

线性剪切来流对方柱绕流特性影响的数值分析

王 伟,水庆象,王大国,胡 彬

(西南科技大学环境与资源学院,四川 绵阳 621010)

摘要:为研究线性剪切来流对方柱绕流特性的影响,将对流出口边界条件引入特征线算子分裂有限元法中,建立了线性剪切来流的方柱绕流数值模型,并采用均匀来流的方柱绕流模拟结果验证了该模型计算方柱绕流问题的可靠性。数值模拟结果表明,剪切参数 k 对方柱绕流尾部形成的两排涡影响明显,涡脱落在 k 较大时被抑制,在 $k\geq 0.4$ 时涡量最终形成一个类似三角形的区域;驻点随 k 的增加逐渐向高速侧分离点移动,在 $k\geq 0.3$ 时驻点的位置不再发生变化;平均阻力系数在 $0.2\leq k\leq 0.25$ 时发生较大变化,平均升力系数在 $k\geq 0.2$ 时为负。

关键词:线性剪切来流;方柱绕流;特征线算子分裂有限元法;剪切参数;流场结构

中图分类号: O35 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7647(2017)01-0017-05

Numerical analysis of influences of linear shear flow on characteristics of flow past a square cylinder//WANG Wei, SHUI Qingxiang, WANG Daguo, HU Bin (School of Environment and Resource, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

Abstract: In order to investigate the effects of linear shear flow on characteristics of flow past a square cylinder, a numerical model for shear flow past a square cylinder was established by introducing the convective outflow boundary condition into the characteristic-based operator-splitting finite element method. The reliability of the numerical model was verified through simulation of the uniform flow past a square cylinder. The numerical results show that the shear parameter k has a significant effect on the two rows of vortices in the wake of flow past the square cylinder, and a larger k value inhibits the vortex shedding from the cylinder. When $k\geq 0.4$, the formation region of vortices behind the cylinder becomes a triangular zone. As the value of k increases, the stagnation point shifts towards the lateral separation point. When $k\geq 0.3$, the location of the stagnation point remains unchanged. The significant change in the mean drag coefficient occurs in the range $0.2\leq k\leq 0.25$. When $k\geq 0.2$, the mean lift coefficient is negative.

Key words: linear shear flow; flow past a square cylinder; characteristic-based operator-splitting finite element method; shear parameter; flow field structure

方柱绕流是计算流体力学领域研究的热门课题,相关学者^[1-2]对均匀来流的方柱绕流展开了大量研究。在实际工程中,如水流对桥墩的冲击^[3],洋流对钻井平台的作用,发生在高层建筑周围的气流绕流等,结构物多处在非均匀流场中。来流从均匀流转变为非均匀流时,方柱流场结构及升、阻力会发生很大变化。线性剪切流是非均匀流中较为常见的来流方式,当来流是线性剪切流时,方柱表面分离的边界层与流动中包含的涡量相互作用,结果将产生不同类型的涡脱结构,受力参数也随之变化。国外Cao等^[4]采用直接数值模拟和大涡模拟对剪切参数 $k=0\sim 0.2$ 、雷诺数 $Re=150\sim 1\,000$ 的方柱绕流进行了研究,发现方柱下方旋涡在剪切参数较大时随其

流动而消散在尾流中;Lankadasu等^[5]研究了 $k=0\sim 0.2$ 时方柱尾流出现周期性波动的临界雷诺数,结果表明临界雷诺数和阻力系数随剪切参数的增大而减小;Hwang等^[6]用有限差分法对 $k=0\sim 0.25$ 、 $Re=50\sim 1\,500$ 的方柱绕流进行了模拟,发现阻力系数、升力系数均方根和斯特劳哈尔数随剪切参数的增大而减小;Ayukawa等^[7]模拟了 $k=0\sim 0.15$ 、 $Re=4\,000$ 的方柱绕流,结果表明剪切参数对斯特劳哈尔数和方柱表面压力影响很小,对方柱流场结构影响很大。国内陈明杰等^[8]用Lattice Boltzmann方法计算了 $k=0\sim 0.4$ 、 $Re=100$ 的方柱绕流问题,出口采用了充分发展的边界条件,得到了不同速度梯度条件下方柱绕流的流线和等涡量图。

