

基于不同分布曲线的常州市暴雨组合概率

胡尊乐,张悦,李丹,汪 珊

(江苏省水文水资源勘测局常州分局,江苏 常州 213022)

摘要:基于常州雨量站 1951—2015 年的年最大 1 d、3 d 降水量资料,利用 Copula 联结函数构建联合分布函数,推算相应的同现重现期和组合风险率,并以此为基础,评价常州市 2015 年“6·26”暴雨可能的重现期和风险率。结果表明:某一设计标准下的年最大 1 d、3 d 降水遭遇时的同现重现期大于年最大 1 d 或 3 d 降水单变量对应的重现期;同一设计频率的暴雨遭遇的风险率较高,且随着重现期增大而减小;“6·26”暴雨的同现重现期为 218 a,同现风险率为 17.4%,此次暴雨具有特殊性和罕见性,常州市未来的防洪形势将更为严峻。

关键词:暴雨组合;联结函数;年最大 1 d 降水;年最大 3 d 降水;常州“6·26”暴雨

中图分类号:P333.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2017)02-0068-05

Probability of rainstorm combinations in Changzhou City based on different distribution curves//HU Zunle, ZHANG Yue, LI Dan, WANG Shan(*Changzhou Branch of Jiangsu Province Hydrology and Water Resources Investigation Bureau, Changzhou 213022, China*)

Abstract: Based on annual maximum 1-day and 3-day rainfall data from the Changzhou precipitation station from 1951 to 2015, a joint distribution function was constructed using the Copula function, and the corresponding co-occurrence return period and risk of rainstorm combination were calculated. Then, the function was used to evaluate the probable return period and risk of a rainstorm in Changzhou City on June 26, 2015. The results show that the co-occurrence return period when the annual maximum 1-day and 3-day rainfall according to a certain design standard encounter is larger than the respective return periods of annual maximum 1-day and 3-day rainfall. The risk when two rainstorms with the same design frequency encounter is higher, and will decrease with the increase of the corresponding return period. The co-occurrence return period of the rainstorm in Changzhou on June 26 is 218 years, when the co-occurrence risk is only 17.4%, indicating that this rainstorm is special and rare. Flood control in Changzhou City still faces severe issues in the future.

Key words: rainstorm combinations; Copula function; annual maximum 1-day rainfall; annual maximum 3-day rainfall; rainstorm in Changzhou on June 26, 2015

在我国南方地区,年最大 1 d 降水往往对河流洪水的起涨和洪峰的形成起着主导作用,年最大 3 d 降水对洪峰的叠加、峰值以及洪水的消退有着重要的影响。如 2015 年 6 月 26—28 日,常州市区累计降水量达到 315.0 mm,其中 26 日降水量为 174.5 mm,27 日降水量为 120.0 mm,28 日降水量为 20.5 mm;受持续强降水影响,京杭运河常州段水位于 26 日 7:00 上涨,17:15 突破警戒值 4.30 m,27 日 4:30 达到 5.52 m(1991 年最高水位),19:15 达到最高值 6.43 m,期间平均涨落率为 0.08 m/h,最大涨率为 0.33 m/h;29 日 12:30 出现第二次洪峰(水位 6.25 m)。根据历史暴雨资料(1951—2015 年)统计分析,2015 年常州市“6·26”暴雨过程中,年最大

1 d 降水量为 174.5 mm,为历史第 3 高值;年最大 3 d 降水量为 315.0 mm,更是达历史最高值。显然,这种不同历时的极端暴雨组合,加剧了常州市洪涝灾害的严重程度(超 1991 年最高水位 0.91 m)和持续时间(5.52 m 以上的水位持续时间为 93 h)。

目前,对于这种不同历时暴雨的组合概率研究,很多学者广泛采用联结函数(Copula)进行模拟分析,如许月萍等^[1]应用几种联结函数模拟了浙江省云港流域不同历时降水量的二元联合分布,曾明等^[2]开展了上海市不同历时暴雨组合频率研究。这些研究表明,联结函数在多变量水文参数频率分析中可以有效地解决水文参数之间的非独立性问题,减少单变量水文频率分析的不确定性,这也是联

