

考虑边界反射的河流离岸排放污染混合区计算方法

武周虎

(青岛理工大学环境与市政工程学院, 山东 青岛 266033)

摘要:在等强度点源离岸排放条件下,从简化二维移流扩散方程的解析解出发,探讨了考虑两岸反射作用的中宽河流污染混合区的计算方法。给出了污染混合区边界形状曲线与量纲一方程的形式;采用迭代计算和试算比较法,给出了靠岸与离岸两种类型混合区各几何特征参数(坐标)、面积及面积系数与相对离岸距离的关系曲线,提出了以相对离岸距离 a' 作为判据的排放类型分区条件。给出了河流岸边、离岸与中心排放的分类判别准则:①当 $0 \leq a' \leq a'_1$ 时,简化为岸边(近岸)排放类型;②当 $a'_1 < a' < a'_2$ 时,称为离岸排放类型;③当 $a'_2 \leq a' \leq 0.5$ 时,简化为中心排放类型,并给出了岸边排放类型与离岸排放类型的临界相对离岸距离 a'_1 和中心排放类型与离岸排放类型的临界相对离岸距离 a'_2 的表达式。通过回归分析,给出了中宽河流离岸排放类型混合区主要特征参数的实用计算公式,可作为中宽河流污染混合区范围计算和排污口位置优化设计的依据。

关键词:中宽河流;离岸排放;边界反射;污染混合区;排污口分类准则;几何特征参数计算;实用计算公式

中图分类号:X143;X522 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2017)06-0001-08

A calculation method of pollutant mixing zone for off-bank discharge considering boundary reflection in a river//
WU Zhouhu(*School of Environmental and Municipal Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, China*)

Abstract: Under the circumstances that equal intensity point source is discharged off-bank in rivers of medium width with the consideration of the reflection of both banks, a calculation method of pollutant mixing zone was derived from the analytical solutions of the simplified two-dimensional advection-diffusion equation. The form of the boundary shape curves and the non-dimensional equation of the pollutant mixing zone were obtained. Using the methods of iterative calculation and trial calculation, pollutants mixing zones of river bank and off-bank were identified. The relationship between the geometric characteristic parameters (coordinates), the area and area coefficient of the zone, and the relative off-bank distance were found. As a result, the relative off-bank distance a' was proposed as a classification criterion of discharge types. The classification criteria for river bank, off-bank and river center discharge types are as follows: ①for $0 \leq a' \leq a'_1$, the outfall can be simplified as the type of river bank (near-bank) discharge; ②for $a'_1 < a' < a'_2$, it is named as the type of off-bank discharge; ③for $a'_2 \leq a' \leq 0.5$, the outfall can be simplified as the type of river center discharge, and the expressions of a'_1 and a'_2 have been put forward to represent the classification lines of the river bank and off-bank discharge, off-bank and river center discharge respectively. By regression analysis, an empirical formula of the main characteristic parameters for off-bank discharge in pollutant mixing zone in rivers of medium width is proposed, which provides the basis for the optimization of outfall locations and for the calculation of pollutant mixing zone.

Key words: rivers of medium width; off-bank discharge; boundary reflection; pollutant mixing zone; sewage outfall classification criterions; calculation of geometric characteristic parameters; empirical formula

城镇、工业或其他来源的污/废水经处理达到相应的水污染物排放标准后,通过排污口泄入河流。天然河流多呈宽浅型,排污口近处的射流混合作用能很快转变为向下游的二维移流扩散作用,在排污口附近下游会形成一个污染物浓度高于水环境质量标准的水质过渡区域,通常称为污染混合区^[1-3],又称污染带^[4-6]。由于河流污染混合区仅涉及短距离输送,通常可忽略污染物的降解影响^[4]。张永良等^[1]和美国爱达荷州环境质量局^[2]从水环境管理的角度出发,提出了污染混合区的技术计算指南,包

括污染混合区的确定规则、审批程序、监测方法以及水质建模等。Fischer 等^[7]早在 1979 年就给出了河流离岸排放考虑边界反射作用的二维浓度分布叠加计算公式。薛红琴等^[6]认为“排污口在河流断面上任意位置情况下,污染混合区的最大长度仍应为污染混合区边缘的等浓度线与直线 $y=0$ 两交点之间的距离”;又认为“污染混合区的最大宽度与排污口至岸边的距离基本无关”,从而导致污染混合区几何特征参数的计算结果出现错误。近年来,武周虎等^[3,8-9]在不考虑边界反射作用时,针对宽阔河流岸边排放、中心排放和离岸排放条件,分别给出了污染混合区最大长度、最大宽度与对应纵向坐标和面积的理论计算公式以及污染混合区边界曲线的标准方程;武周虎^[10-12]在考虑两岸反射作用时,针对中宽河流岸边和中心排放条件给出了污染混合区的简化算法以及针对离岸排放条件给出了污染物二维浓度分布的特性分析等系列研究成果,尚缺在考虑两岸反射作用时中宽河流离岸排放条件下确定污染混合区几何特征参数的方法,给实际应用带来不便。

本文针对考虑两岸反射作用的中宽河流,从简化二维移流扩散方程的解析解出发,通过数学推证和量纲分析,提出污染混合区边界形状曲线以及几何特征参数的计算方法,对河流污染混合区几何特征尺度的计算和排污口位置的优化设计,具有理论意义和实用价值。

1 污染混合区边界形状曲线与量纲一方程

1.1 污染混合区边界形状曲线

根据武周虎^[12]提出的基于环境扩散条件的河流宽度分类判别准则,中宽河流需要考虑两岸边界反射作用来确定河流污染物浓度分布,具体条件为 $1.026m/(HUC_a) < B < 1.200m/(HUC_a)$ 。在等强度点源离岸排放条件下,从河流纵向移流、横向扩散的简化二维方程解析解出发,采用叠加原理确定排污口在河流断面上任意位置情况下的污染物浓度分布公式为^[7,13]

$$C(x,y) = \frac{m}{H\sqrt{4\pi E_y U x}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[-\frac{U(y-2nB)^2}{4E_y x} \right] + \exp \left[-\frac{U(y-2nB+2a)^2}{4E_y x} \right] \right\} \quad (1)$$

式中: x 为自排污口沿河流流向的纵向坐标(坐标原点 O 设在排污口),取值范围为 $0 \sim L_m$,其中 L_m 为达到全断面均匀混合的距离^[9]; y 为垂直于 x 轴由排污口指向远岸的横向坐标,取值范围为 $-a \sim B-a$; a 为排污口的离岸距离,其值小于半河宽,对于岸边排放, $a=0$,对于中心排放, $a=B/2$; m 为排污强度; B