基金项目:国家自然科学基金(41372301,51349011);西南科技大学研究生创新基金(15ycx037)

作者简介:王伟(1990—),男,硕士研究生,主要从事计算流体力学研究。E-mail:15181446375@163.com

通信作者:王大国(1975—),男,教授,博士,主要从事计算流体力学研究。E-mail:dan_wangguan@163.com

对出口为自由出流边界条件的剪切流方柱绕流,在计算较大剪切参数 k 时,受强回流速度影响,容易引起数值发散。为了得到收敛的计算结果,传统的方法是延伸计算区域^[5,9],但增加了计算量。为提高计算效率并保证计算精度,本文将对流出口边界条件引入特征线算子分裂(characteristic-based operator splitting, CBOS)有限元法^[10]中,建立线性剪切来流的方柱绕流数值模型,对 $k \leq 0.5$ 、 $Re = 100$ 的线性剪切来流的方柱绕流进行数值模拟分析。

1 数值模型及验证

1.1 控制方程

二维非定常黏性不可压缩流动(忽略能量损失)可由连续方程和 Navier-Stokes 方程控制,其无量纲形式表示为

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2) \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} +$$

$$\frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + f_i \quad (i, j = 1, 2) \tag{2}$$

式中: $(u_1, u_2) = (u, v)$, u 为水平方向流速, v 为垂向流速; p 为压力; t 为时间; Re 为雷诺数; f_1 为水平方向外力, f_2 为垂向外力; $(x_1, x_2) = (x, y)$, x 为水平坐标, y 为垂向坐标。

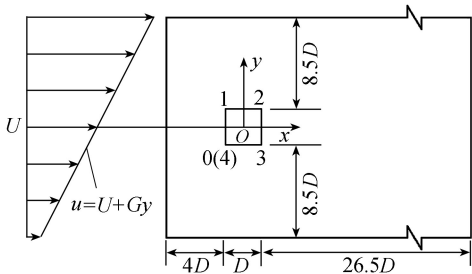
1.2 CBOS 有限元法

CBOS 有限元法^[10]结合了算子分裂法和 CBS 有限元法的优点,在每个时间层上,将 Navier-Stokes 方程分为扩散项和对流项:

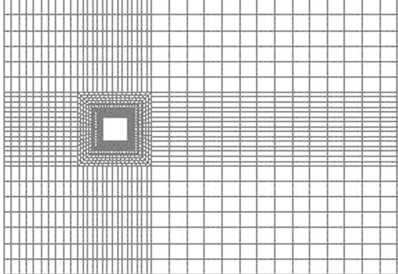
$$\begin{cases} \frac{\partial u_{i,n+\theta}}{\partial t} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_{i,n+\theta}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{j,n+\theta}}{\partial x_i} \right) = - \frac{\partial p_{n+1}}{\partial x_i} + f_i \\ \frac{\partial u_{i,n+\theta}}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u_{i,n+1}}{\partial t} + u_{j,n+1} \frac{\partial u_{i,n+1}}{\partial x_j} = 0 \tag{4}$$

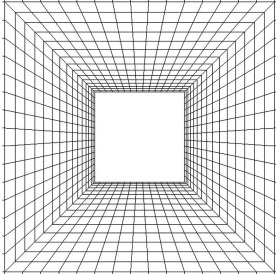
式中: $u_{i,n+\theta}$ 为扩散项(式(3))在 $n+1$ 时刻的解,同时是对流项(式(4))在 $n+1$ 时刻的初值; $u_{i,n+1}$ 是对流