结函数在水文领域的重要应用。但是,这些研究中频率计算倾向采用皮尔逊Ⅲ型(P-Ⅲ型)分布曲线适线成果,缺乏可比性。本文基于不同分布曲线(Gumbel分布和P-Ⅲ型分布),对常州市年最大1d、3d降水量进行频率分析,并以2015年常州市“6·26”暴雨为分析对象,探讨本次降水量过程的变化规律和年最大1d、3d降水量的概率组合,以及相应的风险性。

1 资料来源与分析

1.1 资料来源

常州雨量站位于常州市主城区,设立于1922年,是太湖流域设立较早的雨量站点之一,资料系列长,观测精度高,也是常州市水利工程设计、城市防洪排涝的代表雨量站。本文研究采用常州雨量站1950年1月至2015年8月近65年的年最大1d、3d降水量资料(以下以D1、D3表示)。

1.2 资料分析

对常州雨量站D1、D3两个资料系列分别进行趋势性、变异性和相关性分析(包括自相关性和互相关性),其中,采用线性倾向估计法和Mann-Kendall趋势检验进行趋势性分析^[3-4],判断资料系列是否存在显著的趋势变化;采用有序聚类法和滑动秩和检验进行变异性分析^[5],判断资料系列是否存在显著的变异;采用自相关系数检验和秩号自相关系数检验进行自相关性分析^[6-8],判断资料系列内部是否相互独立;采用线性相关系数检验、Kendall秩相关系数检验和Spearman秩相关系数检验进行互相关性分析^[9],判断D1和D3是否相互独立,分析两者相关性。

统一取显著性水平 $\alpha=0.05$ 进行各种统计检验,常州雨量站D1、D3系列趋势性、变异性 and 自相关性检验结果见表1~3和图1,互相关性检验的线性相关系数 $\rho=0.799$ 、Kendall秩相关系数 $\tau=0.538$ 、Spearman秩相关系数 $\rho_s=0.729$ 。

表1 常州雨量站D1、D3系列趋势性检验结果

数据系列	线性倾向值/ (mm·a ⁻¹)	Mann-Kendall 趋势检验		
		统计量U	接受区间	检测结果
D1	0.312	0.838	[-1.96,1.96]	不显著
D3	0.307	0.396	[-1.96,1.96]	不显著

表2 常州雨量站D1、D3系列变异性检验结果

数据系列	检验方法				综合后 采纳 变异点
	有序聚类法		滑动秩和检验		
	总离差平方和	突变年份	统计量 $ U $	突变年份	
D1	991.7	2013	1.74	2010(不显著)	无
D3	1850.2	2013	1.99	2009(显著)	无

表3 常州雨量站D1、D3系列自相关性检验结果

数据系列	自相关系数检验		秩号自相关系数检验	
	统计量 ρ	检验结果	统计量 ρ_s	检验结果
D1	0.003	不显著	-0.038	不显著
D3	-0.187	不显著	-0.138	不显著

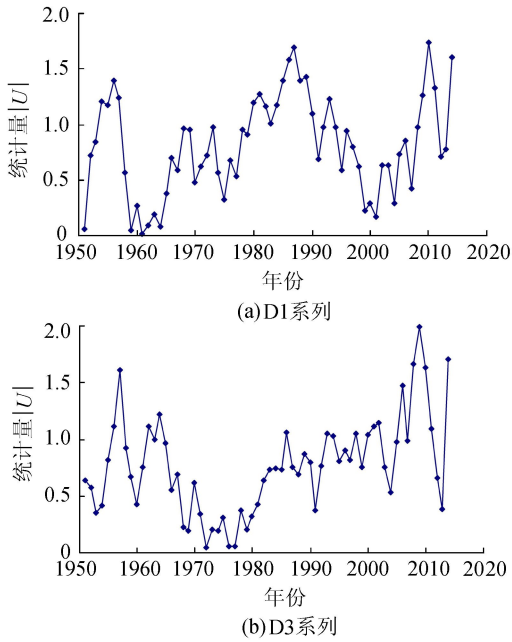


图1 常州雨量站D1、D3系列滑动秩和检验统计量过程

从表1可知,常州雨量站D1、D3系列分别存在0.312 mm/a、0.307 mm/a的平均线性倾向率,而Mann-Kendall趋势检验结果为两个系列趋势变化均不显著。

