

基于串并联弹簧模型的混凝土黏聚律及 裂缝扩展全过程分析

卿龙邦,王 苗,郝冰娟

(河北工业大学土木与交通学院,天津 300401)

摘要:基于串并联弹簧随机损伤模型,结合损伤模型和断裂模型的耗散能等效原理计算得到了混凝土裂缝黏聚律;基于微弹簧断裂应变服从 Weibull 分布和对数正态分布,研究了不同概率密度函数对裂缝黏聚律的影响,并比较了所获得的黏聚律与采用位移等效方法获得的黏聚律的区别。依据得到的黏聚律模拟了三点弯曲梁裂缝扩展全过程,结果表明:混凝土裂缝黏聚律受微弹簧断裂应变服从的概率密度函数影响;基于串并联弹簧随机损伤模型得到的裂缝黏聚律基本不受串并联弹簧模型层数影响,避免了获取黏聚律时的模型层数敏感性问题。

关键词:混凝土;随机损伤模型;黏聚律;耗散能等效;裂缝

中图分类号:TU313 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2018)04-0038-06

Research on cohesive laws of concrete and crack propagation process based on a series-parallel spring model//
QING Longbang, WANG Miao, HAO Bingjuan (School of Civil and Transportation Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

Abstract: Based on the series-parallel spring stochastic damage model, the cohesive laws of concrete were obtained by the method of energy dissipation equivalence between the damage model and the fracture model. The failure strain of the micro-springs in the series-parallel spring model was assumed to be Weibull distribution and lognormal distribution, based on which the effect of different probability density functions on the cohesive laws was studied. The cohesive laws obtained by the present method were compared with those using the traditional displacement equivalence method. The obtained cohesive laws were also used to simulate the full crack propagation process of three-point notched concrete beams. The results show that the cohesive laws can be affected by the probability density functions and the cohesive laws based on the series-parallel spring stochastic damage model are not affected by the layer number of the model, avoiding the sensitivity problem of spring layers.

Key words: concrete; stochastic damage model; cohesive law; energy dissipation equivalence; crack

混凝土是一种多相、非均质材料,由于制作过程存在搅拌、养护不足等问题,其内部存在随机分布的缺陷,如微孔洞、微裂缝等。在环境或荷载作用下,随机分布的缺陷容易并聚为宏观裂缝,进而影响结构的安全性。近年来,在混凝土裂缝扩展模拟方面开展了大量的研究^[1-4],其中 Hillerborg 等^[4]提出的虚拟裂缝模型得到了广泛应用,该模型采用黏聚律描述裂缝尖端黏聚力与裂缝张开位移之间的关系,由于黏聚律是准确模拟裂缝扩展的关键,其合理获取方法具有重要的研究意义。

目前,获取黏聚律的方法主要有直接方法和间接方法^[5]。直接方法采用单轴拉伸应力-应变曲线,将其变形等效分解为线弹性区和黏聚开裂区的变形^[6],由此即可得到黏聚律。直接方法具有简便、直观的特点。利用直接方法的思路,以热力学第二定律为基础,Cazes 等^[7]提出了一种基于能量等效原理获取黏聚律的方法,即假定混凝土损伤模型和断裂模型破坏过程中耗散的能量相等^[8],利用损伤模型可得到断裂模型的裂缝黏聚律。

然而,以上方法均未考虑混凝土的随机特性。在反映混凝土材料的随机特性方面有多种混凝土随机损伤模型,其中较为典型的是平行单元模型^[9-12]。平行单元模型采用单根杆件或弹簧表示微观结构,无穷多根杆件或弹簧并联表示宏观结构,通过杆件

