键,所以理论研究主要集中在共振主频的讨论以及主频反射系数的计算两方面。迄今为止,研究只能得出线性规则波条件下波浪主频反射系数的理论解析解。然而该解析理论依然离不开 Davies 理论最初的假设^[2],即线性规则波和有限个沙波地形满足线性波浪理论的条件。大量的物理模型试验和数值模拟,如 Heathershaw 等^[24]的物理模型试验结果与 Liu 等^[25]基于高阶谱方法的数值计算结果都表明,通过共振条件计算得出的布拉格共振主频普遍存在着下移现象。Liu 等^[25]在数值模拟中增大沙波非线性后,发现主频下移的现象更加明显,并初步分析了该现象的产生机制,其将主频下移的原因归结于高阶边界效应的影响,即诸如表面波波陡、沙波波陡、水深条件等因素不能严格满足线性理论的假设,使得共振波谱的主频产生了下移。然而,这一结论还有待系统的试验数据的支持,且各种非线性因素的独立影响乃至多因素的耦合作用将使共振主频产生何种程度的下移尚无定论。

4.2 不规则波的布拉格共振特性

不规则波作用下波浪布拉格共振的复杂性,使其在理论解析和物理试验模拟方面都难以开展研究。Hsu 等^[37]提出了一套将 Boussinesq 方程应用到布拉格共振中的数值模型。柯拓宇^[38]以演进型缓坡方程为基础,对不规则波作用下复合式矩形潜堤布拉格共振进行了数值模拟,并提出了潜堤布置建议。林詹翰等^[39]基于边界积分法以 JONSWAP 谱为例数值模拟了梯形和矩形系列潜堤上的不规则波布拉格共振。然而,人们对不规则波布拉格共振机理的认识尚不够清晰,波谱特性、沙波形式等对布拉格共振的影响机制及影响程度都需要开展大量的工作去研究解决。

4.3 波流相互作用下的布拉格共振机理

在河口海岸水域,存在着水流、岸滩反射波、海床蚀积等多种动力因素,使得波浪布拉格共振的发生机理更加复杂。Kirby^[40]基于多重尺度展开理论,初步分析了同向水流对布拉格共振的影响,指出同向恒定流会使共振主频产生下移,峰值变大。Magne 等^[21]进行了波流共同作用的布拉格共振相关试验,但试验仅为印证 Kirby 的理论结果而展开。Yu 等^[41]认为岸滩反射波反向通过沙波地形时,若满足一定条件,反而有可能使沙波地形前的波浪得到增强。Belibassakisa 等^[42-43]提出了模式耦合模型研究波浪、水流、地形三者相互作用,可以较好地模拟二维地形和简单沿岸剪切流条件下的波浪布拉格

共振,并提出了缓坡剪切方程。但对于三维条件、复杂水流条件、非线性影响的波流相互作用下的布拉格共振数值模拟还有待进一步研究,已有的模型模拟结果尚缺乏试验资料的支持。目前对于波浪、水流和沙波地形共存的布拉格共振机制的认识还处于初级阶段,系统性的试验证明和理论分析都亟待展开。

5 结 语

本文评述了关于波浪布拉格共振研究的现场观测、理论研究、水槽试验、数值模拟等 4 种方法的优缺点,总结了波浪布拉格共振类型、低阶共振反射系数公式和高阶共振数值模拟方面的主要研究成果。认为现场实测资料是开展理论研究、水槽试验和数值模拟研究的基础,由于现场观测技术难度较大、成本昂贵且具有一定的危险性,相关研究成果较少;理论解析法以多重尺度展开法为基础,低阶线性布拉格共振方面的理论解析研究已趋于完善;水槽试验为低阶共振的理论解析研究提供验证数据,但二者在高阶共振方面的研究成果不多;数值模拟方法具有高效运算能力,在高阶布拉格共振研究中得到广泛应用,研究成果较多,然而对于布拉格共振主频下移等非线性机制问题的研究还有待深入细致地开展。