为河宽; H 为平均水深; U 为平均流速; E_y 为横向扩散系数; C_a 为河流排污引起的浓度允许升高值,其值等于水功能区所执行的浓度标准限值 C_s 减去背景浓度 C_b 。

根据污染混合区的概念,令式(1)中 $C(x,y)=C_a$,可得顺直河流污染混合区边界等浓度线方程:

$$C_a = \frac{m}{H\sqrt{4\pi E_y U x}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[-\frac{U(y-2nB)^2}{4E_y x} \right] + \exp \left[-\frac{U(y-2nB+2a)^2}{4E_y x} \right] \right\} \quad (2)$$

在河流离岸排放条件下,根据中宽河流的浓度允许升高范围 $1.200C_m > C_a > C_k$ 确定离岸型混合区,根据 $C_k > C_a > 1.026C_m$ 确定靠岸型混合区,其中 C_m 为由排污产生的全断面均匀混合浓度, C_k 为靠岸与离岸型混合区的临界浓度。由式(2)计算绘制的离岸型和靠岸型污染混合区的边界形状曲线见图 1(a)和图 1(b)。

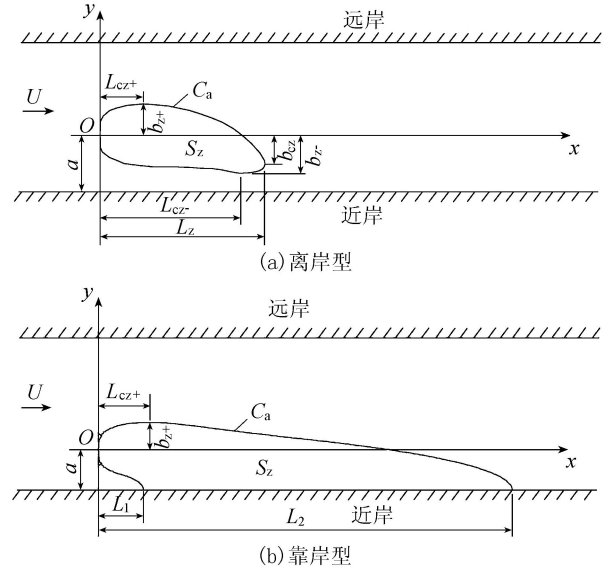


图 1 河流离岸排放污染混合区几何特征示意图

由图 1 可以看出,除中心排放外,由于两岸反射作用的非对称性,会出现污染混合区偏向排污口近岸一侧水域的情况。离岸型混合区呈现偏头青椒形,污染混合区的范围相对较小,浓度受两岸反射作用差异的影响也较小;靠岸型混合区呈现歪把斜切拉瓜形,污染混合区的范围相对扩大,浓度受两岸反射作用差异的影响较大。

图 1(a)中离岸型混合区的特征点表示为:纵向极大值点的坐标 (L_x, b_{cx}) ,横向极大值点的坐标 (L_{cx+}, b_{x+}) ,横向极小值点的坐标 (L_{cx-}, b_{x-}) ;图 1(b)中靠岸型混合区的特征点表示为:最小靠岸距离 L_1 和最大靠岸距离 L_2 ,靠岸长度 L_{1-2} ($L_{1-2} = L_2 - L_1$);横向极大值点的坐标 (L_{cx+}, b_{x+}) 。另外,污染混合区边界曲线与 x 轴($y=0$)两个交点的坐标分

别为 $x=0$ 和 $x=L_0$, 污染混合区的面积为 S_z 。

值得说明的是:本文中宽河流与文献[9,14]宽阔河流的污染混合区边界形状曲线看似相近,但后者无须考虑远岸反射作用,污染物浓度分布和污染混合区与河宽无关;前者需考虑远岸反射作用,污染物浓度分布和污染混合区与河宽有关,其量纲一坐标系统的定义也就不同。

1.2 污染混合区边界曲线的量纲一方程

对式(2)作量纲一处理,以增强研究成果的适用性。令量纲一纵向坐标 $x'=xE_y/(UB^2)$;量纲一横向坐标 $y'=y/B$;污染混合区量纲一面积 $S'_z=S_zE_y/(UB^3)$;相对离岸距离 $a'=a/B$;相对浓度允许升高值 $C'_a=C_a/C_M$,其中 $C_M=m/(HB U)=m/Q$, Q 为河流流量。则由式(2)得到污染混合区边界曲线的量纲一方程为

$$C'_a=\frac{1}{\sqrt{4\pi x'}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\exp\left[-\frac{(y'-2n)^2}{4x'}\right]+\exp\left[-\frac{(y'-2n+2a')^2}{4x'}\right]\right\}\tag{3}$$

定义域为 $x'\in(0\sim L'_m)$, $y'\in(-a'\sim1-a')$ 。在给定河流排污口的 a' 和 C'_a 的情况下,式(3)为 xOy 平面上的一条封闭曲线方程。因此,求解河流离岸排放污染混合区几何特征参数问题,就变成求解式(3)所代表曲线的特征点坐标与 a' 和 C'_a 的关系问题。

2 污染混合区几何特征参数的计算

2.1 L'_1 和 L'_2 的计算

令式(3)中 $y'=-a'$,可得靠岸型混合区边界曲线与排污口近岸线交点的量纲一最小和最大靠岸距离 L'_1 和 L'_2 的迭代公式为

$$L'_{1,2}=\frac{1}{4\pi C'^2_a}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\exp\left(-\frac{(a'+2n)^2}{4L'_{1,2}}\right)+\exp\left(-\frac{(a'-2n)^2}{4L'_{1,2}}\right)\right]\right\}^2\tag{4}$$

对中宽河流在污水达到全断面均匀混合距离之前,浓度允许升高值范围为 $1.026<C'_a<1.200$ [11,15]。给定5个相对浓度允许升高值 $C'_a=1.026、1.050、1.100、1.150、1.200$,再取一系列相对离岸距离值 ($0\leq a'\leq 0.5$,在曲率增大时加密),对每组取值逐一采用式(4)迭代试算 L'_1 和 L'_2 ,计算精度为 10^{-6} ,并绘制量纲一最小靠岸距离 $L'_1(a')$ 和最大靠岸距离 $L'_2(a')$ 曲线族,见图2。

由图2看出,在相对离岸距离不变时,当相对浓度允许升高值增大,最小靠岸距离越大,最大靠岸距离越小,靠岸长度越短;反之,最小靠岸距离越小,最大靠岸距离越大,靠岸长度越长。在相对浓度允许