从图1和表2可以看出,虽然两种方法均检出理论上的可能变异点,但因其靠近系列的开端,统计误差较大,因此检测结果不可靠,综合判定两系列均不存在显著变异点。

从表3可以看出,常州雨量站D1、D3系列内部均不存在相关性,但互相关性检验结果表明两者之间存在一定的相关关系,其线性相关系数 ρ 、Kendall秩相关系数 τ 、Spearman秩相关系数 ρ_s 分别达到0.799、0.538和0.729。

2 概率计算与分析

2.1 边缘分布函数推求

选择Gumbel分布曲线和P-Ⅲ型分布曲线分别对常州雨量站D1、D3系列进行频率分析。采用计算机编程(VC语言)处理数据,通过输入两个资料系列由程序自动对数据进行由大到小的排序、估计初值、优化参数和适线。其中,以矩法所得参数为适线初值,采用最小二乘法进行参数优化,最终得到较优的适线成果如表4所示,其频率曲线见图2。

表 4 常州雨量站 D1、D3 系列频率计算结果

分布 线型	数据 系列	分布参数			不同频率对应的设计降水量/mm								
		均值	变差系数	偏态系数	$P=50\%$	$P=20\%$	$P=10\%$	$P=5\%$	$P=2\%$	$P=1\%$	$P=0.5\%$	$P=0.2\%$	$P=0.1\%$
Gumbel	D1	90.3	0.39	1.14	84.4	115.8	136.6	156.6	182.4	201.8	221.0	246.5	265.7
	D3	131.9	0.39	1.14	123.4	169.2	199.6	228.7	266.4	294.6	322.7	359.8	387.9
P-Ⅲ型	D1	90.3	0.39	1.14	83.7	116.3	137.5	157.2	181.9	199.8	217.4	240.0	256.8
	D3	131.9	0.39	1.12	122.5	170.1	200.9	229.5	265.3	291.4	316.8	349.5	373.8

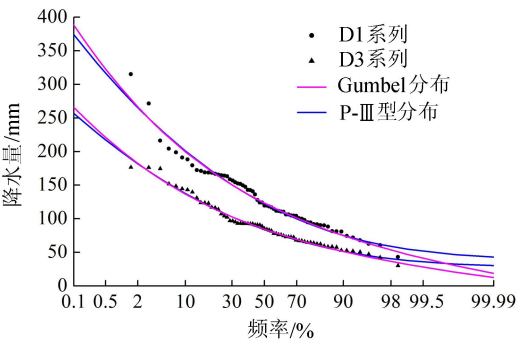


图 2 常州雨量站 D1、D3 系列频率曲线

结合表 4 和图 2 可以看出,相对 P-Ⅲ型分布曲线,Gumbel 分布曲线的设计成果在小概率部分(50 年一遇乃至更大暴雨)整体偏大一些,有利于工程设计的安全;同时对于大 概率部分(95%~99.99%),Gumbel 分布曲线的拟合效果也更理想;而在中间概率部分(5%~90%),二者成果较为接近。因此,采用 Gumbel 分布曲线的设计成果是合理可信的,具有一定的适应性和优势。

2.2 联合分布函数推求

由前面的分析可知,常州雨量站 D1、D3 系列之间存在一定的相关性。本文选用水文领域最常用的 Archimedean Copula 函数族中的 Gumbel-Hougaard (G-H) Copula 函数^[10-13]构建 D1、D3 系列的联合分布函数:

$$F(x,y)=\exp\left\{-\left[(-\ln F_X(x))^{\theta}+(-\ln F_Y(y))^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}\quad(\theta\in[1,+\infty))\quad(1)$$