(a) 计算区域示意图



(b) 整体区域网格



(c) 方柱周围网格

图1 计算区域及网格划分

项在 $n+1$ 时刻的解,同时也是式(1)(2)在 $n+1$ 时刻的解。扩散项时间离散采用向后差分格式,空间离散采用标准 Galerkin 有限元法,隐式求解;对流项时间离散借鉴 CBS 算法的简单显式特征线,从而避免了其他有限元法修正权函数的困难。具体求解流程可参见文献[10]。

1.3 计算域及边界条件

1.3.1 计算域

控制方程中参数为无量纲形式,故对计算参数均进行无量纲处理。取方柱边长 $D = 0.1$,计算区域为 $31.5D \times 18D$ 。入口边界和出口边界分别位于方柱上游 $4D$ 和下游 $26.5D$ 处。流域顶部和底部离方柱上、下表面各 $8.5D$ 。几何模型及网格剖分如图1所示。

1.3.2 边界条件

流场入口处水平方向为线性剪切来流 $u = U + Gy$,中心线速度 $U = 1$,剪切梯度 $G = kU/D$, k 为剪切参数($k = 0$ 时即为均匀来流),垂向流速 $v = 0$ 。侧壁采用可滑移边界条件,方柱表面采用无滑移壁面条件。出口采用对流边界条件: $\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0$, U_c 取入口来流的最大速度。对流出边界条件保证了方柱后旋涡能顺利通过出口边界^[11-12]。

1.4 模型验证

模拟了雷诺数 $Re = 100$ 和 $Re = 200$ 均匀来流($k = 0$)的方柱绕流,表1列出了计算得出的平均阻力系数 $\bar{C}_D$ 和斯特劳哈尔数 Sr 与相关文献的比较。

表1 $Re = 100$ 和 $Re = 200$ 时本文模型计算结果与其他文献数据比较

数据来源	$\bar{C}_D$		Sr	
	$Re = 100$	$Re = 200$	$Re = 100$	$Re = 200$
本文模型	1.67	1.62	0.147	0.144
文献[13]	1.63		0.151	
文献[14]	1.68	1.74	0.150	0.154
文献[15]	1.75		0.141	
文献[16]		1.52		0.156
文献[17]				0.144

由表 1 可知,本文模型计算结果与已有研究结果吻合较好,说明将对流出口边界条件引入 CBOS 有限元法计算方柱绕流问题是可行且有效的。

2 线性剪切来流的方柱绕流模拟结果及分析

2.1 不同剪切参数下的绕流结构

图 2 和图 3 分别为剪切参数 $k=0、0.1、0.2、0.3、0.4、0.5$ 时线性剪切来流的方柱绕流 ($Re=100$) 流线和涡量的模拟结果。由图 3(a) 可知,方柱后上侧形成的涡顺时针旋转,下侧形成的涡逆时针旋转(图中箭头代表涡旋转方向),两涡交错排列,呈现卡门涡街的特征。

当来流为线性剪切流,即 $k>0$ 时,由于方柱上侧的流速相较下侧的流速大,造成方柱后涡脱落形式与均匀来流不同:

a. 当 $k=0.1$ 时,流线与均匀来流大致相同(图 2(b));从图 3(b) 可以看出,方柱尾部形成两排涡,涡上下交替产生、发展并脱落,上侧流速较下侧流速大,导致上下侧形成的涡有所不同,高速侧形成的涡近似圆形,低速侧形成的涡呈细长形。由于 k 较小,来流受回流影响较小,涡脱落明显,脱落周期较短,卡门涡街特征明显。

b. 当 $k=0.2$ 时,流场结构经历了一个过渡的变化,在方柱左下方和右下方分别形成了两个大的回流区,见图 2(c);由图 3(c) ~ (f) 可知:上侧形成的两涡(图 3(c) A 部分)没有很快分开,受回流流体影响,两涡交织在一起,随时间的推移变得细长,下侧形成的涡(图 3(c) B 部分)近似圆形。随 k 的增大,下侧较大区域流速方向与来流方向相反,导致下侧形成的涡不能快速有效地通过出口边界,与上侧