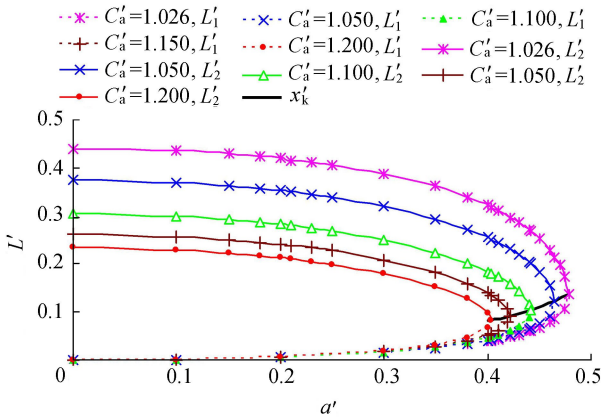


图2 靠岸型混合区量纲一最小和最大靠岸距离的变化曲线

升高值不变时,靠岸型混合区边界曲线的 L'_1 随 a' 的增大为单调上升的上凹形曲线, L'_2 随 a' 的增大为单调下降的上凸形曲线,这两条曲线在临界点光滑对接,两侧相邻曲线曲率同向增大。由图2给出的污染混合区靠岸与离岸临界点 ($L'_1=L'_2$) 连线 x'_k 与文献[11]在相同条件下的结果一致,该临界点连线 x'_k 对应排污口的相对离岸距离表示为 a'_k 。当 $0\leq a'\leq a'_k$ 时,式(4)存在2个实数解,必产生靠岸型混合区;当 $a'_k<a'\leq 0.5$ 时,式(4)不存在实数解,必产生离岸型混合区。

2.2 L'_z 与 b'_{cz} 的计算

由文献[11]可知,靠岸型混合区 ($0\leq a'\leq a'_k$) 的量纲一最大长度 L'_z 就是量纲一最大靠岸距离 L'_2 ,该极大值点对应的量纲一横向坐标 b'_{cz} 等于排污口相对离岸距离 a' 的负值。离岸型混合区边界曲线纵向坐标的极大值点,采用对式(3)求极值的数学求导方法难以获得。采用2.1节中给定的5个相对浓度允许升高值和一系列相对离岸距离值 ($a'_k\leq a'\leq 0.5$),对每组取值逐一采用试算比较法由式(3)曲线方程求解纵向极大值点的坐标 (L'_z, b'_{cz}),一并绘制靠岸型和离岸型混合区的量纲一最大长度 $L'_z(a')$ 和对应的量纲一横向坐标 $b'_{cz}(a')$ 曲线族,见图3。

由图3可以看出,在相对离岸距离不变时,当相对浓度允许升高值增大,污染混合区最大长度越小,离岸型混合区最大长度对应的量纲一横向坐标绝对值 $|b'_{cz}|$ 也越小;反之,污染混合区最大长度越大,离岸型混合区最大长度对应的 $|b'_{cz}|$ 也越大。在相对浓度允许升高值不变时,污染混合区的 L'_z 曲线随相对离岸距离的增大总体呈现单调下降趋势,在临界点两侧反向出现上凸形与上凹形的下降规律变化,该点两侧相邻曲线的曲率反向增大,此时临界点变成 L'_z 曲线的拐点。当 $a'(a'\leq a'_k)\rightarrow 0$ 时, L'_z 曲线

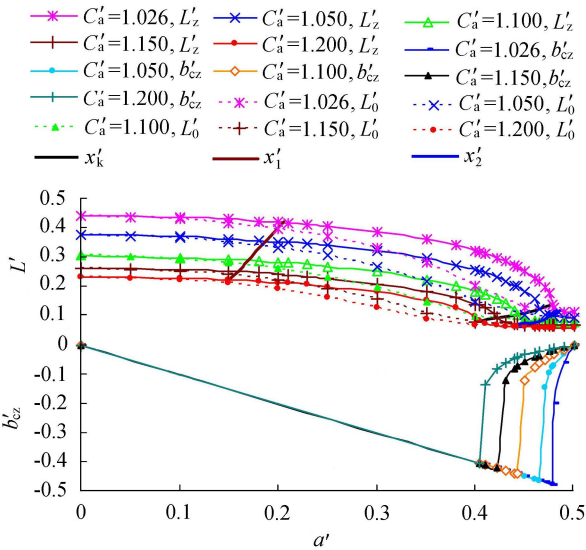


图3 污染混合区最大长度和对应横向坐标及
x轴交点纵向坐标曲线

随 a' 的减小迅速上升,以岸边排放的量纲一最大长度为渐近线;当 $a'(a' > a'_k) \rightarrow 0.5$ 时, L'_z 曲线随 a' 的增大迅速下降,以中心排放的量纲一最大长度为渐近线。

靠岸型混合区最大长度对应的 $|b'_{cz}|$ 等于 $a'(a' \leq a'_k)$;离岸型混合区在相对浓度允许升高值不变时,最大长度对应的 $|b'_{cz}|$ 随 $a'(a' > a'_k)$ 的增大迅速下降,逐渐接近中心排放的 $|b'_{cz}| = 0$;在 $a' = a'_k$ 时, $|b'_{cz}|$ 值为最大长度对应的 $|b'_{cz}(a')|$ 函数的极大值。由此可以看出,在岸边和中心排放时,污染混合区的最大长度在 x 轴上;否则,污染混合区的最大长度将离开 x 轴,偏向排污口近岸一侧,量纲一最大偏离距离等于相对离岸距离 a'_k ,这一点证明了文献[6]观点的错误。

在图3中, x'_1 线为污染混合区的量纲一最大长度等于同一相对浓度允许升高值时岸边排放量纲一最大长度95%的连线, x'_1 线对应的相对离岸距离表示为 a'_1 ; x'_2 线为污染混合区的量纲一最大长度等于同一相对浓度允许升高值时中心排放量纲一最大长度105%的连线, x'_2 线对应的相对离岸距离表示为 a'_2 。可以此作为中宽河流岸边(近岸)排放类型与离岸排放类型和中心排放类型与离岸排放类型的排污口分类简化判据。

2.3 L'_0 的计算

令式(3)中 $y' = 0$, 可得污染混合区边界曲线与 x 轴下游交点的量纲一纵向坐标 L'_0 的迭代公式为

$$L'_0 = \frac{1}{4\pi C'_a} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{n^2}{L'_0}\right) + \exp\left(-\frac{(n-a')^2}{L'_0}\right) \right] \right\}^2 \quad (5)$$

采用2.1节中给定的5个相对浓度允许升高值和一系列相对离岸距离值,对每组取值逐一采用式(5)迭代试算 L'_0 , 并绘制 $L'_0(a')$ 曲线族,见图(3)中虚线。