或弹簧破坏时极限应变服从的随机变量来建立微观结构和宏观结构之间的联系。在此基础上,李杰等^[13-15]建立了串并联弹簧随机损伤模型,其核心思想是将单层的平行单元模型延伸至多层,进而能够更好地模拟应力跌落等软化现象。2014年,刘汉昆等^[16-17]将非局部化理论引入到串并联弹簧随机损伤模型中,基于非局部理论进行了混凝土单轴受拉建模分析,解决了串并联弹簧模型中存在的层数敏感性问题。此后,在获取随机裂缝黏聚律方法研究方面,卿龙邦等^[18]利用并联弹簧随机损伤模型,采用耗散能等效原理,得到了大坝混凝土的裂缝黏聚律,并利用得到的黏聚律模拟了裂缝扩展全过程。

本文在已提出的裂缝黏聚律获取方法^[18]的基础上,进一步开展混凝土黏聚律的研究,基于串并联弹簧随机损伤模型,采用耗散能等效原理,研究微弹簧断裂应变分别服从 Weibull 分布和对数正态分布时对混凝土裂缝黏聚律的影响,以及黏聚律受串并联弹簧模型层数的影响,并比较基于耗散能等效方法获得的黏聚律和传统位移等效方法获得的黏聚律的区别。

1 位移等效方法和耗散能等效方法

1.1 位移等效方法

根据单轴拉伸试验,将单轴拉伸变形分解为断裂区的附加变形和断裂区外的变形两部分:

$$\Delta l = \varepsilon_0 l + w \tag{1}$$

式中: Δl 为总变形; l 为拉伸试件原长; w 为断裂区变形; ε_0 为断裂区外的弹性应变。

1.2 耗散能等效方法

Cazes 等^[7]根据耗散能等效原理^[8]得到了获取黏聚律的方法。如图 1 所示,两根长度相同的混凝土损伤杆和断裂杆,两端受相同拉伸力作用,加载过程中,损伤杆的变形沿杆长平均分布,而断裂杆的非线性变形主要集中在杆中间的黏聚区。假定两根杆在变形过程中任意瞬时耗散能增量相等:

$$d\varphi_s = d\varphi \tag{2}$$

式中: φ_s 为断裂杆的耗散能; φ 为损伤杆的耗散能。根据损伤杆与断裂杆耗散能增量相同的原理,由损伤杆模型可建立断裂杆模型黏聚区的黏聚律,即断裂杆模型黏聚区的黏聚力与裂缝张开位移之间的关系。

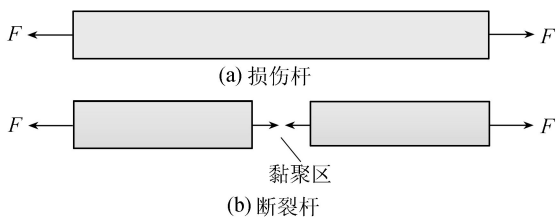


图 1 损伤杆模型和断裂杆模型

2 黏聚律获取方法

2.1 串并联弹簧随机损伤模型

如图 2 所示,串并联弹簧随机损伤模型由 n 个典型单元体(典型单元体由无数个等间距并联的弹簧组成)串联而成^[9-12]。模型的高度为 $H = nh_0$,其中 h_0 为材料特征高度。模型中每个微弹簧的弹性模量和横截面积相同, Δ_i 为第 i 个微弹簧断裂时的极限应变,是服从同一概率分布的随机变量,常采用 Weibull 分布和对数正态分布^[19]。

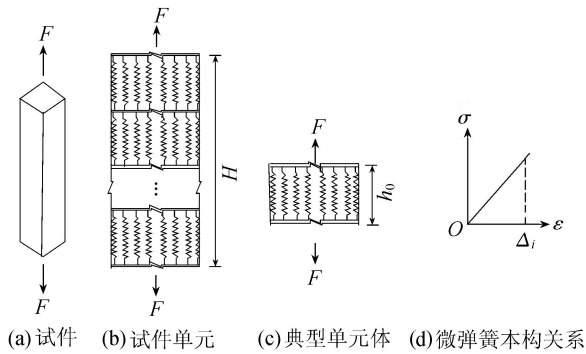


图 2 混凝土单轴受拉模型示意图^[13]