针对河口海岸水域波浪布拉格共振的复杂性,急需深入研究波浪布拉格共振主频下移、不规则波布拉格共振特性、波流相互作用下布拉格共振机理等 3 个问题,为其在河口海岸开发与保护的工程应用提供科学依据。

参考文献:

- [1] LONG R R. Scattering of surface waves by an irregular bottom[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1973, 78: 7861-7870.
- [2] DAVIES A G. On the interaction between surface waves and undulations on the seabed[J]. *Journal of Marine Research*, 1982, 40(2): 331-368.
- [3] DAVIES A G, HEATHERSHAW A D. Surface-wave propagation over sinusoidally varying topography[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1984, 144: 419-443.
- [4] 郭金栋, 陈文俊, 陈国书. 双列潜堤对海滩防治效益之研究[C]//第二十一届海洋工程研讨会论文集. 北京:海洋出版社, 1999: 307-313.
- [5] HSU T, CHANG H, TSAI L. Bragg reflection of waves by different shapes of artificial bars[J]. *China Ocean Engineering*, 2002, 16: 343-358.
- [6] 蔡立宏. 波浪通过系列潜堤之布拉格反射研究[D]. 台南:成功大学, 2003.
- [7] WEN C, TSAI L. Numerical simulation of Bragg reflection based on linear waves propagation over a series of rectangular seabed[J]. *China Ocean Engineering*, 2008, 22(1): 71-86.
- [8] 江鸣. 波浪通过系列矩形潜堤的数值模拟[D]. 天津:

