

基于集合卡尔曼滤波的实时校正方法

顾炉华^{1,2}, 赖锡军¹

(1. 中国科学院南京地理与湖泊研究所, 江苏 南京 210008; 2. 中国科学院大学资源与环境学院, 北京 101407)

摘要:为减少非恒定水流计算中的不确定性, 基于集合卡尔曼滤波提出多变量交替校正的方法。该方法通过交替校正水位和流量, 避开了滤波过程中的大矩阵计算, 实现了利用观测信息直接校正非恒定流状态的目的; 同时, 应用尺度转换方法提高水位滤波精度。数值试验重点考察了观测误差和水位变换系数对模型计算精度的影响。结果表明: 观测误差越小, 模型的计算精度越高; 水位尺度变换系数能显著增强多变量交替校正方法的效果, 变换系数越大, 计算精度越高; 基于集合卡尔曼滤波的多变量交替校正方法具有良好的校正性能, 能显著提高河道水流的预报精度。

关键词:水动力学模型; 集合卡尔曼滤波; 非恒定流; 实时校正技术; 洪水预报

中图分类号:TV131.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2017)02-0073-05

A real-time alternating updating method based on ensemble Kalman filter//GU Luhua^{1,2}, LAI Xijun¹ (1. *Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008, China*; 2. *College of Resources and Environment, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101407, China*)

Abstract: To reduce the uncertainty in calculation of unsteady flows, a multivariate alternate updating method is proposed based on the ensemble Kalman filter. This method updates water stage and discharge data alternately to calibrate unsteady flow, using the observed information without the large matrix calculating; meanwhile, scaling transformation is used in order to improve the water level filter precision. Numerical experiments emphatically investigate the effects of measurement accuracy and water level transformation coefficient on forecast precision of the method. The results show that the forecast error increases as the measurement accuracy decreases; the water level transformation coefficient can obviously improve the effect of the multivariate alternate updating method, the larger the water level transformation coefficient is, the higher the forecast precision will be; the multivariate alternate updating method has good calibrating performance and can improve forecast accuracy of unsteady flows in open channel.

Key words: hydrodynamic model; ensemble Kalman filter; unsteady flow; real-time updating; flood forecasting

如何将水动力学模型与实时校正技术结合起来提高河网水情的仿真与预报精度, 是当前洪水预报领域的重要课题。赖锡军等^[1]基于确定性理论框架给出了非恒定流反问题计算的变分法; 而基于统计估值理论的卡尔曼滤波方法(Kalman filter, KF)凭借在线估计时间短、存储量小、适合实时处理和计算机计算等优点成为该领域的研究热点。葛守西等^[2]考察了不同状态变量对校正效果的影响, 确定了误差协方差阵的最优结构形式和滤波器最优参数值; 周全等^[3-5]提出了交替校正方法, 分别建立水位与流量的状态方程, 进行交替滤波计算; 吴晓玲等^[6]基于交替校正方法, 通过滤波增益信息研究了模型误差的空间分布, 改善了动态噪声干扰矩阵; Madsen 等^[7]同样基于增益信息的空间分布, 提出适

用于观测延迟或缺失的优化方法。基于 KF, Evensen^[8]提出了集合卡尔曼滤波方法(ensemble Kalman filter, EnKF), 通过对集合成员的统计来计算误差方差阵, 此方法具有求解过程简单、预报精度高、适用于强非线性系统等优点, 被广泛地应用于大气、海洋、水文等领域的数据同化^[9-12]。如赖锡军^[13]将 EnKF 引入到水量预测和洪水预报中来, 提出了水动力模型与 EnKF 耦合的实时多变量分析方法; 陈一帆等^[14]将 EnKF 运用于河网的水情数据同化。

本文拟建立基于集合卡尔曼滤波的多变量交替校正方法。通过交替校正水位和流量, 充分挖掘隐藏在观测数据中的有效信息, 避免滤波过程中的大矩阵计算, 并引入水位尺度变换系数, 探究其对滤波效果的影响。

基金项目: 水体污染控制与治理科技重大专项(2012ZX07101-011); 国家自然科学基金(51379059, 51279047)