当典型单元体所受拉应变为 ε 时,由于微弹簧断裂而退出工作的弹簧面积 A_i 为

$$A_i(\varepsilon) = \sum_{i=1}^k H(\varepsilon - \Delta_i) A_i \tag{3}$$

式中: k 为微弹簧个数; A_i 为第 i 个微弹簧的横截面积; $H(\varepsilon - \Delta_i)$ 为 Heaviside 函数,满足

$$H(\varepsilon - \Delta_i) = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq \Delta_i \\ 1 & \varepsilon > \Delta_i \end{cases} \tag{4}$$

典型单元体破坏面的损伤变量定义为 $D(\varepsilon) = A_i(\varepsilon)/A$,则名义应力为

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon[1 - D(\varepsilon)] \tag{5}$$

式中: A 为典型单元体所有弹簧的总面积; E 为弹性模量。

因为混凝土破坏时的显著特征是局部破坏,所以串并联弹簧模型的破坏是由某个单元体断裂产生的,此单元体称为主裂纹单元体,其他单元体称为非主裂纹单元体^[13]。临界应变前,所有单元体应变相同;临界应变之后,主裂纹单元体应变继续增加,非主裂纹单元体卸载,应变不再增加。

临界应变前,所有典型单元体的应力-应变关系均可由式(5)表示。临界应变后非主裂纹单元体应力-应变关系为

$$\sigma(\varepsilon') = E\varepsilon'[1 - D(\varepsilon_{cer})] \tag{6}$$

式中: ε' 为非主裂纹单元体应变; ε_{cer} 为临界应变。

临界应变后主裂纹单元体应力-应变关系为

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon[1 - D(\varepsilon)] \tag{7}$$

式中 ε 为主裂纹单元体应变。

a. 断裂应变服从 Weibull 分布。Weibull 分布的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{m}{\varepsilon_0}\left(\frac{x}{\varepsilon_0}\right)^{m-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{\varepsilon_0}\right)^m\right] \tag{8}$$

式中 ε_0 、 m 为相关参数。

b. 断裂应变服从对数正态分布。对数正态分布的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x}\exp\left[-\frac{(\ln x-\lambda)^2}{2\xi^2}\right] \tag{9}$$

式中 λ 、 ξ 分别为 $\ln x$ 的均值和标准差。

根据式(8)和式(9)中概率密度函数,可得到如下应力-应变表达式^[18]:

$$\sigma(\varepsilon)=E\varepsilon\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^m\right] \tag{10}$$

$$\sigma(\varepsilon)=E\varepsilon\left[1-\Phi\left(\frac{\ln\varepsilon-\lambda}{\xi}\right)\right] \tag{11}$$

式中 $\Phi\left(\frac{\ln\varepsilon-\lambda}{\xi}\right)$ 为变量 $\ln\varepsilon$ 服从均值为 λ 、方差为 ξ^2 的对数正态分布函数。

2.2 基于面积等效的黏聚律获取方法

根据损伤杆耗散能在其本构关系中的体现,可将损伤杆单位面积耗散能用图 3 中阴影部分表示。

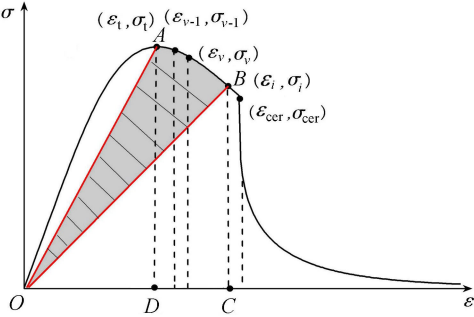


图 3 损伤杆耗散能示意图

极限应变之前不形成黏聚裂缝,处于弥散损伤状态^[19],损伤杆的耗散能为

$$\varphi=0 \tag{12}$$

极限应变之后,材料出现局部破坏,损伤杆在变形过程中所耗散的能量为

$$\varphi_i=\left(S_i+\frac{\varepsilon_l\sigma_l}{2}-\frac{\varepsilon_i\sigma_i}{2}\right)h_0 \tag{13}$$