由图3看出,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值越大, L'_0 越小;反之, L'_0 越大。在相对浓度允许升高值不变时, L'_0 曲线随 a' 的增大呈现为单调下降曲线,不存在 L'_z 曲线上出现的类似拐点。当 $a' \rightarrow 0$ 时, L'_0 曲线随 a' 的减小迅速上升,以岸边排放的量纲一最大长度为渐近线;当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, L'_0 曲线随 a' 的增大迅速下降,以中心排放的量纲一最大长度为渐近线。除岸边和中心排放情况外, L'_0 均小于 L'_z , 特别在 $a'_1 < a' < a'_2$ 时, L'_0 与 L'_z 的相对差值更大,因此 L'_0 不是污染混合区的量纲一最大长度。

2.4 b'_{z+} 与 L'_{cz+} 的计算

采用2.1节中给定的5个相对浓度允许升高值和一系列相对离岸距离值,对每组取值逐一采用试算比较法由式(3)曲线方程求解污染混合区边界曲线横向极大值点的坐标 (L'_{cz+}, b'_{z+}) , 并绘制污染混合区的量纲一最大横向坐标 $b'_{z+}(a')$ 曲线族和对应的量纲一纵向坐标 $L'_{cz+}(a')$ 曲线族,分别见图4和图5。

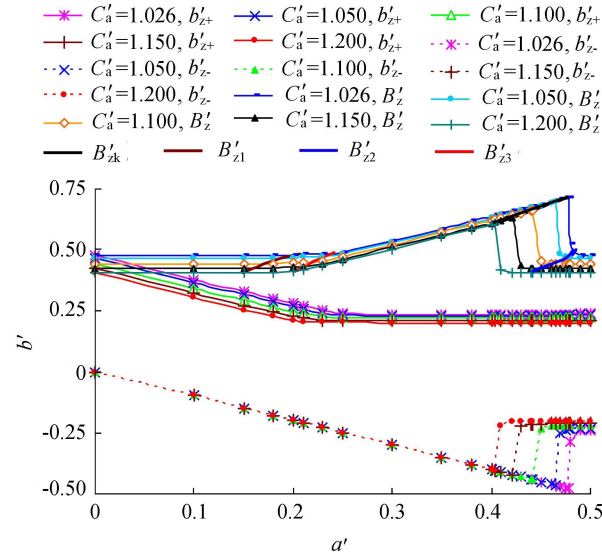


图4 污染混合区特征宽度的变化曲线

由图4可看出,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值增大,污染混合区的量纲一最大横向坐标 b'_{z+} 略小;反之, b'_{z+} 略大。该值总体的变化范围较小且各条曲线的变化规律基本一致,近似为平行线族。在相对浓度允许升高值不变时, b'_{z+} 随 a' 的增大为下降曲线。对不同的相对浓度允许升高值 $C'_a, b'_{z+}(a')$ 曲线族约在 $a' = a'_3$ 处出现转折,近似分为两段直线。在转折之前(a' 较小),该曲线为下降直线,当 $a' \rightarrow 0$ 时,逐渐接近岸边排放的量纲一最大横向坐

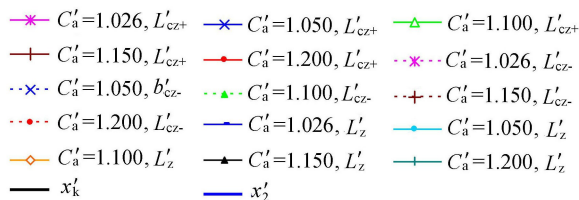


图5 污染混合区特征宽度对应纵向坐标变化曲线

标;在转折之后(a' 较大),该曲线近似为水平直线,各条曲线更加接近,但当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, b'_{z+} 曲线出现轻微的上翘现象。

由图5看出,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值增大,污染混合区最大横向坐标对应的量纲一纵向坐标 L'_{cz+} 越小;反之, L'_{cz+} 越大。在相对浓度允许升高值不变时,最大横向坐标对应的 L'_{cz+} 曲线随 a' 的增大为下降曲线,在 $a' = 0.210 \sim 0.260$ 时曲线转折两侧反向出现上凸形与上凹形的骤降曲线变化, L'_{cz+} 急剧减小。在转折之前, L'_{cz+} 曲线随 a' 的减小迅速上升,当 $a' \rightarrow 0$ 时,逐渐接近岸边排放的最大横向坐标对应的量纲一纵向坐标;在转折之后, L'_{cz+} 曲线随 a' 的增大出现近似水平直线段,各条曲线更加接近,但当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, L'_{cz+} 曲线出现上翘现象, C'_a 越小上翘越明显。这与接近中心排放时,两岸反射作用的浓度贡献接近有关。

2.5 b'_{z-} 与 L'_{cz-} 的计算

靠岸型混合区($0 \leq a' \leq a'_k$)边界曲线横向坐标极小值出现在近岸线上靠岸长度段,因此量纲一最小横向坐标 b'_{z-} 等于排污口相对离岸距离 a' 的负值,对应的量纲一纵向坐标 L'_{cz-} 可以为量纲一最小与最大靠岸距离之间的任意一个距离。离岸型混合区边界曲线横向极小值点采用2.1节中给定的5个相对浓度允许升高值和一系列相对离岸距离值($a'_k \leq a' \leq 0.5$),对每组取值逐一采用试算比较法由式(3)曲线方程求解横向极小值点的坐标(L'_{cz-} , b'_{z-}),并绘制污染混合区的量纲一最小横向坐标 $b'_{z-}(a')$ 曲线族和对应的量纲一纵向坐标 $L'_{cz-}(a')$ 曲线族,分别见图4和图5。

由图4看出,当 $0 \leq a' \leq a'_k$ 时产生靠岸型混合区,对不同的相对浓度允许升高值, b'_{z-} 曲线随 a' 的增大为一条下降直线。在 $a' \rightarrow 0$ 时,逐渐接近岸边

排放量纲一最小横向坐标 $b'_{z-} = 0$;在 $a' = a'_k$ 时, b'_{z-} 值为量纲一最小横向坐标 $b'_{z-}(a')$ 曲线的极小值;当 $a'_k \leq a' \leq 0.5$ 时产生离岸型混合区, b'_{z-} 曲线转变为急速上升曲线,在 $a' \rightarrow 0.5$ 时以中心排放的量纲一最小横向坐标为渐近线。