作者简介: 顾炉华(1993—), 男, 硕士研究生, 主要从事环境水力学研究。E-mail: lghu21@163.com

通信作者: 赖锡军(1977—), 男, 副研究员, 主要从事环境水力学研究。E-mail: xjlai@niglas.ac.cn

1 一维非恒定流基本方程

一维非恒定流的基本方程,又称为圣维南方程,可写成:

B \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \tag{1}

\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial Z}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \tag{2}

式中:Z 为水位,m;Q 为流量,m³/s;K 为流量模数,m³/s;g 为单位河长旁侧入流,m²/s;A 为过水断面面积,m²;α 为动量校正系数;g 为重力加速度,m/s²;x 为沿水流方向距离,m;t 为时间,s;B 为水面宽度,m。

采用 Preissmann 四点加权隐格式离散上述两式得到:

A_{1j}\Delta Q_j + B_{1j}\Delta Z_j + C_{1j}\Delta Q_{j+1} + D_{1j}\Delta Z_{j+1} = E_{1j} \tag{3}

A_{2j}\Delta Q_j + B_{2j}\Delta Z_j + C_{2j}\Delta Q_{j+1} + D_{2j}\Delta Z_{j+1} = E_{2j} \tag{4}

式中符号含义见文献[16]。对于缓流,在已知上下游边界条件的情况下,可用追赶法求出各系数,进而求得河道各断面每一时刻的水位值和流量值。

2 集合卡尔曼滤波

2.1 滤波原理

EnKF 的基本思想是利用蒙特卡罗方法构造一个背景集合,集合元素以抽样的方式从系统状态中获取,背景集合的样本协方差视为预报误差方差,运行滤波器对背景集合进行更新,得到分析集合,分析集合的均值视为状态的最佳估计,分析集合的样本协方差视为校正误差方差。分析集合通过模型传递,得到下一时刻的背景集合。EnKF 用集合统计的方法估算真实值,具有精度高、计算量小、适用范围广等优点。

2.2 计算过程

首先,建立状态方程和量测方程:

X_k = AX_{k-1} + BU_k + W_k \tag{5}

Z_k = H_k + V_k \tag{6}

式中:X_k、X_{k-1} 分别为 k 时刻、k-1 时刻系统的状态量;U_k 为 k 时刻系统的控制量;A、B 为状态系统参数矩阵;Z_k 为 k 时刻的观测量;H_k 为量测系统的观测矩阵;W_k、V_k 分别为过程和测量的噪声,它们各自的协方差为 Q 和 R。

状态变量预测:

X_{k|k-1} = AX_{k-1|k-1} + BU_k \tag{7}

集合误差协方差:

P_e = \frac{A'A^T}{N-1} \tag{8}

其中 A' = A - \bar{A}

式中:X_{k|k-1} 为根据 k-1 时刻的分析解得到的预测值;X_{k-1|k-1} 为根据 k-1 时刻观测得到的分析解;A' 为集合扰动;\bar{A} 为集合均值;N 为集合中元素个数。

采用下式求增益矩阵:

K = P_e H_k^T (K P_e H_k^T + R)^{-1} \tag{9}

状态变量更新:

X_{klk} = X_{klk-1} + K(D_K - H_k X_{klk-1}) \tag{10}

式中:X_{klk} 为根据 k 时刻观测得到的分析解;D_K 为 k 时刻观测值。

集合误差协方差更新:

P_a = P_f - H_k^T (H_k P_f H_k^T + R_e)^{-1} H_k P_f \tag{11}

式中:P_a 为更新后的集合误差协方差;P_f 为预测集合误差协方差;R_e 为观测误差协方差。

3 多变量交替校正方法

交替校正方法是指针对不同类型状态量分别建立滤波器方程,进行交替滤波计算以达到不同状态量之间协同变化的方法。由周全等[3-5]首先提出并应用到一维水动力模型中,验证了方法的可行性。吴晓玲等[6]基于卡尔曼滤波交替校正方法,从模型误差空间分布的角度对原方法进行了改进,使得非实测断面也有很高的校正精度;并将卡尔曼滤波多变量交替校正方法和多变量综合校正方法进行对比,得出交替校正的效果略优于综合校正的结论。在前人研究的基础上,本文将交替校正的思路拓展应用于 EnKF,探究基于 EnKF 的一维非恒定流多变量交替校正方法的可行性。该方法的主要思想是构建两组平行计算的集合卡尔曼滤波器。预报阶段两组状态变量独立计算,在有观测融入的时刻分别运行水位滤波器和流量滤波器得到分析解,再将分析解赋给水位和流量作为下一步计算的初始条件,重新给集合矩阵赋值并增加扰动,循环计算。鉴于水位数量级较小,不能充分体现 EnKF 的性能,引入尺度变换系数 M,在滤波前对水位进行尺度变换。多变量交替校正计算流程如图 1 所示。