式中: φ_i 为损伤杆第 i 步的耗散能,对于普通混凝土,材料特征高度 h_0 应至少大于断裂过程区高度,Bažant 等^[20] 建议一般取 3 倍骨料最大粒径; σ_l 、 ε_l 分别为损伤杆的极限应力和极限应变; σ_i 、 ε_i 分别为损伤杆在第 i 步的应力和应变; S_i 为图 3 中 ABCD 连成的曲线所包围面积的,其计算表达式为

$$S_i=\sum_{v=2}^i(\varepsilon_v-\varepsilon_{v-1})\sigma_v \tag{14}$$

式中: ε_v 、 ε_{v-1} 分别为损伤杆在第 v 步、第 $v-1$ 步的应变; σ_v 为损伤杆在第 v 步的应力。

断裂杆耗散能在其软化曲线中的体现可由图 4 中阴影部分的面积表示,当串并联弹簧模型层数 $n=1$ 时,其表达式为

$$\varphi_{s,i}=\sigma_{s,i}(\omega_i-\omega_{i-1})+\sum_{z=1}^{i-1}(\omega_z-\omega_{z-1})\sigma_{s,i}-\frac{1}{2}\sigma_{s,i}\omega_i \tag{15}$$

式中: $\varphi_{s,i}$ 为断裂杆第 i 步的耗散能; $\sigma_{s,i}$ 为断裂杆黏聚区第 i 步的应力; ω_z 、 ω_{z-1} 、 ω_i 、 ω_{i-1} 分别为断裂杆在第 z 步、第 $z-1$ 步、第 i 步和第 $i-1$ 步的裂缝张开位移。

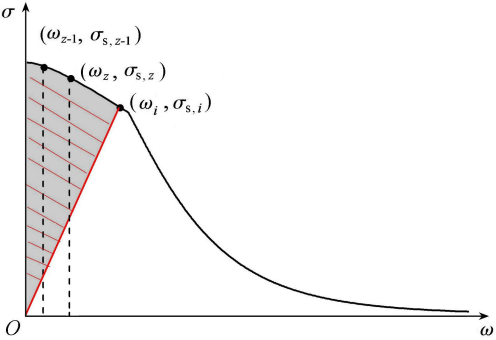


图 4 断裂杆耗散能示意图

得到损伤杆和断裂杆的耗散能之后,根据式(2),可建立黏聚力与裂缝张开位移的增量表达式。

由于断裂杆的应力和损伤杆的应力在相同变形下相同,即

$$\sigma_{s,i}=\sigma_i \tag{16}$$

将式(13)~(16)代入式(2),可得到 $n=1$ 时断裂杆裂缝张开位移与黏聚力的关系式,即黏聚律:

$$\omega_i=2\sum_{z=1}^{i-1}\omega_z\left(\frac{\sigma_{z+1}-\sigma_z}{\sigma_i}\right)+2\frac{\varphi_i}{\sigma_i} \tag{17}$$

当 $n>1$ 时,极限应变前损伤杆的耗散能仍由式(12)表示。临界应变之前,主裂纹单元体耗散能和 $n-1$ 个非主裂纹单元体耗散能都随其应变的增加而增加,总耗散能为两部分耗散能之和,即

$$\varphi_i=(n-1)h_0\left(S'_i+\frac{\varepsilon_l\sigma_l}{2}-\frac{\varepsilon'_i\sigma'_i}{2}\right)+h_0\left(\hat{S}_i+\frac{\varepsilon_l\sigma_l}{2}-\frac{\varepsilon_i\sigma_i}{2}\right) \tag{18}$$