式中: X 和 Y 为降水事件中的两个特征变量,分别对应于年最大 1 d 降水量和年最大 3 d 降水量; $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$ 分别为两特征变量的边缘分布函数。

采用相关性指标法^[14]估计 G-H Copula 函数的参数 θ ,即运用 Kendall 秩相关系数 τ 与 Copula 函数参数 θ 之间的关系 $\left(\tau=1-\frac{1}{\theta}\right)$ 间接计算。由前述分析成果,基于 Gumbel 分布和 P-Ⅲ型分布的 D1、D3 系列联合分布函数确定公式分别为

$$F_c(x,y)=\exp\left\{-\left[(-\ln G_X(x))^{2.162}+(-\ln G_Y(y))^{2.162}\right]^{\frac{1}{2.162}}\right\}\quad(2)$$

$$F_p(x,y)=\exp\left\{-\left[(-\ln P_X(x))^{2.162}+(-\ln P_Y(y))^{2.162}\right]^{\frac{1}{2.162}}\right\}\quad(3)$$

式中: $G_X(x)$ 、 $G_Y(y)$ 分别为年最大 1 d 降水量和年最大 3 d 降水量的 Gumbel 分布函数; $P_X(x)$ 、 $P_Y(y)$ 分别为年最大 1 d 降水量和年最大 3 d 降水量的 P-Ⅲ型分布函数。

2.3 拟合优度评价

为分析所选 Copula 函数是否能够有效地描述变量间的相关性结构,需要对 Copula 函数进行拟合检验。本文将各个观测点据的经验分布频率和理论分布频率进行比较,以检验两变量理论联合分布函数在暴雨组合频率分析中的拟合程度,同时采用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 检验分布的一致性^[15],结果见图 3 和表 5。

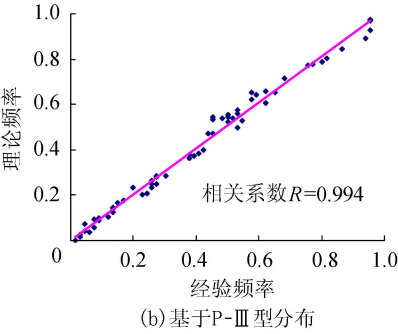
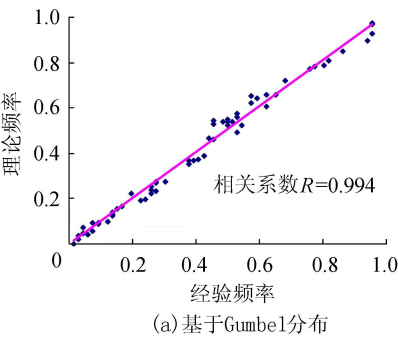


图 3 经验频率和理论频率比较

表 5 理论联合分布 K-S 检验结果

分布线型	D_n^*	$D_{n,\alpha}$	检验结果
Gumbel	0.089 9	0.169	通过检验
P-Ⅲ型	0.092 7	0.169	通过检验

从图 3 和表 5 可以看出,基于不同分布曲线,利用 G-H Copula 函数构建的常州雨量站年最大 1 d、

3 d 降水量组合的联合分布函数均较为理想。

拟合优度评价是选择联合分布函数的重要指标。本文采用 AIC 信息准则法和离差平方和最小准则法(OLS)^[16-17]进行拟合优度评价,结果见表 6。从表 6 可以看出,在两者对应的 OLS 值相当的情况下,基于 Gumbel 分布的 G-H Copula 函数对应的 AIC 值更小,拟合效果更好,同时考虑到前述边缘分布函数推求中 Gumbel 分布曲线的拟合效果也较为理想的情况,本文最终采用基于 Gumbel 分布的 G-H Copula 函数做进一步分析。