- 天津大学, 2001.
- [9] 罗恒. 长波条件下三角形、梯形和半余弦布拉格潜堤的优化配置[D]. 南宁: 广西民族大学, 2013.
- [10] 曾慧丹. 全波谱条件下三类布拉格防波堤的最优配置[D]. 南宁: 广西民族大学, 2014.
- [11] ELGAR S, RAUBENHEIMER B, HERBERS T H C. Bragg reflection of ocean waves from sandbars [J]. *Geophysical Research Letters*, 2003, 30(1): 161-164.
- [12] RENAUD M, REZENDE F, WAALS O, et al. Second-order wave loads on a LNG carrier in multi-directional waves[C]//Proceedings of 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. Estoril: ASME, 2008: 363-370.
- [13] BABCOCK J M, KIRKENDALL B A, ORCUTT J A. Relationships between ocean bottom noise and the environment[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1994, 84: 1991-2007.
- [14] 杨世伦, 张正惕, 谢文辉, 等. 长江口南港航道沙波群研究[J]. *海洋工程*, 1999, 17(2): 79-88. (YANG Shilun, ZHANG Zhengti, XIE Wenhui, et al. A study of sandwaves in the south channel of the Yangtze Estuary [J]. *The Ocean Engineering*, 1999, 17(2): 79-88. (in Chinese))
- [15] 李近元, 范奉鑫, 徐涛, 等. 莱州湾东部沙波地貌分布特征及其形成演化[J]. *海洋科学*, 2011, 35(7): 51-54. (LI Jinyuan, FAN Fengxin, XU Tao, et al. The distribution characteristics and evolution of the sand wave in the east of Laizhou Bay [J]. *Marine Sciences*, 2011, 35(7): 51-54. (in Chinese))
- [16] 孙杰, 詹文欢, 贾建业, 等. 珠江口海域灾害地质因素及其与环境变化的关系[J]. *热带海洋学报*, 2010, 29(1): 104-110. (SUN Jie, ZHAN Wenhuan, JIA Jianye, et al. Hazardous geology and its relationship with environmental evolution in the Pearl River Estuary [J]. *Journal of Tropical Oceanography*, 2010, 29(1): 104-110. (in Chinese))
- [17] SHORT A D. Multiple offshore bars and standing waves [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1975, 80: 3838-3840.
- [18] HEATHERSHAW A D. Seabed-wave resonance and sand bar growth [J]. *Nature*, 1982, 296(25): 343-345.
- [19] GUAZZELLI E, REY V, BELZONS M. Higher-order Bragg reflection of gravity surface waves by periodic beds [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 245: 301-317.
- [20] BELZONS M, REY V, GUAZZELLI E. Subharmonic Bragg resonance for surface water waves [J]. *Europhysics Letters*, 1991, 16(2): 189-194.
- [21] MAGNE R, REY V. Measurement of wave scattering by topography in the presence of currents [J]. *Physics of Fluid*, 2005, 17: 1-8.
- [22] DOMMERMUTH D G, YUE D K P. A higher-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 184: 267-288.
- [23] DOMMERMUTH D G, YUE D K P. The nonlinear three-dimensional waves generated by a moving surface disturbance [M]. Washington D. C.: National Academy Press, 1988: 103-129.
- [24] HEATHERSHAW A D, DAVIES A G. Resonant wave reflection by transverse bedforms and its relation to beaches and offshore bars [J]. *Marine Geology*, 1985, 62(3): 321-338.
- [25] LIU Y, YUE D K P. On generalized Bragg scattering of surface waves by bottom ripples [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 356: 297-326.
- [26] MEI C C. Resonant reflection of surface water waves by periodic sandbars [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 152: 315-335.
- [27] HARA T, MEI C C. Bragg scattering of surface waves by periodic bars: theory and experiment [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 178: 221-241.
- [28] MEI C C, HARA T, NACIRI M. Note on Bragg scattering of water waves by parallel bars on the seabed [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 186: 147-162.
- [29] MILES J W. Weakly nonlinear Kelvin-Helmholtz waves [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 172: 513-529.
- [30] REY V, GUAZZELLI E, MEI C C. Resonant reflection of surface gravity waves by one dimensional doubly sinusoidal beds [J]. *Physics of Fluids*, 1996, 8(6): 1525-1530.
- [31] KIRBY J T. A general wave equation for waves over rippled beds [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 162: 171-186.
- [32] PORTER R, PORTER D. Interaction of water waves with three-dimensional periodic topography [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 434: 301-335.
- [33] O' HARE T J, DAVIES A G. A comparison of two models for surface-wave propagation over rapidly varying [J]. *Applied Ocean Research*, 1993, 15(1): 1-11.
- [34] DALRYMPLE R A, KIRBY J T. Water waves over ripples [J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 1986, 112(2): 309-319.
- [35] LIU Y, DOMMERMUTH D G, YUE D K P. A high-order spectral method for nonlinear wave-body interactions [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 245: 115-136.
- [36] ALAM M R, LIU Y, YUE D K P. Oblique sub-and super-harmonic Bragg resonance of surface waves by bottom ripples [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 643: 437-447.
- [37] HSU T, HSIAO S, OU S, et al. An application of Boussinesq equation to Bragg reflection of irregular waves [J]. *China Ocean Engineering*, 2007, 34: 870-883.
- [38] 柯拓宇. 不规则波浪作用下之布拉格共振[D]. 台南: 成功大学, 2007.
- [39] 林詹翰, 唐宏结, 黄材成. 不规则波通过系列潜堤之布拉格共振数值研究[C]//第十届水下技术研讨会暨国科会成果发表会. 高雄: [s. n.], 2008.
- [40] KIRBY J T. Current effects on resonant reflection of surface water waves by sand bars [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1988, 186: 501-520.
- [41] YU J, MEI C C. Do longshore bars shelter the shore [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 404: 251-268.
- [42] BELIBASSAKISA K A. A coupled-mode model for the scattering of water waves by shearing currents in variable bathymetry [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 578: 413-434.
- [43] BELIBASSAKISA K A, GEROSTATHIS B T P, ATHANASSOULISA G A. A coupled-mode model for water wave scattering by horizontal, non-homogeneous current in general bottom topography [J]. *Applied Ocean Research*, 2011, 33: 384-397.

(收稿日期: 2015-08-31 编辑: 骆超)