式中: ε'_i 、 ε_i 、 σ'_i 、 σ_i 分别为损伤杆在第 i 步的非主裂纹和主裂纹单元体应变与应力; S'_i 、 $\hat{S}_i$ 分别为 $(\varepsilon_l, \sigma_l)$ 、 $(\varepsilon'_i, \sigma'_i)$ 、 $(\varepsilon'_i, 0)$ 、 $(\varepsilon_l, 0)$ 4 点与 $(\varepsilon_l, \sigma_l)$ 、 $(\varepsilon_i, \sigma_i)$ 、 $(\varepsilon_i, 0)$ 、 $(\varepsilon_l, 0)$ 4 点依次连接而成的曲线所包围的面积,计算方法与 S_i 类似。

临界应变之后,主裂纹单元体耗散能继续增加,非主裂纹单元体因卸载耗散能不再增加,损伤杆总耗散能为主裂纹单元体耗散能和 $n-1$ 个非主裂纹

单元体在临界应变时的耗散能之和：

$$\varphi_i = (n - 1) h_0 \left(S_{cer} + \frac{\varepsilon_i \sigma_i}{2} - \frac{\varepsilon_{cer} \sigma_{cer}}{2} \right) + h_0 \left(\hat{S}_i + \frac{\varepsilon_i \sigma_i}{2} - \frac{\varepsilon_i \hat{\sigma}_i}{2} \right) \quad (19)$$

式中： σ_{cer} 为损伤杆的临界应力； S_{cer} 为图3中 $(\varepsilon_i, \sigma_i)$ 、 $(\varepsilon_{cer}, \sigma_{cer})$ 、 $(\varepsilon_{cer}, 0)$ 和 $(\varepsilon_i, 0)$ 4点依次连接而成的曲线所包围的面积，计算方法与 S_i 类似。

同理，将损伤杆耗散能式(18)和式(19)、断裂杆耗散能式(15)代入式(2)，即可得到 $n>1$ 时断裂杆的黏聚律，仍由式(17)表示。

3 利用黏聚律模拟裂缝扩展全过程

采用文献[21]的试验数据来对比分析耗散能等效方法与位移等效方法得到的黏聚律的区别，并基于获得的黏聚律模拟裂缝扩展全过程，验证采用耗散能等效方法获取黏聚律时不受串并联弹簧模型层数的影响。根据文献[21]中直接拉伸试验，得到模型参数为 $m = 2.16$ 、 $\varepsilon_0 = 129.58 \times 10^{-6}$ 、 $\lambda = 4.76$ 、 $\xi = 0.6$ ，对微弹簧断裂应变分别按服从Weibull分布和对数正态分布的情况进行计算。不同串并联弹簧模型层数时单轴受拉本构关系如图5所示(为便于分析比较，将本构关系标准化)。

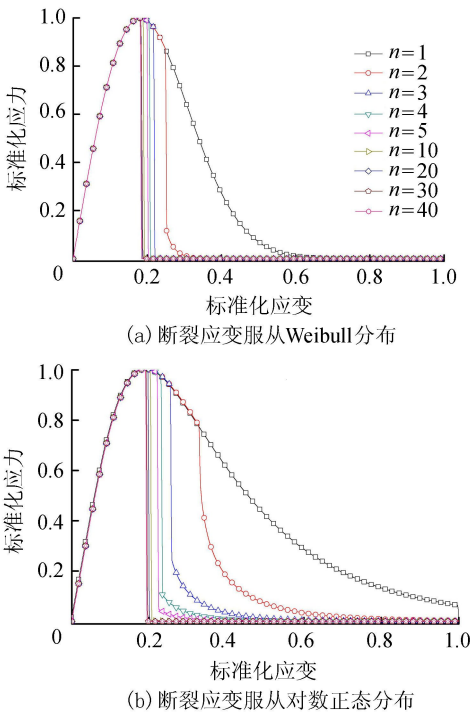


图5 混凝土单轴受拉本构关系

依据前文提出的黏聚律获取方法，分析在串并联弹簧模型层数 n 取不同值时黏聚律的变化规律。当 $n=1$ 时，分别采用耗散能等效方法和位移等效方法获得的黏聚律见图6；当 $n>1$ 时，基于Weibull分布得到的黏聚律如图7所示，基于对数正态分布得