由图5看出,当 $a'_k \leq a' \leq 0.5$ 时产生离岸型混合区,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值越大,污染混合区的最小横向坐标 b'_{z-} 对应的量纲一纵向坐标 L'_{cz-} 越小;反之, L'_{cz-} 越大。在相对浓度允许升高值不变时,在污染混合区的离岸临界点($a' = a'_k$)横向极小值点与纵向极大值点重合,即有 $L'_{cz-} = L'_z$ 。之后,横向极小值点与纵向极大值点迅速分离, L'_{cz-} 和 L'_z 均随 a' 的增大急速下降,在下降过程中有 $L'_{cz-} \ll L'_z$ 。当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, L'_{cz-} 逐渐接近中心排放的最大横向坐标对应的量纲一纵向坐标 L'_{cz+} ,而 L'_z 曲线以中心排放的量纲一最大长度为渐近线。

2.6 B'_z 的计算

污染混合区的量纲一最大宽度 B'_z 等于量纲一最大横向坐标 b'_{z+} 与最小横向坐标 b'_{z-} 之差,将 B'_z 与 a' 关系曲线的计算结果点绘于图4。在图4中, B'_{z_k} 、 B'_{z1} 、 B'_{z2} 分别为对应于 $x'_k(a'_k)$ 、 $x'_1(a'_1)$ 、 $x'_2(a'_2)$ 的污染混合区量纲一最大宽度连线; B'_{z3} 为在不同相对浓度允许升高值时的各条 $B'_z(a')$ 曲线上两直线段转折点的量纲一最大宽度连线,其对应的相对离岸距离为 a'_3 。

由图4看出,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值越大,污染混合区的量纲一最大宽度 B'_z 越小;反之, B'_z 越大。在相对浓度允许升高值不变时,当 $0 \leq a' \leq a'_k$ 时产生靠岸型混合区, B'_z 曲线随 a' 的增大,近似可分成单调上升的两段直线,在 $a' = a'_3$ 处出现向上转折。在上转之前, B'_z 曲线随 a' 的增大呈现略微的线性增长,当 $a' \rightarrow 0$ 时,以岸边排放的量纲一最大宽度为渐近线;在上转之后, B'_z 曲线随 a' 的增大线性增大,在离岸临界点($a' = a'_k$) B'_z 达到极大值。当 $a'_k \leq a' \leq 0.5$ 时产生离岸型混合区, B'_z 曲线随 a' 的增大转变为急速下降曲线,当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, B'_z 曲线以中心排放的量纲一最大宽度为渐近线。

2.7 S'_z 与 μ_z 的计算

中宽河流污染混合区的量纲一面积 S'_z 是指在量纲一 $x'Oy'$ 坐标系中的污染混合区面积,其面积系数定义为 $\mu_z = S'_z / (L'_z B'_z) = S_z / (L_z B_z)$,它是综合反映污染混合区形状对面积大小的影响系数,又可称为形状系数^[9]。 S'_z 用求积分的数学方法难以获得。借助于MATLAB数学软件,采用2.1节中给定的5个相对浓度允许升高值和一系列相对离岸距离值,对每组取值逐一根据式(3)绘制污染混合区边界曲

线、求取面积并进行换算,再结合前述污染混合区 L'_z 和 B'_z 的结果计算 μ_z , 分别将 S'_z, μ_z 与 a' 关系曲线的计算结果点绘于图 6(a) 和图 6(b)。在图 6(a) 中, $S'_{zk}, S'_{z1}, S'_{z2}$ 分别表示对应于 $x'_k(a'_k), x'_1(a'_1), x'_2(a'_2)$ 的污染混合区量纲一面积连线;在图 6(b) 中, μ_{zk} 表示对应于 $x'_k(a'_k)$ 的污染混合区面积系数连线。

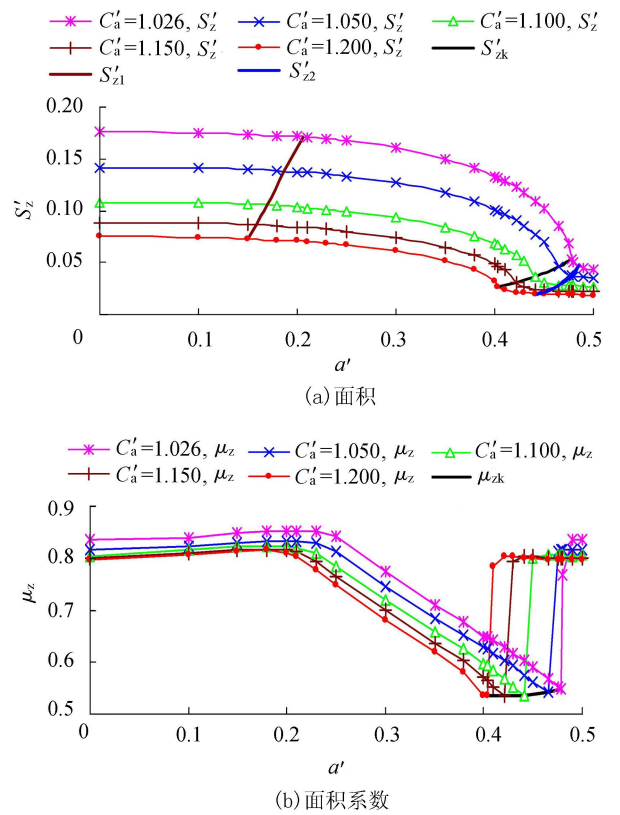


图 6 污染混合区量纲一面积和面积系数的变化曲线

由图 6(a) 与图 3 对比看出,污染混合区的量纲一面积 S'_z 与量纲一最大长度曲线族的变化规律大致相同。这是由于污染混合区形状决定着面积系数的变化,而 $\mu_z(a')$ 曲线的变化规律与量纲一最大宽度 $B'_z(a')$ 曲线的变化规律正好相反,在离岸临界点 ($a'=a'_k$) 各自达到最小或最大极值,两者在面积计算公式中有相互抵消的作用,见图 4 和图 6(b)。

由图 6(a) 看出,在 a' 不变时,当相对浓度允许升高值越大, S'_z 越小;反之, S'_z 越大。在相对浓度允许升高值不变时,污染混合区的 S'_z 曲线随 a' 的增大总体呈现单调下降趋势,在临界点两侧反向出现上凸形与上凹形的下降规律变化,该点两侧相邻曲线的曲率反向增大,临界点也是 S'_z 曲线的拐点。当 $a' \rightarrow 0$ 时, S'_z 曲线随 a' 的减小迅速上升,以岸边排放的量纲一面积为渐近线;当 $a' \rightarrow 0.5$ 时, S'_z 曲线随 a' 的增大迅速下降,以中心排放的量纲一面积为渐近线。