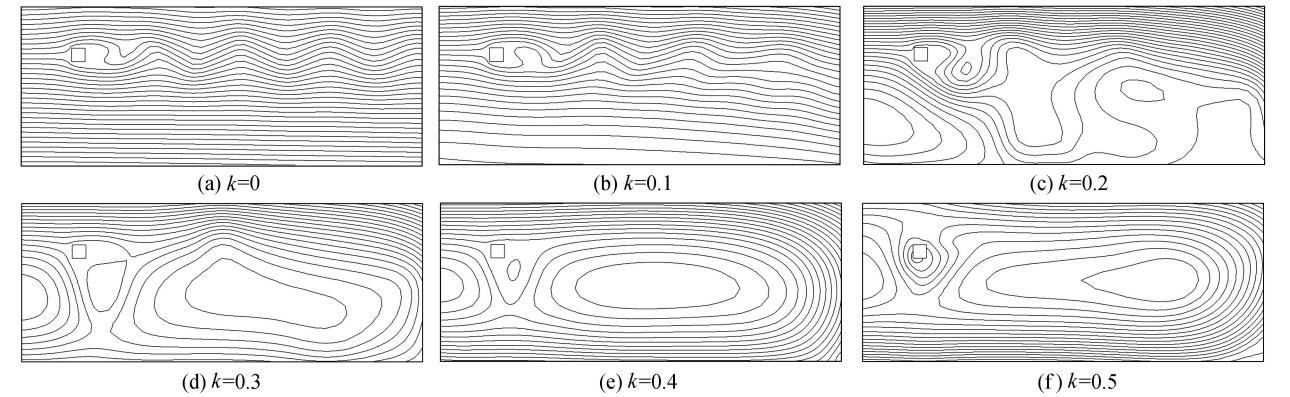


图 2 线性剪切来流的方柱绕流流线

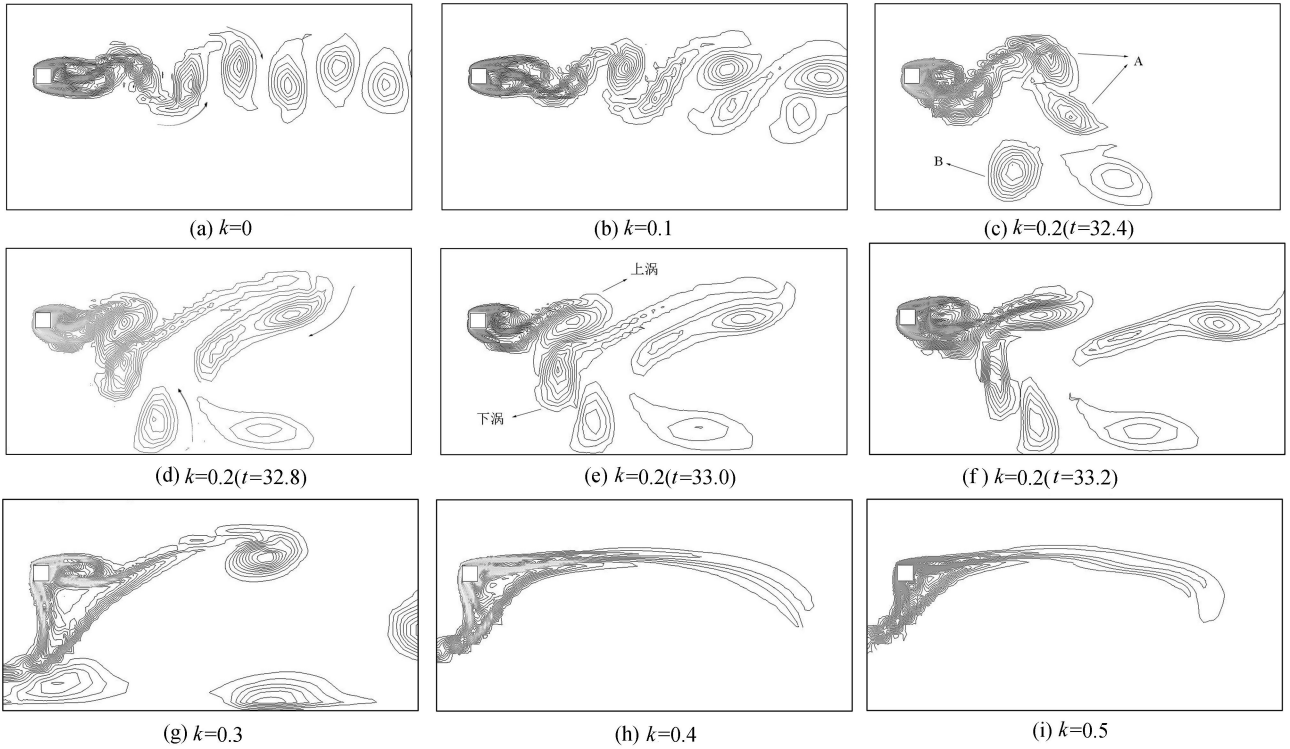


图 3 线性剪切来流的方柱绕流涡量

形成的涡相互作用,因上下两涡旋转方向相反使两涡彼此伸展开,在方柱后形成了比较大的涡旋区域。

c. 当 $k=0.3$ 时,在方柱左下方和右下方分别形成的两个大回流区较 $k=0.2$ 时发育的更加明显(图2(d))。涡量在方柱后形成一个类似三角形的区域。受 k 的影响,下侧较大区域流速方向与来流方向相反,回流影响更加明显,涡脱落被抑制,脱落周期加长,下侧涡的脱落被推向流域底部,见图3(g)。

d. 当 $k=0.4$ 时,右下方的回流区变大且形状为椭圆形(图2(e));方柱后涡量最终形成了一个近似三角形的区域,而这个区域随时间变化不大,涡脱落不再明显,也未观察到卡门涡街(图3(h))。当 k 增大到0.5时,流场结构较 $k=0.4$ 的情况没发生较大的变化,如图2(f)和图3(i)所示。

2.2 流场特征参数分析