到的黏聚律如图8所示。

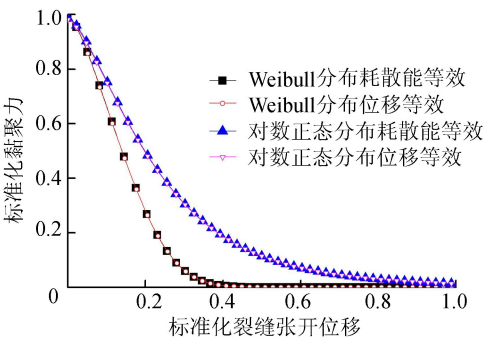
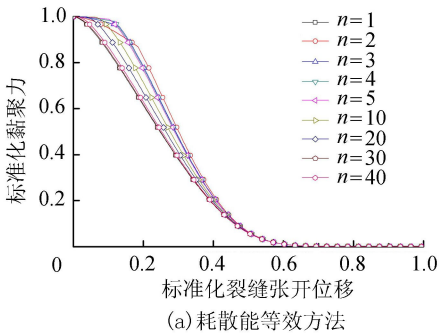
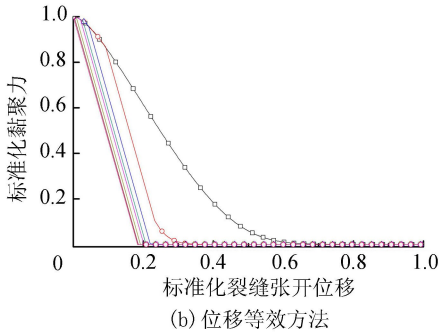


图6 试验实例黏聚律($n=1$)

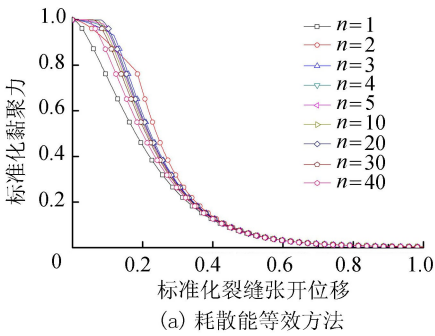


(a) 耗散能等效方法

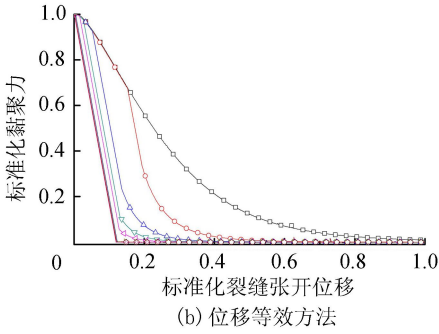


(b) 位移等效方法

图7 试验实例黏聚律($n>1$,断裂应变服从Weibull分布)



(a) 耗散能等效方法



(b) 位移等效方法

图8 试验实例黏聚律($n>1$,断裂应变服从对数正态分布)

由图 6 可知,在相同的裂缝张开位移下,基于 Weibull 分布得到的黏聚律的耗散能小于基于对数正态分布的情况;采用耗散能等效方法获得的黏聚律和采用位移等效方法获得的黏聚律相同。由图 7 和图 8 可知,采用耗散能等效方法获得的黏聚律受串并联弹簧模型层数影响较小,随着模型层数的增加,所获得的黏聚律逐渐逼近模型层数为 1 时的情况,最后几乎重合。可见当 $n=1$ 时,采用耗散能等效方法与采用位移等效方法获得的黏聚律相同;当 $n>1$ 时,采用耗散能等效方法获得的黏聚律不依赖于模型层数。