4 数值试验

4.1 案例选择

选择一全长为 60 km 的河道进行测试,河道断面为梯形,上游是流量边界,流量-时间关系为 Q = 160 + 320t \exp[-0.5(t-3) - \exp[-0.5(t-3)]],下游为给定的水位边界。计算河道共 61 个断面,空间步长取 1 km,初始时刻各断面流量为 160 m³/s。观测站点分别距离上游 11 km、23 km、35 km 和 47 km,观测间隔为 0.5 h。

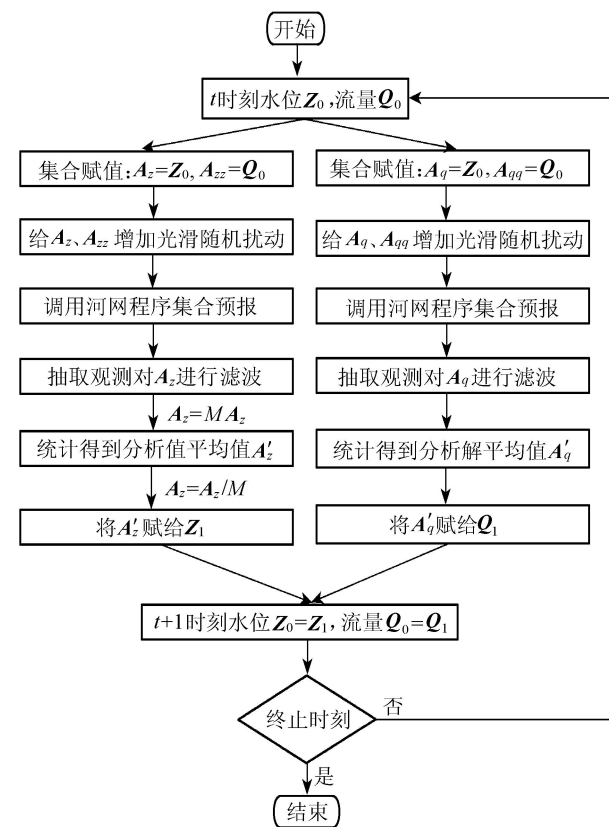


图1 多变量交替校正计算流程

4.2 试验设计

案例通过对比用水量模型和基于集合卡尔曼滤波的多变量交替校正方法的计算结果,来验证集合卡尔曼滤波模型的准确性,并通过改变观测对象的误差标准差和水位尺度变换系数来探究该方法的校正性能。由于很多河流上游监测点很少乃至没有,造成上游流量过程误差较大。假定上游流量过程为主要误差源,取其为真实值的80%作为上游边界条件,在给定不同观测精度和水位尺度变换系数条件下,用EnKF多变量交替校正方法进行分析。试验选取1%、3%、5%、9%这4种观测误差和5、10、20、30和50这5种变换系数作为控制变量,试验方案如表1所示。

表1 不同变换系数和误差标准差的试验方案

试验方案	变换系数	误差标准差/%	水位残差/m	流量残差/($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
1	30	1	0.0958	27.04
2	30	3	0.1072	28.59
3	30	5	0.1236	31.58
4	30	9	0.1532	35.94
5	5	5	0.2199	46.25
6	10	5	0.1796	39.71
7	20	5	0.1401	33.80
8	50	5	0.1094	29.14

初始集合是在恒定流条件基础上叠加相应的扰动得到,表达式如下:

$$U_k = U_k(1 + N_k \sigma_u) \quad (12)$$

式中: N_k 为第 k 个集合的伪光滑随机扰动场,每个断面的集合服从均值为0、差为1的正态分布,生成方式参考文献[8]; σ_u 为模型误差的相对标准差。在设置初始集合时取 $\sigma_u = 0.1$,在设置每个计算步的模型随机误差时取 $\sigma_u = 2.5 \times 10^{-4}$ 。每组试验集合数均取100,试验中明渠水流运动具体计算模型可见文献[15]。