表 6 G-H Copula 函数拟合优度评价结果

分布线型	AIC 值	OLS 值
Gumbel	-427	0.030
P-Ⅲ型	-425	0.030

2.4 同现重现期和同现风险率计算

2.4.1 同现重现期计算

两变量同现重现期为水文事件 X、Y 都超过某一特定值时发生频率的倒数,用于表征可能出现一次该情况的平均间隔时间,其计算公式为

$$T_a(x,y)=\frac{1}{P(X>x,Y>y)}=$$
$$\frac{1}{1-F_X(x)-F_Y(y)+F(x,y)}\tag{4}$$

按式(4)计算得常州雨量站 D1、D3 系列不同频率设计暴雨的同现重现期如图 4(图中 W_{D1} 、 W_{D3} 分别为常州雨量站 D1、D3 系列的设计暴雨)和表 7 所示。

由表 7 可以看出,单变量 D1、D3 的重现期均为 2 a 时,两者遭遇的同现重现期为 2.6 a;当 D1、D3 的重现期分别为 100 a 时,两者遭遇的同现重现期约为 160 a;当 D1、D3 的重现期分别为 1 000 a 时,两者遭遇的同现重现期约为 1 607 a。显然,某一频率下 D1、D3 同现重现期大于单变量(D1 或 D3)的重现期。这表明,当同时遭遇某一设计频率下的年最大 1 d、3 d 降水时,常州市所遭遇的洪水往往大于年最大 1 d 或年最大 3 d 降水单变量的设计洪水标准,对防洪威胁最大。若采用联合分布的设计标准,更有

表 7 常州雨量站 D1、D3 系列不同频率设计暴雨的同现重现期计算结果

$P_{D1}/\%$	同现重现期/a								
	$P_{D3}=50\%$	$P_{D3}=20\%$	$P_{D3}=10\%$	$P_{D3}=5\%$	$P_{D3}=2\%$	$P_{D3}=1\%$	$P_{D3}=0.5\%$	$P_{D3}=0.2\%$	$P_{D3}=0.1\%$
50	2.6	5.4	10.3	20.2	50.2	100.2	200.2	500.1	1 000.1
20	5.4	7.4	11.8	21.5	51.2	101.0	200.9	500.8	1 000.7
10	10.3	11.8	15.4	24.2	53.3	102.8	202.5	502.1	1 001.9
5	20.2	21.5	24.2	31.5	58.5	107.1	206.1	505.1	1 004.6
2	50.2	51.2	53.3	58.5	79.7	123.7	219.5	515.9	1 014.0
1	100.2	101.0	102.8	107.1	123.7	160.1	248.0	537.5	1 032.3
0.5	200.2	200.9	202.5	206.1	219.5	248.0	320.9	590.4	1 075.5
0.2	500.1	500.8	502.1	505.1	515.9	537.5	590.4	803.1	1 242.4
0.1	1 000.1	1 000.7	1 001.9	1 004.6	1 014.0	1 032.3	1 075.5	1 242.4	1 606.9

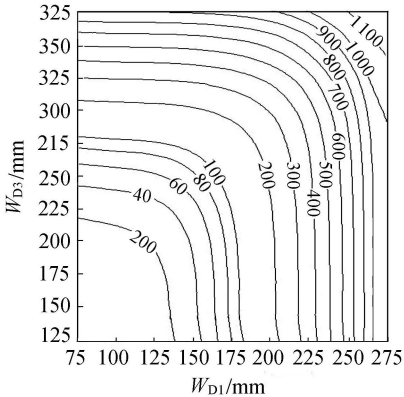


图 4 常州雨量站 D1、D3 系列不同频率设计暴雨的同现重现期等值线(单位:a)

利于提升常州市的防洪能力。

2.4.2 同现风险率计算

同现风险率是指在一定时空条件下发生多变量非期望事件的概率^[18]。考虑到常州地处太湖平原区,境内河网密布、水系纵横的自然地理条件以及主峰在前的暴雨特征,最大 1 d 降水往往对洪水量级和洪峰的形成起关键作用,同时从充要条件的角度看,发生最大 1 d 降水是发生年最大 3 d 降水的必要条件,因此定义常州雨量站 D1、D3 系列的同现风险率为 $P(Y>y | X>x)$,即年最大 1 d 降水大于特定设计值条件下的年最大 3 d 降水超过设计值的风险率。常州雨量站 D1、D3 系列不同设计暴雨组合的同现风险率计算结果见表 8。