为探讨串并联弹簧模型层数对混凝土裂缝扩展全过程的影响,基于上述计算得到的黏聚律,选取文献[21]中编号为 SL43-3 的大坝混凝土三点弯曲梁试件进行模拟计算,试件长、宽、高分别为 1 600 mm、200 mm 和 400 mm,初始缝长为 156 mm,缝高比为 0.39,抗拉强度为 2.052 MPa,弹性模量 35.0 GPa。以断裂应变服从对数正态分布时的黏聚律为例,分别基于耗散能等效方法和位移等效方法获得的黏聚律模拟了大坝混凝土裂缝扩展全过程,计算得到的荷载-裂缝张开位移(P -CMOD)曲线如图 9 所示。

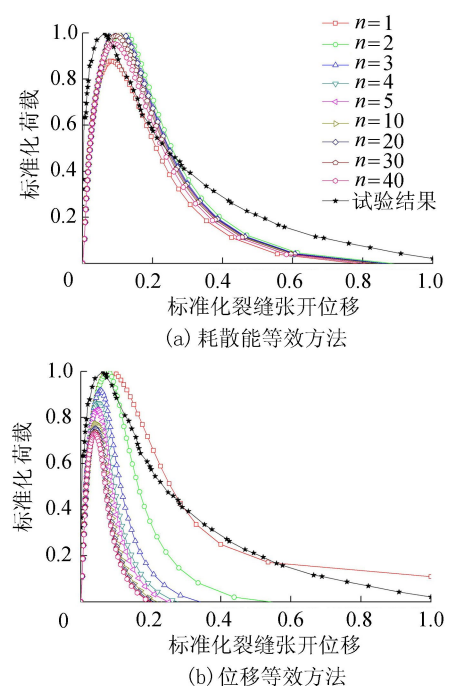


图 9 三点弯曲梁试件荷载-裂缝张开位移曲线

由图 9(a)可以看出,不同串并联弹簧模型层数时计算得到的荷载-裂缝张开位移曲线几乎重合,并与试验结果吻合较好;采用位移等效方法获得的黏聚律(图 9(b))模拟裂缝扩展结果离散性较大。可见,随着串并联弹簧模型层数的增加,采用耗散能等效方法获得的黏聚律模拟裂缝扩展时,荷载-裂缝张开位移曲线基本不受模型层数影响,较大程度上减轻了模型层数敏感性问题,验证了本文方法的合理性。

4 结 论

- a. 基于串并联弹簧随机损伤模型,结合耗散能等效原理,获得了混凝土裂缝黏聚律。
- b. 黏聚律受微弹簧断裂应变服从的概率密度函数影响。基于 Weibull 分布得到的黏聚律耗散能小于基于对数正态分布得到的黏聚律耗散能。
- c. 采用耗散能等效方法得到的黏聚律基本不受串并联弹簧模型层数影响,解决了在获取裂缝黏聚律时的模型层数敏感性问题。

参考文献:

[1] 韦未,姚伟明. 混凝土裂缝扩展模拟研究进展[J]. 水利水电科技进展,2004,24(4):53-56. (WEI Wei, YAO Weiming. Advances in simulation of crack propagation of concrete[J]. Advanced in Science and Technology of Water Resources,2004,24(4):53-56. (in Chinese))

[2] 吴建营,李锋波,徐世琅. 混凝土破坏全过程分析的扩展内嵌裂缝模型[J]. 水利水电科技进展,2016,36(1):53-59. (WU Jianying, LI Fengbo, XU Shilang. Research based on crack embedded model of process of failure of concrete [J]. Advanced in Science and Technology of Water Resources,2016,36(1):53-59. (in Chinese))

[3] 卿龙邦,聂雅彤. 基于起裂韧度准则的混凝土裂缝黏聚区特性[J]. 水利水电科技进展,2017,37(2):37-42. (QING Longbang, NIE Yatong. Characteristics of cohesive zone of concrete cracks based on initial fracture toughness criterion [J]. Advanced in Science and Technology of Water Resources,2017,37(2):37-42. (in Chinese))

[4] HILLERBORG A, MODEER M. Analysis on crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. Cement and Concrete Research,1976,6(6):773-782.