4.3 试验结果及分析

4.3.1 观测误差对EnKF的影响

选取距河道起点11 km和47 km处的断面作为研究对象,计算不同条件下的分析值、预报值和真值,得到流量随时间的变化曲线如图2所示。

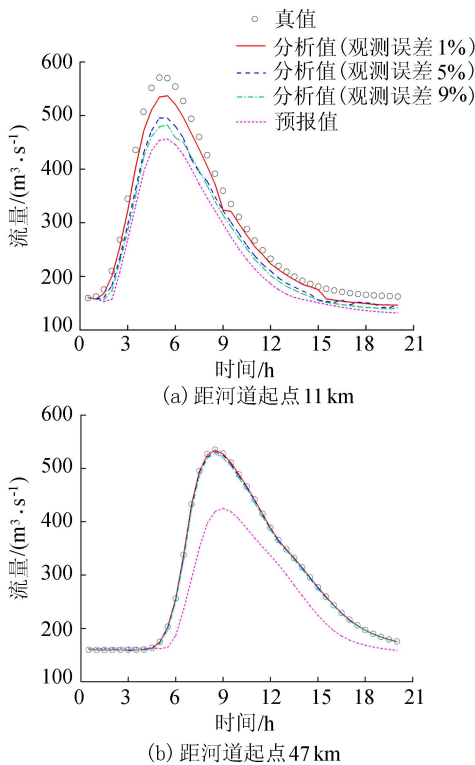


图2 流量过程比较

图2(a)显示随着观测误差的增加,分析值与真值差距变大,分析值的精度越来越低,这是因为在上游边界条件不准确时,模型的精度主要取决于观测的精度,观测精度越高,模型精度也越高。图2(b)中各种精度下的分析值与真值已经相差无几,体现了很好的校正效果。对比两图能够发现距河道起点11 km的断面的校正效果明显差于距河道起点47 km的断面,这是因为模型主要的不确定性来自上游来流,接近上游的断面在滤波时受上游边界条件影响较大;而下游边界是准确的,对滤波中的下游断面施加影响从而使得校正精度很高。

为更好地比较不同观测精度下模型的校正性能,引入均方误差和残差,其计算公式见文献[13]。

图3显示了不同观测误差下流量过程均方误差随时间变化的趋势,总体来说观测精度越高,均方误差越小,即校正效果越好,这与上面的结论是一致的。同时可以看出,均方误差的变化与上游来流量总体一致,而且随时间呈锯齿状变化。表明在每一个有观测融入的时刻,模型能够调整运行轨迹,使分析值接近真值。图4是观测误差与所有计算时刻的均方误差的平均值即残差的关系曲线,可以看到残差与观测误差值正相关,这也从另一个角度验证了观测精度越高,校正效果越好的结论。

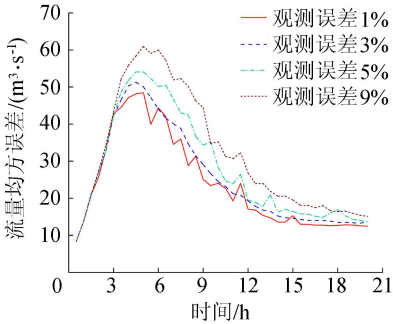


图3 不同观测误差下的均方误差

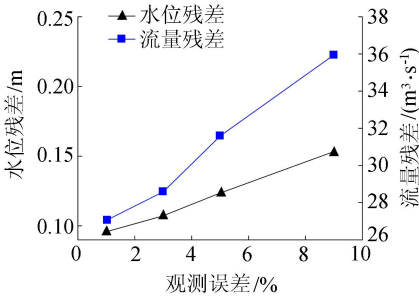


图4 观测误差与残差关系曲线

4.3.2 水位尺度变换系数对 EnKF 的影响

因为水位量级较小,难以充分发挥 EnKF 的性能,本文设置了水位尺度变换系数 M ,考察其对 EnKF 校正效果的影响。取中间断面即距河道起点 30 km 处流量过程作为研究对象,在 5% 观测误差条件下进行数值试验,结果见图5。