图4为驻点位置随剪切参数 k 的变化情况(图中 $L=(y^*-y_0)/D$, y^* 为驻点纵坐标, y_0 为方柱迎流面中点纵坐标,即 $y_0=0$)。由图4可知:在均匀来流($k=0$)情况下,驻点位于迎流面中点;随 k 的增大,驻点向高速侧流体分离点移动,但当 $k\geq 0.3$ 时其位置保持不变。驻点移动使方柱上下两侧形成不对称的流动(图3(b)~(i));当 $k\geq 0.3$ 时驻点的位置不再发生变化,因此图2(d)(e)(f)和图3(g)(h)(i)所示的流场结构相似。

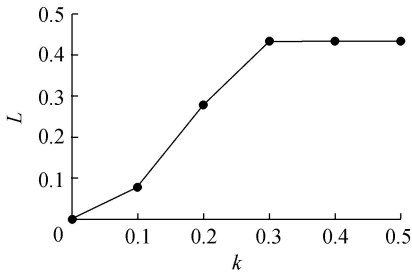


图4 驻点位置随剪切参数 k 的变化

图5给出了平均阻力系数 $\bar{C}_D$ 、平均升力系数 $\bar{C}_L$ 和斯特劳哈尔数 Sr 随剪切参数 k 的变化趋势。由图5可知:

a. $\bar{C}_D$ 在 $0\leq k\leq 0.4$ 时,随 k 的增大而减小,但在 $k=0.5$ 时,较 $k=0.4$ 有所增加; $\bar{C}_D$ 的变化趋势与

