

基于 SPH-ALE 方法的波浪水槽数值模拟

李雪临,路 宽,韩林生,王 静,王花梅,石建军,朱 锐

(国家海洋技术中心,天津 300112)

摘要:为了精确模拟波浪传播,基于光滑粒子流体动力学及任意拉格朗日欧拉(SPH-ALE)方法建立二维数值波浪水槽,在原 SPH 方法中引入近似黎曼求解器替代人工黏性项,采用排斥力边界条件防止流体粒子穿透固边界,海绵层内采用指数型衰减函数来消除水槽末端的波浪反射,并对规则波的传播进行数值模拟。结果表明:与采用人工黏性项的原 SPH 方法相比,SPH-ALE 方法能够无衰减地模拟波浪传播,并可有效减小固边界附近的粒子压力振荡。

关键词:波浪传播;光滑粒子;流体动力学;任意拉格朗日欧拉方法;数值模拟;波浪水槽;排斥力边界条件;海绵层

中图分类号:TV139.2 文献标志码:A 文章编号:1006-7647(2016)06-0039-05

Numerical simulation of wave flume based on SPH-ALE method//LI Xuelin, LU kuan, HAN Linsheng, WANG Jing, WANG Huamei, SHI Jianjun, ZHU Rui(*National Ocean Technology Center, Tianjin 300112, China*)

Abstract: In order to simulate wave propagation accurately, a two-dimensional numerical wave flume was constructed based on the smoothed particle hydrodynamics and arbitrary Lagrange Euler (SPH-ALE) method. An approximate Riemann solver was introduced to replace the artificial viscosity in the standard SPH model. The repulsive force boundary condition was used at the solid wall to prevent fluid particles from penetrating the solid boundary. The exponential damping function was used in the sponge layer to eliminate wave reflection at the end of the flume. The regular wave propagation was simulated in the constructed wave flume. The results show that, in comparison with the standard SPH method using artificial viscosity, the SPH-ALE method can simulate the wave propagation without attenuation and effectively reduce the pressure fluctuations near the solid boundaries.

Key words: wave propagation; smoothed particle; hydrodynamics; arbitrary Lagrange Euler method; numerical simulation; wave flume; repulsive force boundary condition; sponge layer

光滑粒子流体动力学(SPH)方法因其无网格、自适应以及拉格朗日性质,不需要特殊处理即可实现对复杂自由表面的精确模拟,特别适用于处理含大变形自由表面的流体动力学问题。Monaghan^[1]于1994年首次将SPH方法应用于自由表面流动的数值模拟。Doring等^[2]采用SPH方法研究了楔体入水和波浪与方箱的相互作用问题,模拟得到的楔体入水过程中垂向加速度和角加速度的历时曲线与实验结果吻合较好;Padova等^[3]对不同 Ursell 数对应的非线性波和 JONSWAP 谱对应的随机波在规则或不规则底坡上的传播和崩破、卷破、破碎进行了SPH数值模拟和物理模型试验研究,探讨了不同的人工黏性经验系数和粒子初始间距与光滑长度之比对计算精度和效率的影响;高睿等^[4]建立了求解孤立波沿斜坡传播、变形和破碎的数值模型,分析了孤

立波浅化过程中波面、波高的变化特征以及波浪的不同破碎形态;郑兴等^[5]提出了二阶精度近似的SPH方法(K2_SPH),并对溃坝、涌浪和大幅液舱晃动等强非线性自由表面问题进行了研究,验证了K2_SPH方法在计算精度上的提升。以上研究中动量方程的扩散项均采用 Monaghan 提出的人工黏性项,但在利用数值波浪水槽研究波浪传播及其与结构物的相互作用时,人工黏性在大多数情况下往往因耗散过度而造成波浪传播过程的能量衰减^[6],限制了此类SPH方法的应用。

为了避免人工黏性耗散性的影响,任冰等^[7]基于 Parshikov 等^[8]提出的 Godunov 型粒子动力学(GPH)方法,在修正的SPH方法(CSPM)中引入近似黎曼解,对动量方程的压力梯度项进行修正,并合理设置结构物的冲击边界,利用所建立的二维数值