由图 6(b) 看出,对不同的相对浓度允许升高值, $\mu_z(a')$ 曲线出现交叉现象。在 a' 不变时,当

$0 \leq a' \leq a'_k$ 或 $a' \rightarrow 0.5$ 时,当相对浓度允许升高值越大,面积系数越小;但当 $a' \geq a'_k$,且排污口距离中心稍远时,相对浓度允许升高值越大,面积系数越大。在相对浓度允许升高值不变时, $\mu_z(a')$ 曲线出现 3 次波折,当 $a' \rightarrow 0$ 时,以岸边排放的面积系数为渐近线;随着 a' 的增大,首先出现近似线性小幅上升至第一极大值,在 $a' = 0.210 \sim 0.260$ 处出现曲线转折;其次出现较快的线性下降过程,在 $a' = a'_k$ 处, μ_z 达到极小值;最后曲线急速上升到第二极大值,又回落以中心排放的面积系数为渐近线。

3 岸边、离岸和中心排放分类准则

对中宽河流离岸排放污染混合区几何特征参数变化规律的计算分析发现,当 $0 \leq a' \leq a'_1$ 时,污染混合区的量纲一最大长度、最大宽度和面积与岸边排放相应数值的最大相对误差绝对值依次为 5.0%、0.5% 和 2.7%;当 $a'_2 \leq a' \leq 0.5$ 时,污染混合区的量纲一最大长度、最大宽度和面积与中心排放相应数值的最大相对误差绝对值依次为 5.0%、0.7% 和 6.1%。在实际中,可据此对中宽河流离岸排放的污染混合区几何特征参数进行分类简化计算。针对排污口接近岸边和中心排放情况,分别按岸边和中心排放条件进行近似计算,摆脱了离岸排放污染混合区几何特征参数计算的繁琐性,有利于河流污染混合区范围和控制排污量的计算,促进排污口位置的优化设计,可大幅提高河流水环境影响预测与评价水平。图 7 给出了中宽河流岸边、离岸和中心排放类型的分区线以及污染混合区靠岸与离岸临界点连线上相对离岸距离与相对浓度允许升高值的理论值和近似曲线。

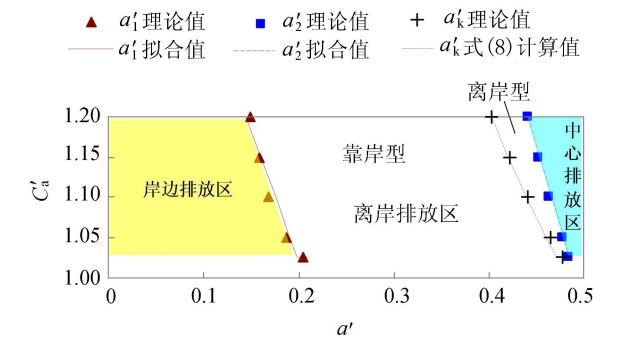


图 7 中宽河流岸边、离岸和中心排放类型的分区

由图 7 和计算数据得到,中宽河流岸边(近岸)排放类型与离岸排放类型分区线 $a'_1(C'_a)$ 和中心排放类型与离岸排放类型分区线 $a'_2(C'_a)$ 的拟合关系式分别为

$$a'_1 = -0.304C'_a + 0.510 \quad (R^2 = 0.934) \quad (6)$$

$$a'_2 = -0.248C'_a + 0.739 \quad (R^2 = 0.996) \quad (7)$$

一个有趣的现象是,对同一相对浓度允许升高值,污染混合区靠岸与离岸临界点的相对离岸距离 a'_k 恰巧等于岸边和中心排放的污染混合区量纲一最大宽度 B'_{a_0} 。在离岸排放类型中,靠岸型与离岸型混合区临界点相对离岸距离的连线,可近似采用宽阔河流岸边排放污染混合区量纲一最大宽度的理论关系式计算^[3,10]:

$$a'_k = B'_{a_0} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \frac{1}{C'_a} \tag{8}$$

式(8)的相对误差为0.1%~1.4%。当 $a'_1 < a' \leq a'_k$ 时,污染混合区的量纲一最大宽度 $B'_z(a')$ 曲线近似由两直线段组成,折线点的相对离岸距离近似表示为

$$a'_3 = a'_k/2 \tag{9}$$

按照 a' 的不同取值范围,对中宽河流岸边、离岸和中心排放类型进行简化的分区条件为:

- a. 当 $0 \leq a' \leq a'_1$ 时,可简化为岸边(近岸)排放类型,按文献[10]中的岸边排放公式计算。
- b. 当 $a'_1 < a' < a'_2$ 时,称为离岸排放类型,又可分为两种情况按本文公式计算:①当 $a'_1 < a' \leq a'_k$ 时,按靠岸型混合区计算;②当 $a'_k < a' < a'_2$ 时,按离岸型混合区计算。
- c. 当 $a'_2 \leq a' \leq 0.5$ 时,可简化为中心排放类型,按文献[10]中的中心排放公式计算。

对中宽河流按岸边、离岸和中心排放进行分类,就可以做到对于距离岸边较近($0 < a \leq a_1$)的排污口优化设计,即使排污具有初始动量射程,也可按岸边排放公式计算。在这种情况下,离岸排放对污染混合区范围的减小作用不明显,而且离岸排放会增加建设投资和施工难度,因此无须考虑设置离岸排污口;对于距离岸边较远($a_2 \leq a < 0.5B$)的排污口优化设计,按中心排放类型计算,也不要求把排污口必须设在河流断面的中心线上,那样还会阻碍航道、影响行洪和增加投资。

需要说明的是,当 $C'_a \geq 1.200$ (即 $B \geq 1.2m/(HUC_a)$)时,符合宽阔河流的移流扩散特性,按文献[3,9,14]中污染混合区几何特征参数的公式计算;当 $C'_a \leq 1.026$ 时,污水已达到全断面均匀混合条件,符合窄小河流的移流扩散特性,按文献[16]中的河流一维移流离散水质模型进行分类计算。

4 离岸排放类型混合区的实用公式

前述对于中宽河流离岸排放污染混合区几何特征参数的计算原理、迭代公式和试算比较法,对排污口和污染混合区的分类简化理论具有重要科学价值,但在实际设计使用中比较繁琐。对岸边、离岸和中心排放的污染混合区量纲一最大长度、最大宽度及面积进行分类简化与曲线拟合,以显函数形式给出其计算公式十分必要。下面以 $a'_1 < a' < a'_2$ 时离岸排放类型混合区的量纲一最大长度为例,对 $C'_a = 1.026、1.050、1.100、1.150、1.200$ 的5条 $L'_z(a')$ 曲线进行归一化处理。