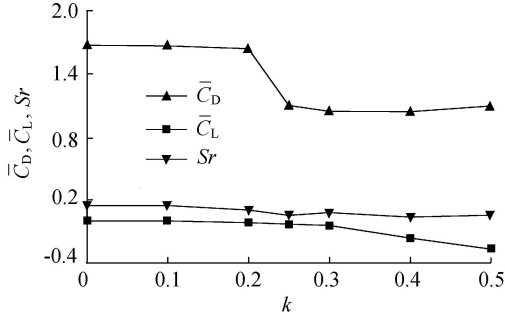


图5 $\bar{C}_D$ 、 $\bar{C}_L$ 和 Sr 随 k 的变化

Cheng等^[18]数值模拟结果和Kwon等^[19]实验结果相吻合。 $\bar{C}_D$ 发生较大变化区间为 $0.2\leq k\leq 0.25$,与Cheng等^[18]数值模拟结果($0.15\leq k\leq 0.25$)吻合,但区间有所缩小。 Sr 在 $0\leq k\leq 0.25$ 、 $0.3\leq k\leq 0.4$ 时随 k 的增大而减小,在 $0.25<k<0.3$ 、 $0.4<k<0.5$ 时随 k 的增大而增大。

b. $\bar{C}_L$ 随 k 的增大而减小,与Cheng等^[18]的数值模拟结果一致。 $\bar{C}_L$ 的变化受剪切来流影响,剪切流中驻点漂移使方柱上下表面压力分布不对称。图6给出了 $k=0.4$ 时方柱表面平均压力系数 C_p 分布(图中横坐标代表方柱4个拐点的顺序,拐点的顺序见图1(a)),可知上表面平均压力系数比下表面大,进而导致 $\bar{C}_L$ 在 $k\geq 0.2$ 时为负。

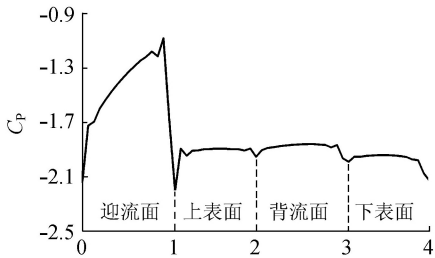


图6 $k=0.4$ 时方柱表面平均压力系数分布

3 结 论

a. 将对流出口边界条件引入CBOS有限元法中,建立了线性剪切来流的方柱绕流数值模型。计算了 $Re=100$ 和 $Re=200$ 的均匀来流方柱绕流,其结果与现有研究结果吻合较好,表明建立的模型用于计算方柱绕流问题是可靠且有效的。

b. 剪切参数 k 对方柱绕流尾部形成的两排涡的大小影响明显。当 $0\leq k\leq 0.1$ 时,方柱尾部呈现卡门涡街的特征;当 $k\geq 0.2$ 时,两个大的回流区分别在方柱左下方和右下方形成,涡旋区域逐渐向下发育;当 $k\geq 0.4$ 时,涡脱落不再明显,卡门涡街完全消失,涡量最终形成一个类似三角形的区域且随时间变化不大。

c. 驻点随剪切参数 k 的增加向高速侧分离点移动,使方柱上表面压力比下表面压力大,进而导致平均升力系数在 $k\geq 0.2$ 时为负;在 $k\geq 0.3$ 时驻点位置不再发生变化,流场结构保持相似;平均升力系数随剪切参数 k 的增大而减小;平均阻力系数在 $0\leq k\leq 0.4$ 时随剪切参数的增大而减小,较大的减少量发生在 $0.2\leq k\leq 0.25$ 时。

参考文献:

[1] SUBHANKAR S, SANJAY M, GAUTAM B. Flow past a square cylinder at low Reynolds numbers [J].

International Journal for Numerical in Fluids, 2011, 67 (9):1160-1174.

[2] 王兴勇,索丽生,程永光,等.用 Lattice Boltzmann 方法模拟方柱绕流[J].河海大学学报(自然科学版),2003,31(3):259-263. (WANG Xingyong, SUO Lisheng, CHENG Yongguang, et al. Simulation of flow fields around a square cylinder with Lattice Boltzmann Method [J]. Journal of Hohai University (Natural Science), 2003, 31(3):259-263. (in Chinese))

[3] 张兰丁.桥墩群体绕流的复变函数理论解[J].水利水电科技进展,2005,25(1):14-16. (ZHANG Landing. Theoretical solution of complex function about flow around bridge piers[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2005, 25(1):14-16. (in Chinese))

[4] CAO S Y, GE Y J, TAMURA Y. Shear effects on flow past a square cylinder at moderate Reynolds numbers [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, 138(1):116-123.