波浪水槽模拟了规则波对浪溅区结构物的冲击过程,并利用物理模型试验结果进行了验证。由于不需要人工黏性来保持数值稳定,波浪传播过程中的能量衰减较小,同时可减少压力场的数值噪音。Vila^[9]将任意拉格朗日-欧拉方法与 SPH 方法相结合,提出另一种混合的 SPH-ALE 方法,同样引入近似黎曼解替代人工黏性,该方法采用守恒变量描述控制方程,与采用原始变量的 Parshikov 方法相比具有更小的数值振荡。

本文基于 Vila 提出的 SPH-ALE 方法建立数值波浪水槽,采用排斥力边界条件防止流体粒子穿透固边界,采用海绵层消波技术消除水槽末端的波浪反射,利用所建立的二维数值波浪水槽对规则波的传播进行了数值模拟,并与采用人工黏性的原 SPH 方法的计算结果进行了对比。

1 数值模型

主要对比采用人工黏性项的 SPH 模型和采用守恒变量描述的 SPH-ALE 模型。两种模型采用相同的边界条件和时间积分算法,主要区别在于控制方程中的连续方程和动量方程。计算程序是在 SPHysics^[10]的基础上进行二次开发。

1.1 控制方程的离散

1.1.1 连续方程和动量方程

a. SPH 方法

采用人工黏性项的 SPH 粒子近似方程为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \\ \frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla W_{ij} \\ \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \nabla W_{ij} + \mathbf{g} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r}$ 为粒子位置; $\mathbf{v}$ 为粒子速度; ρ 为粒子密度; m 为粒子质量; P 为粒子压力; $\mathbf{g}$ 为重力加速度; W_{ij} 为光滑核函数; i, j 分别代表相互作用的两个粒子。人工黏性项 Π_{ij} 为

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} -\frac{\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} \mu_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} < 0 \\ 0 & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\mu_{ij} = \frac{h \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\mathbf{r}_{ij}^2 + \lambda^2}$ $\lambda^2 = 0.01h^2$

式中: h 为光滑长度; $\bar{c}_{ij}$ 为平均声速, $\bar{c}_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}$; $\bar{\rho}_{ij}$ 为

平均密度, $\bar{\rho}_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}$; $\mathbf{v}$ 为自由参数。

b. SPH-ALE 方法

Vila 考虑求解相互作用的两个粒子间的一维黎

曼问题,SPH 中引入近似黎曼解,推导得到采用守恒变量描述的 SPH-ALE 方程为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}_i) \\ \frac{d\omega_i}{dt} = \omega_i \sum_j \omega_j (\mathbf{v}_0(\mathbf{r}_j) - \mathbf{v}_0(\mathbf{r}_i)) \cdot \nabla W_{ij} \\ \frac{d(\omega_i \rho_i)}{dt} + \omega_i \sum_j \omega_j 2\rho_{A,ij} (v_{A,ij} - v_0(\mathbf{r}_{ij}, t)) \cdot \nabla W_{ij} = 0 \\ \frac{d(\omega_i \rho_i \mathbf{v}_i)}{dt} + \omega_i \sum_j \omega_j 2[\rho_{A,ij} \mathbf{v}_{A,ij} \otimes (\mathbf{v}_{A,ij} - \mathbf{v}_0(\mathbf{r}_{ij}, t)) + p_{A,ij}] \cdot \nabla W_{ij} = \omega_i \rho_i \mathbf{g} \end{cases} \quad (3)$$

式中: ω_i 是粒子 i 的体积;下标 A 代表两粒子间界面处的近似黎曼解,下标 0 代表场值。与 SPH 方程不同的是,由于 $\frac{d(\omega_i \rho_i)}{dt} = \frac{dm_i}{dt} \neq 0$,因此粒子质量并不是恒定的。

本文采用 HLLC(Harten Lax van Leer constant)近似黎曼求解器求解两粒子接触不连续的一维黎曼问题,采用二阶迎风格式 MUSCL(monotone upstream centered schemes for conservation laws)^[11],利用斜率限制器 β 重构粒子间界面两侧的状态并计算界面处通量,避免了 Godunov 一阶迎风格式的耗散性,从而具有更高的计算精度。

SPH-ALE 方法的主要优点是能够有效减小流体粒子的压力和速度振荡^[12]。由于不需要采用人工黏性项保持数值稳定性,该方法可有效地减少数值耗散,能更精确地模拟波浪传播及压力场,从而精确预测作用于结构物上的波浪力。