首先,对图3中不同 C'_a 值对应 $L'_z(a')$ 曲线的纵轴坐标除以该曲线上岸边排放的污染混合区量纲一最大长度 $L'_{a_0} = L'_z(0)$,即以最大长度系数 $\zeta_L = L'_z/L'_{a_0} = L_z/L_{a_0}$ 作为新的纵轴坐标;其次,由于在 $a'_1 < a' \leq a'_k$ 时产生靠岸型混合区和在 $a'_k < a' < a'_2$ 时产生离岸型混合区, $L'_z(a')$ 曲线的下降规律各异,需分段进行横轴坐标的归一化处理。①当 $a'_1 < a' \leq a'_k$ 时,对图3中不同 C'_a 值对应 $L'_z(a')$ 曲线的 a' 除以该曲线上的临界相对离岸距离 a'_k ,即以 $a'/a'_k = a/a_k$ 作为新的横轴坐标。在新坐标系中,发现对于不同相对浓度允许升高值的污染混合区最大长度系数的所有精确值点汇聚成一条归一化曲线,说明靠岸型混合区的量纲一最大长度曲线具有相似性。由新坐标系中的精确值点,经回归分析得到最大长度系数 ζ_L 与 a/a_k 的关系式列于表1。②当 $a'_k < a' < a'_2$ 时,对图3中不同 C'_a 值对应 $L'_z(a')$ 曲线的横轴坐标进行变换,以

表1 中宽河流污染混合区主要特征参数系数的分类简化实用公式

排放类型	混合区类型	最大长度系数 ζ_L	最大宽度系数 ζ_B	面积比系数 ζ_S
岸边排放 ^[10] ($0 \leq a' \leq a'_1$)	岸边 (以 $a'=0$ 简化)	1	1	1
离岸排放 ($a'_1 < a' < a'_2$)	靠岸 ($a'_1 < a' \leq a'_k$)	$[0.929-1.109(a/a_k)^2 + 0.235a/a_k]^{1/3}$ ($R^2 = 0.995$)	$0.112a/a_k + 0.961$ ($a'_1 < a' \leq a'_3, R^2 = 0.927$) $0.983a/a_k + 0.513$ ($a'_3 < a' \leq a'_k, R^2 = 1.000$)	$[0.824-1.680(a/a_k)^2 + 0.901a/a_k]^{1/3}$ ($R^2 = 0.998$)
	离岸 ($a'_k < a' < a'_2$)	$0.25+0.005[(a-a_k)/(0.5B-a_k)+0.1]^{-1.25}$ ($R^2 = 0.947$)	$1+0.0005[(a-a_k)/(0.5B-a_k)+0.1]^{-3}$ ($R^2 = 0.968$)	$0.25+0.006[(a-a_k)/(0.5B-a_k)+0.1]^{-1.20}$ ($R^2 = 0.919$)
中心排放 ^[10] ($a'_2 \leq a' \leq 0.5$)	对称 (以 $a'=0.5$ 简化)	0.25	1	0.25

$(a'-a'_k)/(0.5-a'_k)=(a-a_k)/(0.5B-a_k)$ 作为新的横轴坐标。在新坐标系中,发现对于不同相对浓度允许升高值的污染混合区最大长度系数的所有精确值点也汇聚成一条归一化曲线,说明离岸型混合区的量纲一最大长度曲线也具有相似性。由新坐标系中的精确值点,经回归分析得到最大长度系数 ζ_L 与 $(a-a_k)/(0.5B-a_k)$ 的关系式列于表 1。

同理,对中宽河流离岸排放类型混合区的量纲一最大宽度 $B'_z(a')$ 和面积 $S'_z(a')$ 曲线分别进行归一化处理。最后,由新坐标系中的精确值点,经回归分析得到最大宽度系数 ζ_B 和面积比系数 ζ_s 的关系式列于表 1。

当 $a'_1<a'<a'_2$ 时,中宽河流离岸排放类型混合区量纲一最大长度、最大宽度和面积的实用公式计算值与理论值比较见图 8。由图 8 看出,量纲一最大长度、最大宽度和面积的实用公式计算值与理论值吻合良好,相关性较高,其值大部分落在 45°线上,少部分偏离,但偏离较小,相对误差一般在 5% 以内。因此,表 1 中最大长度系数、最大宽度系数和面积比系数的实用公式,可用于中宽河流离岸排放类型混合区最大长度、最大宽度和面积的计算:

$$L_z=\zeta_L L_{z0} \tag{10}$$

$$B_z=\zeta_B B_{z0} \tag{11}$$

$$S_z=\zeta_s S_{z0} \tag{12}$$

式中 L_{z0} 、 B_{z0} 和 S_{z0} 由文献[10]中宽河流岸边排放公式计算。

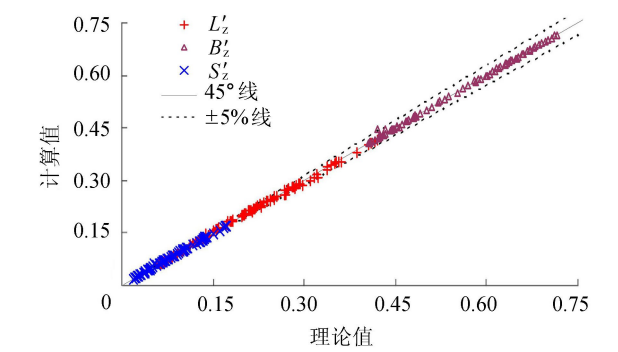


图 8 污染混合区量纲一实用公式计算值与理论值的比较

5 结 论

- a. 对顺直矩形中宽河流给出了污染混合区边界形状曲线与量纲一方程的形式,图示分析了靠岸型和离岸型混合区的几何特征。
- b. 给出了靠岸与离岸两种类型混合区各几何特征参数(坐标)、面积及面积系数与相对离岸距离的关系曲线,分析了各参数的变化规律,提出了以相对离岸距离作为判据的排放类型分区条件。

- c. 给出了河流岸边、离岸与中心排放的分类判别准则:①当 $0\leq a'\leq a'_1$ 时,简化为岸边(近岸)排放类型;②当 $a'_1<a'<a'_2$ 时,称为离岸排放类型;③当 $a'_2\leq a'\leq 0.5$ 时,简化为中心排放类型。

- d. 在顺直矩形中宽河流满足 $1.026m/(HUC_a)<B<1.200m/(HUC_a)$ 、流速均匀分布的条件下,给出了离岸排放类型混合区主要特征参数的实用计算公式,可作为中宽河流污染混合区范围计算和排污口位置优化设计的依据。

参考文献:

[1] 张永良,李玉梁. 排污混合区分析计算指南[M]. 北京: 海洋出版社, 1993.

[2] Idaho Department of Environmental Quality. Mixing zone technical procedures manual (DRAFT) [R]. Boise, USA:Idaho Department of Environmental Quality, 2015.