从表 8 可以看出,D1、D3 系列同频率设计暴雨遭遇的风险率很高,如重现期均为 2 a 的年最大 1 d、3 d 降水遭遇的同现风险率达到 77%,且随着重现期增大而减小。对于某一频率的年最大 3 d 降水设计值,年最大 1 d 降水的重现期越大,两者的同现风险率越高;对于某一频率的年最大 1 d 降水设计值,年最大 3 d 降水的重现期越大,两者的同现风险率越小。这表明,在发生某一设计频率的年最大 3 d 降水时,同时遭遇年最大 1 d 降水的可能性随年最大 1 d 降水对应的重现期增大而变大;在发生某一

表 8 常州雨量站不同设计暴雨组合的同现风险率计算结果

$W_{D3}/$ mm	同现风险率/%									
	$W_{D1}=84.4\text{ mm}$	$W_{D1}=115.8\text{ mm}$	$W_{D1}=136.6\text{ mm}$	$W_{D1}=156.6\text{ mm}$	$W_{D1}=182.4\text{ mm}$	$W_{D1}=201.8\text{ mm}$	$W_{D1}=221.0\text{ mm}$	$W_{D1}=246.5\text{ mm}$	$W_{D1}=265.7\text{ mm}$	
123.4	0.770	0.933								
169.2	0.373	0.676	0.846	0.932						
199.6	0.195	0.423	0.649	0.825	0.939					
228.7	0.099	0.233	0.413	0.635	0.855	0.934	0.971			
266.4	0.040	0.098	0.188	0.342	0.627	0.809	0.911	0.969	0.986	
294.6	0.020	0.049	0.097	0.187	0.404	0.625	0.807	0.930	0.969	
322.7	0.010	0.025	0.049	0.097	0.228	0.403	0.623	0.847	0.930	
359.8	0.004	0.010	0.020	0.040	0.097	0.186	0.339	0.623	0.805	
387.9	0.002	0.005	0.010	0.020	0.049	0.097	0.186	0.402	0.622	

设计频率的年最大 1 d 降水时,同时遭遇年最大 3 d 降水的可能性随年最大 3 d 降水对应的重现期增大而变小。

2.5 “6·26”暴雨分析

根据前述边缘分布函数推求的频率分析成果,2015 年常州市“6·26”暴雨中,年最大 1 d、3 d 降水的重现期分别为 38 a、192 a,而两者组合时的同现重现期则高达 218 a,高于传统单变量的设计标准。此外,两者组合时的同现风险率达到 17.4%,说明就理论上而言,当发生 38 a 一遇的最大 1 d 降水后,再发生高达 192 a 一遇的最大 3 d 降水的可能性本应不大。

根据历年水文资料统计,1951—2015 年间,当发生年最大 1 d 降水后,再发生年最大 3 d 降水的情况共有 38 次,占比达 58.5%,表明当发生较大的 1 d 降水后,再发生较大 3 d 降水的可能性非常高,对常州市防洪排涝威胁较大。然而,在同时遭遇年最大 1 d、3 d 降水的情形中,统计年最大 1 d 降水量在年最大 3 d 降水量中的占比情况,其占比小于或等于 2015 年的情况只出现 9 次,其在同时遭遇年最大 1 d、3 d 降水的情形中,所占比重仅为 23.7%,在 1951—2015 年期间所占比重更是只有 13.8%,因此从另一角度表明“6·26”暴雨的特殊性和罕见性,同时也表明随着气候变化和人类活动的影响,下垫面产汇流条件改变,极端降水事件发生的概率增大,常州市未来的防洪形势将更为严峻。