1.1.2 状态方程

在弱可压缩流体 SPH 方法中,采用 Tait 状态方程计算粒子压力:

$$P_i = B \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (4)$$

其中

$$B = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma}$$

式中: γ 为绝热指数; c_0 为参考密度 ρ_0 下的声速。由于弱可压缩条件的限制,声速应为流体最大速度的 10 倍以上,以保证流体密度的变化在 1% 以内。

1.1.3 XSPH 方法

Monaghan^[13]提出的 XSPH 方法能够保持粒子有序,经修正后粒子的速度由式(5)表示:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i + \varepsilon \sum_j \frac{m_j (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)}{\bar{\rho}_{ij}} W_{ij} \quad (5)$$

式中参数 ε 可取 0.5。XSPH 方法使粒子 i 的速度更接近于其附近粒子的平均速度。

1.2 边界条件

1.2.1 排斥力边界条件

采用由 Monaghan 等^[14]提出、Rogers 等^[15]修正的排斥力边界条件,能有效防止流体粒子穿透固壁,且易于处理复杂边界。边界粒子施加在流体粒子上、沿固边界法线方向的作用力为

f = nR(ψ)P(ξ)ε(z,u⊥) (6)

式中:n 为边界粒子处的法向量;ψ 为流体粒子到固边界的垂直距离,ξ 为流体粒子与边界粒子确定的向量在该边界粒子处切向的投影,边界粒子处的法向量和切向量由与其相邻的边界粒子坐标来确定;u⊥ 为流体粒子速度在固边界法向上的投影。

1.2.2 造波边界条件

在 SPH 方法中通过给定运动固边界粒子的位移和速度,模拟造波板生成目标波浪。本文采用推板式造波,生成线性规则波时造波板粒子的水平位移 X_p 和速度 U_p 分别如式(7)和式(8)所示:

X_p = S/2 sin ωt (7)

U_p = S/2 ω cos ωt (8)

式中:S 为推板冲程;ω 为波浪圆频率。

1.2.3 海绵层消波

采用类似于网格法的海绵层消波技术,在数值水槽末端设置一定长度的海绵层(至少一个波长)吸收反射波,选择指数型衰减函数^[16]对位于海绵层内的流体粒子速度进行衰减,衰减函数形式如式(9)所示:

f(x) = 1 - exp(-α(L_s - (x - x₀))) (9)

式中:L_s 为海绵层长度;x₀ 为海绵层起始位置坐标;α 为衰减系数,针对具体问题通过数值试验合理确定。

1.3 时间积分算法

本文采用的 Symplectic 时间积分算法在无摩擦或无黏性情况下具备时间可逆性^[17],非常适合应用于无网格粒子法。Symplectic 算法在半个时间步后粒子密度和位置为

{ ρ_i^{n+1/2} = ρ_iⁿ + Δt/2 dρ_iⁿ/dt; r_i^{n+1/2} = r_iⁿ + Δt/2 dr_iⁿ/dt (10)

式中上标表示时间步。由 ρ_i^{n+1/2} 可计算压力 P_i^{n+1/2},进而计算 dv_i^{n+1/2}/dt,最终得到整个时间步后的粒子速度和位置:

{ v_iⁿ⁺¹ = v_i^{n+1/2} + Δt/2 dv_i^{n+1/2}/dt; r_iⁿ⁺¹ = r_i^{n+1/2} + Δt/2 v_i^{n+1/2} (11)

接着,可由 v_iⁿ⁺¹ 和 r_iⁿ⁺¹ 计算 dρ_iⁿ⁺¹/dt 得到 ρ_iⁿ⁺¹^[18],进而计算压力 P_iⁿ⁺¹。

2 波浪传播的数值模拟

2.1 计算参数设置

数值计算域如图 1 所示。数值水槽的长度 L = 17 m,推板式造波机位于水槽左端,距离水槽左边界 0.1 m,入射波为规则波,波高 H = 0.1 m,周期 T = 1.5 s,波长 L_w = 2.83 m。水槽右端设置长度 L_s = 3 m 的海绵层以防止波浪反射,衰减系数取 α = 3.0。水槽内水深 d = 0.5 m,初始状态下流体粒子呈均匀等距分布,Δx = Δz = 0.02 m,计算域内的粒子总数为 22 104 个,其中边界粒子 1 004 个,流体粒子 21 100 个。