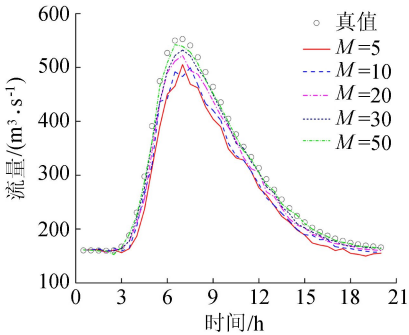


图5 中间断面流量过程

图5显示随着水位尺度变换系数 M 的增大,分析值越来越接近真值,说明 M 对 EnKF 有重要影响,

它的大小在很大程度上影响了 EnKF 的校正精度。这一点可以进一步通过均方误差和残差得到佐证。

图6和图7都表明水位尺度变换系数 M 的增大会提高 EnKF 的校正性能,图7还显示残差随变换系数呈对数分布,在 M 从5增加到20的过程中,残差有快速下降的过程,随后趋于平缓,这再次证明了上面的结论。 M 的这一变化特性值得上升到理论层面进行讨论,笔者将进行后续研究。

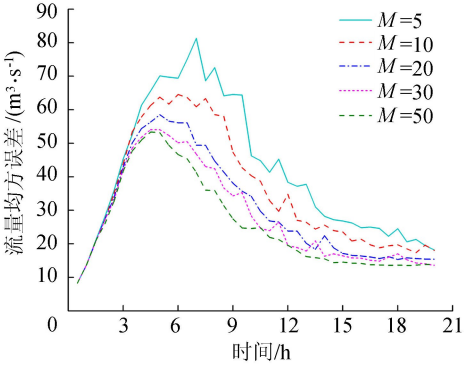


图6 不同水位尺度变换系数下的流量均方误差

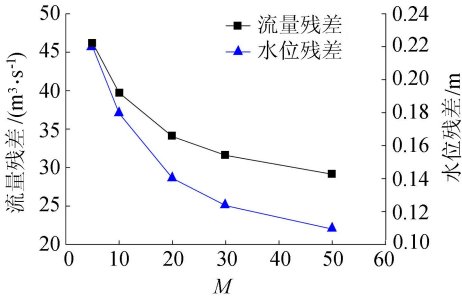


图7 水位尺度变换系数与残差关系曲线

5 结 语

本文建立了基于集合卡尔曼滤波的一维非恒定流多变量交替校正方法,通过分别构建水位和流量滤波器,实现了对水位和流量的单独校正,再将校正结果统一作为下一个预报集合的初始场,增加扰动,循环计算。水位校正和流量校正交替进行,不仅充分挖掘了隐藏在观测数据中的有效信息,而且避免了滤波过程中的大矩阵计算,显著提高了计算效率。在滤波前,还对水位进行了尺度变换,改善了水位滤波效果。

数值试验重点考察了观测误差和水位尺度变换系数对模型计算精度的影响,并以均方误差为指标,检验了校正的效果。试验结果表明,在集合卡尔曼滤波中校正效果主要取决于观测精度,观测精度越高,则均方误差越小,均方误差与观测误差之间大致呈线性关系;水位尺度变换系数能显著增强多变量交替校正方法的效果,且变换系数越大,滤波精度越高。但滤波精度在变换系数增大到一定程度后提高

的幅度越来越小。

参考文献:

[1] 赖锡军,傅国圣,孙波,等.非恒定水流计算的最优控制问题及其变分求解[J].水科学进展,2008,19(4):537-545. (LAI Xijun, FU Guosheng, SUN Bo, et al. Optimal control problems in unsteady flow computation and their variational solutions [J]. Advances in Water Science, 2008,19(4):537-545. (in Chinese))

[2] 葛守西,程海云,李玉荣,等.水动力学模型卡尔曼滤波实时校正技术[J].水利学报,2005,36(6):687-693. (GE Shouxi, CHENG Haiyun, LI Yurong, et al. Real time updating of hydrodynamic model by using Kalman filter [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005,36(6):678-693. (in Chinese))

[3] 周全.洪水预报实时校正方法研究[D].南京:河海大学,2005.