3 结 论

a. 常州市年最大 1 d、3 d 降水量系列均不存在显著的趋势变化,但呈现弱上升趋势,且均未发生显著性变异,两者之间存在一定的相关性。

b. 相对 P-Ⅲ型分布曲线,Gumbel 分布曲线对常州市年最大 1 d、3 d 降水量系列进行频率分析的拟合效果更优,其设计成果在小概率部分偏大一些,有利于工程设计的安全。水文上不常使用的 Gumbel 分布曲线更适合于常州市年最大 1 d、3 d 降水量系列的

频率分析。

c. 常州市“6·26”暴雨的同现重现期达到 218 a,同现风险率仅为 17.4%,表明此次暴雨具有特殊性和罕见性,常州市未来的防洪形势将更为严峻。

参考文献:

[1] 许月萍,童杨斌,富强,等. 几种 Copulas 模拟不同历时降雨量的影响分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2009,43(6): 1107-1111. (XU Yueping,TONG Yangbin, FU Qiang, et al. Impact analysis for rainfall depthsimulation of different durations through several Copulas[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science),2009,43(6):1107-1111. (in Chinese))

[2] 曾明,张雨凤,李琼芳,等. 上海市不同历时暴雨组合概率研究[J]. 水资源保护,2015,31(4): 82-86. (ZENG Ming, ZHANG Yufeng, LI Qiongfang, et al. Study on probability for rainstorm combinations during different durations in Shanghai City [J]. Water Resources Protection,2015,31(4):82-86. (in Chinese))

[3] 魏凤英. 现代气候统计诊断与预测技术[M]. 北京:气象出版社,2007.

[4] 王金花,康玲玲,赵广福. 基于 Mann-Kendall 法的水沙系列突变点研究[J]. 人民黄河,2010,32(1): 42-45. (WANG Jinhua, KANG Lingling, ZHAO Guangfu. Analysis of change point detection of water and sediment series based on Mann-Kendall method[J]. Yellow River, 2010,32(1):42-45. (in Chinese))

[5] POTTER K W. Illustration of a new test for detecting a shift in mean in precipitation series[J]. Monthly Weather Review,1981,109:2040-2045.

[6] REEVES J, CHEN J, WANG X L, et al. A review and comparison of change point detection techniques for climate data [J]. Journal of Applied Meteorology and Climatology,2007,46:900-915.

[7] 符淙斌,王强. 气候突变的定义和检测方法[J]. 大气科学,1992,16(4):482-493. (FU Congbin, WANG Qiang. The definition and detection of climate abrupt change[J]. Scientia Atmospherica, 1992, 16 (4): 482-493. (in Chinese))

(下转第 94 页)

- 限分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(6): 1801-1805. (WANG Chunzi, CHEN Changfu, ZHAO Yang. Upper-bound limit analysis of ultimate bearing capacity of upper geosynthetic-encased stone column[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(6): 1801-1805. (in Chinese))
- [8] 赵明华, 陈庆, 张玲, 等. 加筋碎石桩承载力计算[J]. 公路交通科技, 2011, 28(8): 7-12. (ZHAO Minghua, CHEN Qing, ZHANG Ling, et al. Calculation of bearing capacity of geosynthetic-encased stone columns[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 28(8): 7-12. (in Chinese))
- [9] 赵明华, 张赞威, 刘猛, 等. 筋箍碎石桩复合地基极限承载力计算[J]. 水文地质工程地质, 2014, 41(1): 67-73. (ZHAO Minghua, ZHANG Zanwei, LIU Meng, et al. Calculation of ultimate bearing capacity of composite foundation with geosynthetic encased stone columns[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2014, 41(1): 67-73 (in Chinese))
- [10] 曹文贵, 杨泽华. 柔性基础下碎石桩加筋复合地基沉降分析方法[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(11): 1997-2004. (CAO Wengui, YANG Zehua. Method for analyzing settlement of reinforced-pile composite ground under flexible foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(11): 1997-2004. (in Chinese))
- [11] 吴梦婷, 陈昌富. 顶部加箍碎石桩复合地基沉降计算方法[J]. 中国科技论文, 2013, 8(11): 1095-1099. (WU Mengting, CHEN Changfu. Settlement computation of composite foundation of upper geosynthetic-encased stone column[J]. China Science Paper, 2013, 8(11): 1095-1099. (in Chinese))
- [12] 高明军. 管式格栅加筋碎石桩的承载特性试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2008.
- [13] BAUMANN V, BAUER G E A. The performance of foundation on various soils stabilized by the vibro-compaction method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 3(2): 509-530.
- [14] 俞伟, 苏枋, 唐新军. 碎石桩加固软土地基处理的有限元分析[J]. 水利与建筑工程学报, 2013, 11(5): 114-117. (YU Wei, SU Fang, TANG Xinjun. Finite element analysis on soft soil foundation reinforcement with gravel pile[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2013, 11(5): 114-117. (in Chinese))
- [15] 黄兵. GPS 软基加固系统机理及其在成都绕城高速公路的应用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2002.
- (收稿日期: 2015-11-09 编辑: 骆超)