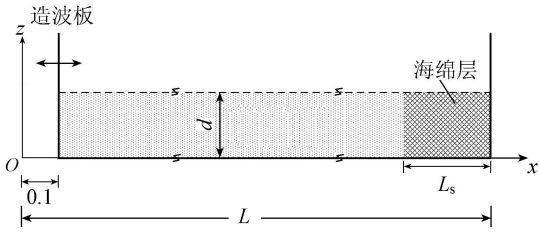


图 1 数值计算域示意图(单位:m)

分别采用 SPH 方法和 SPH-ALE 方法对水槽内的波浪传播进行数值模拟。SPH 方法中人工黏性项的自由参数 ν 取 0.1 或 0.5,ν < 0.1 时可能会造成数值计算不稳定。SPH-ALE 方法的计算结果对斜率限制器 β 的取值比较敏感,取值较小时(β ≈ 1.0)仍会导致波浪传播的衰减,取值较大时(β ≈ 1.5)则会造成波幅随时间增长的非物理效应^[19],这里取 β = 1.3。

为了得到瞬时波面和波面历时曲线,采用 Gómez-Gesteira 等^[20]提出的自由表面确定方法,从自由表面之上某一位置开始,以 0.01 h 为空间步长垂直向下按照式(12)依次估算各点的密度值。当估算密度首次超过参考密度的 1/2 时,将此位置标记为自由表面所在位置。

ρ_i = ∑_j m_jW_{ij} (12)

2.2 数值结果分析

图 2 为 SPH 方法、SPH-ALE 方法计算的距造波板 4 m 处的波面历时曲线与线性理论解的对比结果(图中 η 为波面高程)。从图 2 可以看出,两种方法模拟的波浪相位均与线性理论解吻合较好,但 SPH 方法因人工黏性的耗散计算波高值明显偏小,

$\nu=0.1$ 时波面稳定后的计算平均波高比目标波高偏低约 30% ; 而 SPH-ALE 方法的计算波高与目标波高偏差很小, 波面稳定后的计算平均波高与目标波高的偏差仅为 2.4%。此外, SPH-ALE 方法计算的波面为非标准的正弦曲线, 波峰处较尖锐而波谷处较平坦, 能够比较真实地反映出波浪的非线性。

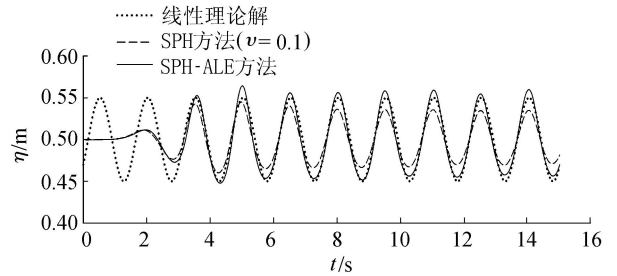


图2 波面历时曲线的数值解与线性理论解对比

海绵层内距造波板 16 m 处两种方法计算的波面历时曲线如图 3 所示。由图 3 可以看到, 两种数值方法均表现出很好的消波效果, 在距离海绵层起始位置 2 m 处的波面高程差最大不超过 0.003 m, 小于入射波高的 3%。

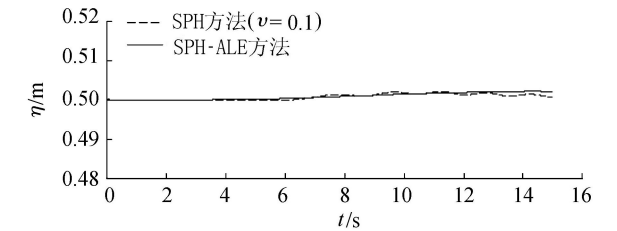


图3 海绵层内 ($x=16\text{ m}$) 波面历时曲线

图 4 分别为 $t=10\text{ s}$ 和 $t=15\text{ s}$ 时, 两种方法计算得到的瞬时波面与线性理论解的对比结果。其中, 横坐标代表距造波板的水平距离。SPH 方法人工黏性项的自由参数取 $\nu=0.1$ 和 $\nu=0.5$ 两种情况。由