[5] LANKADASU A, VENGADESAN S. Onset of vortex shedding in planar shear flow past a square cylinder[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2008, 29(4):1054-1059.

[6] HWANG R R, SUE Y C. Numerical simulation of shear effect on vortex shedding behind a square cylinder[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1998, 25(12):1409-1420.

[7] AYUKAWA K, OCHI J, HIRAO T. Effects of shear rate on the flow around a square cylinder in a uniform shear flow [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1993, 50(93):97-106.

[8] 陈明杰,施卫平.用格子 Boltzmann 方法计算剪切流的方柱绕流问题[J].吉林大学学报(理学版),2007,45(1):11-14. (CHENG Mingjie, SHI Weiping. Numerical simulation of linear shear flow past a square cylinder with Lattice Boltzmann method [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2007, 45(1):11-14. (in Chinese))

[9] SAHA A K, BISWAS G, MURALIDHAR K. Influence of inlet shear on structure of wake behind square cylinder [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125:359-363.

[10] WANG D G, WANG H J, XIONG J H, et al. Characteristic-based operator-splitting finite element method for Navier-Stokes equations [J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(8):2157-2166.

[11] BREUER M, BERNSDORF J, ZEISER T, et al. Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: Lattice-Boltzmann and finite-volume[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2000, 21(2):186-196.

[12] BREUER M, RODI W. Large eddy simulation for complex

turbulent flows of practical interest [J]. Flow Simulations with High-Performance Computer II, 1996, 52:258-274.

[13] DAVIS R W, MOORE E F. A numerical study of vortex shedding from rectangles [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 116:475-506.

[14] TREIDLER E B. An experimental and numerical investigation of flow past ribs in a channel [R]. Berkeley: University of California, 1991.

[15] LI G, HUMPHREY J A C. Numerical modelling of confined flow past a cylinder of square cross-section at various orientations [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1995, 20(21):1215-1236.

[16] ARNAL M P, GOERING D J, HUMPHREY J A C. Vortex shedding from a bluff body adjacent to a pane siding wall [J]. Transaction of American Society of Mechanical Engineering, 1991, 113(3):384-398.

[17] OKAJIMA A. Strouhal numbers of rectangular cylinders [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 123:379-398.

[18] CHENG M, TAN S H N, HUNG K C. Linear shear flow over a square cylinder at low Reynolds number [J]. Physics of Fluids, 2005, 17(7):078103-1-78103-4.

[19] KWON T S, SUNG H J, HYUN J M, et al. Experimental investigation of uniform-shear flow past a circular cylinder [J]. Journal of Fluids Engineering, 1992, 114(3):457-460.

(收稿日期:2015-11-07 编辑:熊水斌)

• 简讯 •

第 11 届水科学发展论坛将在大连举办

随着自然条件的变化和人类活动的加剧,水科学问题越来越复杂。为促进学术交流,共同推动水科学发展,由郑州大学水科学研究中心主办的第 11 届水科学发展论坛将于 2017 年 4 月 22 日在大连举办。本次论坛以“水资源-生态环境-经济社会互馈关系”为主题,重点研讨以下 6 个议题:①虚拟水、水足迹与水资源承载力;②水资源安全与水资源效率评价;③水资源与绿色发展协调耦合关系;④水资源系统脆弱性及其对气候变化响应;⑤生态环境时空演变规律与效应分析;⑥水文气象灾害风险评估、预警及其综合防范。

水科学发展论坛迄今已成功举办 10 届,本届会议由辽宁师范大学城市与环境学院、辽宁师范大学海洋经济与可持续发展研究中心、大连理工大学水利工程学院承办。《水利水电科技进展》参与协办,符合本刊办刊宗旨的大会优秀论文欢迎投稿,投稿网址:www.hehaiqikan.cn。

(本刊编辑部供稿)