[4] 王船海,吴晓玲,周全,等.卡尔曼滤波校正技术在水动力学模型实时洪水预报中的应用[J].河海大学学报(自然科学版),2008,36(3):300-305. (WANG Chuanhai, WU Xiaoling, ZHOU Quan, et al. Application of Kalman filter technique in real-time flood forecasting[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2008,36(3):300-305. (in Chinese))

[5] 李大勇,董增川,刘凌,等.一维非恒定流模型与卡尔曼滤波耦合的实时交替校正方法研究[J].水利学报,2007,38(3):330-336. (LI Dayong, DONG Zengchuan, LIU Ling, et al. Real-time alternative updating model coupling 1-D unsteadyflow computation with Kalman filter [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007,38(3):330-336. (in Chinese))

[6] 吴晓玲,王船海,向小华,等.实时校正中系统噪声均值的空间分布[J].河海大学学报(自然科学版),2008,36(4):448-451. (WU Xiaoling, WANG Chuanhai, XIANG Xiaohua, et al. Spatial distribution of mean value of system noise in real-time updating[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2008,36(4):448-451. (in Chinese))

[7] MADSEN H, SKOTNER C. Adaptive state updating in real-time river flow forecasting-a combined filtering and error forecasting procedure [J]. Journal of Hydrology, 2005,308(1/2/3/4):302-312.

[8] EVENSEN G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics [J]. Journal of Geophysical Research, 1994,99(5):10143-10162.

[9] HOUTEKAMER P, MITCHELL H. Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique[J]. Monthly Weather Review, 1998,126(3):796-811.

[10] HAUGEN V, EVENSEN G. Assimilation of SLA and SST data into an OGCM for the Indian Ocean [J]. Ocean

Dynamics, 2002,52(3):133-151.

[11] MCCLAUGHLIN D. An integrated approach to hydrologic data assimilation: interpolation, smoothing, and filtering [J]. Advances in Water Resources, 2002,25(8):1275-1286.

[12] MORADKHANI H, SOROOSHIAN S, GUPTA H, et al. Dual stateparameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter [J]. Advances in Water Resources, 2005,28:135-147.

[13] 赖锡军.水动力学模型与集合卡尔曼滤波耦合的实时校正多变量分析方法[J].水科学进展,2009,20(2):241-248. (LAI Xijun. Real-updating multivariate analysis for unsteady flows with ensemble Kalman filter [J]. Advances in Water Science, 2009,20(2):241-248. (in Chinese))

[14] 陈一帆,程伟平,钱镜林,等.基于集合卡尔曼滤波的河网水情数据同化[J].四川大学学报(工程科学版),2014,46(4):26-32. (CHEN Yifan, CHENG Weiping, QIAN Jinglin, et al. Data assimilation of river networks using ensemble kalman filtering algorithm [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2014,46(4):26-32. (in Chinese))

[15] 赖锡军,姜加虎,黄群,等.漫滩河道洪水演算的水动力学模型[J].水利水运工程学报,2005(4):29-35. (LAI Xijun, JIANG Jiahu, HUANG Qun, et al. Hydrodynamicmodel for flood routing in a flood plain river [J]. Hydro-Science and Engineering, 2005(4):29-35. (in Chinese))

[16] 汪德燊.计算水力学理论与应用[M].南京:河海大学出版社,1989.

(收稿日期:2016-01-28 编辑:骆超)

(上接第 67 页)

[14] FOOSE G J. Transit-time design for diffusion through composite liners [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002,128(7):590-601.

[15] PAN Q, WEN Y D, CHEN Y M, et al. Sresses in soil-bentonite slurry trench cut-off walls [J]. Geotechnique, 2015,65(10):1-8.

[16] RUFFING D G, EVANS J C. Prediction of earth pressures in soil-bentonite cutoff walls [J]. Geotechnical Special Publication, 2010,199:2416-2425.

[17] 谢海建.成层介质污染物的迁移机理及衬垫系统防污性能研究[D].杭州:浙江大学,2008.

[18] 刘庭发,张鹏伟,温庆博,等.填埋场防渗垫层服役性能数值模型[J].岩土工程学报,2013,35(增刊1):275-281. (LIU Tingfa, ZHANG Pengwei, WEN Qingbo, et al. Numerical study on performance of anti-seepage liner of landfill [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013,35(Sup1):275-281. (in Chinese))

(收稿日期:2016-03-22 编辑:熊水斌)