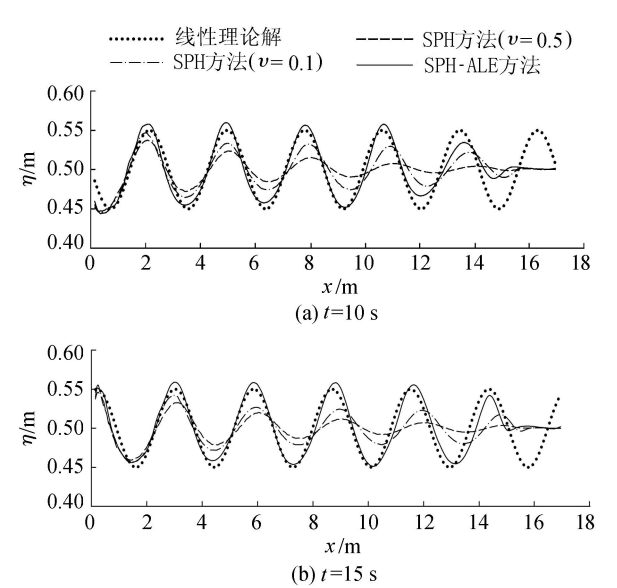


图4 瞬时波面计算值与线性理论解对比

图 4 可看出, SPH 方法计算的瞬时波面因人工黏性的耗散沿水槽长度方向逐渐衰减, 且随人工黏性项自由参数 ν 的增大而衰减加剧, 而自由参数 ν 取值过小又会造成数值计算的不稳定, 因此使用 SPH 方法难以保证波浪传播数值模拟的精度。SPH-ALE 方法计算的瞬时波面沿水槽长度方向几乎无任何衰减, 与线性理论解的相位和波高值均吻合较好, 同时波面形状也反映出了波浪的非线性, 波面相对于线性理论解整体上略有抬升。

图 5 为 $t=15\text{ s}$ 时 SPH 方法 ($\nu=0.1$) 和 SPH-ALE 方法计算得到的流体压力场分布图。由图 5 可以看出, 两种方法算得的自由表面都比较光滑, 自由表面附近的压力分布均匀合理; 但在造波板和水槽底部边界附近 (图中黑色封口框范围), SPH 方法的计算结果呈现出明显的粒子压力不连续现象, 而 SPH-ALE 方法算得的压力场仍分布均匀, 能够有效减小固边界附近的粒子压力振荡。

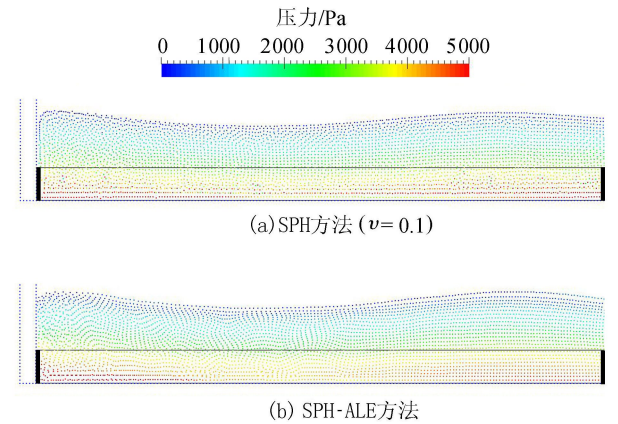


图5 计算流体压力场分布

3 结 论

基于 SPH-ALE 方法建立二维数值波浪水槽, 分别采用 SPH 方法和 SPH-ALE 方法对规则波在数值水槽内的传播进行数值模拟, 数值解和线性理论解的对比结果表明: 因人工黏性的耗散作用, SPH 方法计算的波面历时曲线和瞬时波面与线性理论解相比均有明显的衰减, 而 SPH-ALE 方法的计算波面与线性理论解的相位和波高值均吻合很好, 并可真实反映波浪的非线性; 此外, 在造波板和水槽底部边界附近, SPH 方法计算的压力场呈现出明显的不连续现象, 而 SPH-ALE 方法能够有效地减小固边界附近的粒子压力振荡。

参考文献:

[1] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 110 (2):