(上接第 72 页)

- [8] 谢平, 陈广才, 雷红富. 变化环境下基于趋势分析的水资源评价方法[J]. 水力发电学报, 2009, 28(2): 14-19. (XIE Ping, CHEN Guangcai, LEI Hongfu. The assessment method of water resources based on trend analysis of changing environments[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2009, 28(2): 14-19. (in Chinese))
- [9] 李国芳. 感潮河段水文计算方法研究[D]. 南京: 河海大学, 2003.
- [10] GUMBEL E J. Multivariate exeme distributions[J]. Bulletin of the International Statistical Institute, 1960, 39(2): 471-475.
- [11] 熊立华, 郭生练. 两变量极值分布在洪水频率分析中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2004, 21(2): 35-37. (XIONG Lihua, GUO Shenglian. Application study of a bivariate extremal distribution in flood frequency analysis[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2004, 21(2): 35-37. (in Chinese))
- [12] 林荣, 李国芳. 黄浦江风暴潮位、区间降雨量和上游来水量遭遇分析[J]. 水文, 2000, 20(3): 1-5. (LIN Rong, LI Guofang. Analysis of the upstream floods meeting with storm tide and interval rainfall in the Huangpu River[J]. Journal of China Hydrology, 2000, 20(3): 1-5. (in Chinese))
- [13] 谢华, 黄介生. 两变量水文频率分布模型[J]. 水科学进展, 2008, 19(3): 443-452. (XIE Hua, HUANG Jiesheng. A review of bivariate hydrological frequency distribution[J]. Journal of Advances in Water Science, 2008, 19(3): 443-452. (in Chinese))
- [14] 杜江, 陈希镇, 于波. Archimedean Copula 函数的参数估计[J]. 科学技术与工程, 2009(3): 637-640. (DU Jiang, CHEN Xizhen, YU Bo. Parameter estimation of Archimedean Copula[J]. Science Technology and Engineering, 2009(3): 637-640. (in Chinese))
- [15] 南波. 基于 K-S 检验法的雪荷载统计分析[J]. 兰州理工大学学报, 2002, 38(1): 115-119. (NAN Bo. Statistical analysis of snow load based on K-S inspection method[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2002, 38(1): 115-119. (in Chinese))
- [16] 单国莉, 陈东峰. 一种确定最优 Copula 的方法及应用[J]. 山东大学学报(理学版), 2005(4): 66-69. (SHAN Guoli, CHEN Dongfeng. A method to determinate the optimal Copulas and its application[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2005(4): 66-69. (in Chinese))
- [17] WANG Cheng, CHANG Nibin, YEH G T. Copula-based flood frequency analysis at the confluences of river system[J]. Hydrological Processes, 2009(2): 7273-7288.
- [18] 傅湘, 王丽萍. 洪水遭遇组合下防洪区的洪灾风险率估算[J]. 水电能源科学, 1999, 17(4): 23-26. (FU Xiang, WANG Liping. Estimating flood hazard risk rate of flood control region under flood encountering combination[J]. Water Resources and Power, 1999, 17(4): 23-26. (in Chinese))
- (收稿日期: 2016-01-31 编辑: 熊水斌)