[3] 武周虎, 贾洪玉. 河流污染混合区的解析计算方法[J]. 水科学进展, 2009, 20 (4): 544-548. (WU Zhouhu, JIA Hongyu. Analytic method for pollutant mixing zone in river [J]. Advances in Water Science, 2009, 20(4) : 544-548. (in Chinese))

[4] 朱发庆, 吕斌. 长江武汉段工业港酚污染带研究[J]. 中国环境科学, 1996, 16(2): 148-152. (ZHU Faqing, LÜ Bin. Study on phenolic contaminated zone of the Changjiang River in Wuhan [J]. China Environmental Science, 1996, 16(2) : 148-152. (in Chinese))

[5] 任照阳, 邓春光. 二维水质模型在污染带长度计算中的应用[J]. 安徽农业科学, 2007, 35(7): 1984-1985, 2037. (REN Zhaoyang, DENG Chunguang. Application of two-dimensional water quality model in calculation of pollution zone [J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences, 2007, 35 (7): 1984-1985, 2037. (in Chinese))

[6] 薛红琴, 刘晓东. 连续点源河流污染带几何特征参数研究[J]. 水资源保护, 2005, 21 (5): 23-26. (XUE Hongqin, LIU Xiaodong. Study on geometric features of river pollutant zone caused by continuous point sources [J]. Water Resources Protection, 2005, 21(5) : 23-26. (in Chinese))

[7] FISCHER H B, IMBERGER J, LIST E J, et al. Mixing in inland and coastal waters [M]. New York: Academic Press, 1979:112-117.

[8] WU Zhouhu, WU Wen, WU Guizhi. Calculation method of lateral and vertical diffusion coefficients in wide straight rivers and reservoirs[J]. Journal of Computers, 2011, 6 (6):1102-1109.

(下转第 43 页)

- Hydraulic Research, 2012, 50(4): 400-408.
- [8] EEPICUM S L, FREDERIC L, MCHAEAL P, et al. Labyrinth and piano key weirs II[M]. Boca Raton, USA: CRC Press, 2013.
- [9] ANDERSON R M. Piano key weir head discharge relationships[D]. Logan: Utah State University, 2011.
- [10] 郭新蕾,杨开林,夏庆福,等. 琴键堰泄流能力特性分析[J]. 水利学报, 2014,45(7):867-874. (GUO Xinlei, YANG Kailin, XIA Qingfu, et al. Discharge capacity analysis of piano key weir [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(7): 867-874. (in Chinese))
- [11] 王仕筠. 斜交堰的水力特性[J]. 江西水利科技, 1997, 23 (1): 30-33. (WANG Shiyun. The hydraulic characteristic of skew weirs[J]. Jiangxi Hydraulic Science and Technology, 1997, 23(1):30-33. (in Chinese))
- [12] NGUYEN B T. Flow over oblique weirs[D]. Delft: Delft University of Technology, 2006.
- [13] SAMUEL E T. Discharge coefficient of oblique weirs[D]. Logan: Utah State University, 2011.
- [14] 黄修筠,拾兵,刘文沛. 曲线堰水力学特性的物理模型试验研究[J]. 中国水运月刊,2016,16(6):189-190. (HUANG Xiuyun, SHI Bing, LIU Wenpei. Experimental study on hydraulic characteristic of curved weir[J]. China Water Transport, 2016, 16(6): 189-190. (in Chinese))
- [15] 曾甄. 迷宫堰水力特性综合研究及其应用[D]. 南京: 河海大学, 2004.

(收稿日期:2017-02-21 编辑:骆超)

(上接第8页)

- [9] 武周虎,任杰,黄真理,等. 河流污染混合区特性计算方法及排污口分类准则 I :原理与方法[J]. 水利学报, 2014, 45 (8): 921-929. (WU Zhouhu, REN Jie, HUANG Zhenli, et al. A computational method for the characteristics of pollutant mixing zone in rivers and the sewage outfall classification criteria I : principles and methods [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45 (8): 921-929. (in Chinese))
- [10] 武周虎. 考虑边界反射作用河流污染混合区的简化算法[J]. 水科学进展, 2014, 25 (6): 864-872. (WU Zhouhu. The simplified algorithm for the pollution mixing zone in rivers in consideration of the boundary reflection [J]. Advances in Water Science, 2014, 25 (6): 864-872. (in Chinese))
- [11] 武周虎. 河流离岸排放污染物二维浓度分布特性分析[J]. 水科学进展, 2015, 26 (6): 846-856. (WU Zhouhu. Analysis of the characteristics of the two-dimensional pollutant concentration distribution in river offshore discharge[J]. Advances in Water Science, 2015, 26(6): 846-856. (in Chinese))
- [12] 武周虎. 基于环境扩散条件的河流宽度分类判别准则[J]. 水科学进展, 2012, 23 (1): 53-58. (WU Zhouhu. Criteria for classification of river width based on environmental diffusion conditions[J]. Advances in Water Science, 2012, 23(1):53-58. (in Chinese))
- [13] 武周虎,武文,路成刚. 河流混合污染物浓度二维移流扩散方程的解析计算及其简化计算的条件 II :顺直河流考虑边界反射[J]. 水利学报, 2009, 40 (9): 1070-1076. (WU Zhouhu, WU Wen, LU Chenggang. Analytical calculation of the two-dimensional advection-diffusion equation for pollutant mixing in river and conditions for simplification II : straight stream with boundary reflection [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40 (9): 1070-1076. (in Chinese))
- [14] 武周虎,任杰,黄真理,等. 河流污染混合区特性计算方法及排污口分类准则 II :应用与实例[J]. 水利学报, 2014, 45 (9): 1114-1119. (WU Zhouhu, REN Jie, HUANG Zhenli, et al. A computational method for the characteristics of pollutant mixing zone in rivers and the sewage outfall classification criteria II : applications and examples [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(9):1114-1119. (in Chinese))
- [15] 武周虎. 对环境水力学“污染带扩展阶段”一词的修正[J]. 青岛理工大学学报, 2015, 36 (2): 1-6. (WU Zhouhu. Correction of “pollution belt extension stage” in environmental hydraulics [J]. Journal of Qingdao Technological University, 2015, 36 (2): 1-6. (in Chinese))
- [16] 武周虎. 河流移流离散水质模型的简化和分类判别条件分析[J]. 水利学报, 2009, 40 (1): 27-32. (WU Zhouhu. Discriminative condition of simplification and classification for applying advection-dispersion model for calculating water quality [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40(1):27-32. (in Chinese))

(收稿日期:2016-12-21 编辑:骆超)