- [2] DORING M, OGER G, ALESSANDRINI B, et al. SPH simulations of floating bodies in waves [C] // Proceedings of ASME 2004 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2004: 741-747.
- [3] PADOVA D, DALRYMPLE R A, MOSSA M, et al. SPH simulations of regular and irregular waves and their comparison with experimental data [EB/OL]. [2015-09-08]. <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0911/0911.1872.pdf>.
- [4] 高睿,任冰,王国玉,等.孤立波浅化过程的SPH数值模拟 [J]. 水动力学研究与进展 (A 辑), 2010, 25 (5): 620-629. (GAO Rui, REN Bing, WANG Guoyu, et al. SPH model of solitary waves shoaling on a mild sloping beach [J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2010, 25 (5): 620-629. (in Chinese))
- [5] 郑兴,段文洋. K2_SPH 方法及其对二维非线性水波的模拟 [J]. 计算物理, 2011, 28 (5): 659-666. (ZHENG Xing, DUAN Wenyang. K2_SPH method and application for 2D nonlinear water wave simulation [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28 (5): 659-666. (in Chinese))
- [6] DALRYMPLE R A, ROGERS B D. Numerical modeling of water waves with the SPH method [J]. Coastal Engineering, 2006, 53 (2): 141-147.
- [7] 任冰,高睿,金钊,等.波浪对透空式结构物冲击作用的光滑粒子流体动力学数值模拟 [J]. 海洋学报, 2012, 34 (1): 163-177. (REN Bing, GAO Rui, JIN Zhao, et al. The numerical simulation of wave slamming on an open-piled structure using the SPH model [J]. Acta Oceanologica Sinica, 2012, 34 (1): 163-177. (in Chinese))
- [8] PARSHIKOV A N, MEDIN S A, LOUKASHENKO I I, et al. Improvements in SPH method by means of interparticle contact algorithm and analysis of perforation tests at moderate projectile velocities [J]. International Journal of Impact Engineering, 2000, 24 (8): 779-796.
- [9] VILA J P. On particle weighted methods and smooth particle hydrodynamics [J]. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 1999, 9 (2): 161-209.
- [10] GÓMEZ-GESTEIRA M, CRESPO A J C, ROGERS B D, et al. SPHysics-development of a free-surface fluid solver-part 2: efficiency and test cases [J]. Computers & Geosciences, 2012, 48: 300-307.
- [11] TORO E F. Shock-capturing methods for free-surface shallow flows [M]. San Francisco: Wiley, 2001.
- [12] ROGERS B D, DALRYMPLE R A, STANSBY P K. Simulation of caisson breakwater movement using 2-D SPH [J]. Journal of Hydraulic Research, 2010, 48 (Sup1): 135-141.
- [13] MONAGHAN J J. On the problem of penetration in particle methods [J]. Journal Computational Physics, 1989, 82 (1): 1-15.
- [14] MONAGHAN J J, KOS A. Solitary waves on a Cretan Beach [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 1999, 125 (3): 145-154.
- [15] ROGERS B D, DALRYMPLE R A. SPH modeling of tsunami waves [J]. Advances in Coastal and Ocean Engineering, 2008, 10: 75-100.
- [16] XU Rui. An improved incompressible smoothed particle hydrodynamics method and its application in free-Surface simulations [D]. Manchester: University of Manchester, 2009.
- [17] LEIMKUHLER B J, REICH S, SKEEL R D. Integration methods for molecular dynamic IMA volume in mathematics and its application [M]. Berlin: Springer, 1997.
- [18] MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics [J]. Reports on Progress in Physics, 2005, 68 (8): 1703-1759.
- [19] ROGERS B D. Refined localized modelling of coastal flow features using adaptive quadtree grids [D]. Oxford: University of Oxford, 2001.
- [20] GÓMEZ-GESTEIRA M, DALRYMPLE R A. Using a 3D SPH method for wave impact on a tall structure [J]. Journal of the Waterway Port, Coastal and Ocean Division, 2004, 130 (2): 63-69.
- (收稿日期: 2015-09-08 编辑: 郑孝宇)
- +++++
- (上接第 28 页)
- [12] 孙洪泉. 分形几何与分形插值 [M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [13] 季笠, 陈红, 蔡梅, 等. 太湖流域江河湖连通调控实践及水生态环境作用研究 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2013.
- [14] 张济忠. 分形 [M]. 2 版, 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [15] 何隆华, 赵宏. 水系的分形维数及其含义 [J]. 地理科学, 1996, 16 (2): 124-128. (HE Longhua, ZHAO Hong. The fractal dimension of river networks and its interpretation [J]. Geography Science, 1996, 16 (2): 124-128. (in Chinese))
- [16] 茹彪, 陈星, 张其成, 等. 平原河网区水系结构连通性评价 [J]. 水电能源科学, 2013, 31 (5): 9-12. (RU Biao, CHEN Xing, ZHANG Qicheng, et al. Evaluation of structural connectivity of river system in plain river network region [J]. Water Resources and Power, 2013, 31 (5): 9-12. (in Chinese))
- (收稿日期: 2015-08-13 编辑: 熊水斌)