[5] 陈瑛,姜弘道,乔丕忠,等. 混凝土黏聚开裂模型若干进展[J]. 力学进展,2005,35(3):377-390. (CHEN Ying, JIANG Hongdao, QIAO Pizhong, et al. Advances in concrete cohesive crack models [J]. Advances in Mechanics,2005,35(3):377-390. (in Chinese))

[6] PETERSSON P E. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials[R]. Lund,Sweden:Lund Institute of Technology,1981.

[7] CAZES F, CORET M, COMBESCU A, et al. A thermodynamic method for the construction of a cohesive law from a nonlocal damage model [J]. International Journal of Solids and Structures,2009,46(6):1476-1490.

[8] MAZARS J, PIJAUDIER C G. From damage to fracture mechanics and conversely: a combined approach [J]. International Journal of Solids and Structures, 1996, 33 (20/21/22):3327-3342.

[9] DANIELS H E. The statistical theory of the strength of bundles of threads[J]. Proceedings of the Royal Society

- A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1945,183:405-435.
- [10] KRAJCINOVIC D, MANUEL A G S. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures, 1982,18(7):551-562.
- [11] BREYSSE D. Probabilistic formulation of damage-evolution law of cementitious composites[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990,116(7):1489-1511.
- [12] KANDARPA S, KIRKNER D J, SPENCER B F. Stochastic damage model for brittle materials subjected to monotonic loading[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, (8):788-795.
- [13] 李杰, 张其云. 混凝土随机损伤本构关系[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2001,29(10):1135-1141. (LI Jie, ZHANG Qiyun. Study on stochastic damage constitutive relationship for concrete material[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2001,29(10):1135-1141. (in Chinese))
- [14] LI J, REN X D. Stochastic damage model for concrete based on energy equivalent strain[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009,46:2407-2419.
- [15] 李杰, 任晓丹. 混凝土随机损伤力学研究进展[J]. 建筑结构学报, 2014,35(4):20-29. (LI Jie, REN Xiaodan. Advances in stochastic damage mechanics of concrete[J]. Journal of Building Structures, 2014,35(4):20-29. (in Chinese))
- [16] 刘汉昆, 李杰. 单轴受拉状态下混凝土非局部化细观损伤模型[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014,42(2):203-209. (LIU Hankun, LI Jie. Non-localized meso-
- damage model of concrete under uniaxial tension[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014,42(2):203-209. (in Chinese))
- [17] 李苹, 任晓丹, 李杰. 基于隐式梯度理论的混凝土细观随机断裂模型[J]. 建筑科学与工程学报, 2014,31(3):90-97. (LIE Ping, REN Xiaodan, LI Jie. Meso stochastic fracture model of concrete based on implicit gradient theory[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014,31(3):90-97. (in Chinese))
- [18] 卿龙邦, 郝冰娟, 赵欣, 等. 基于随机损伤与断裂耗散能等效的混凝土裂缝扩展分析[J]. 水利学报, 2015,46(12):116-123. (QING Longbang, HAO Bingjuan, ZHAO Xin, et al. Research on analysis of crack propagation of concrete based on the stochastic damage and equivalent energy fracture dissipation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015,46(12):116-123. (in Chinese))
- [19] 刘智光, 陈建云, 白卫峰. 基于随机损伤模型的混凝土轴拉破坏过程研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009,28(10):2048-2058. (LIU Zhiguang, CHEN Jianyun, BAI Weifeng. Research on concrete failure process under uniaxial tension based on stochastic damage model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009,28(10):2048-2058. (in Chinese))
- [20] BAŽANT Z P, OH B H. Crack band theory for fracture of concrete[J]. Matériaux et Construction, 1983,16(3):155-177.
- [21] 赵志方. 基于裂缝黏聚力的大坝混凝土断裂特性研究[R]. 北京: 清华大学, 2004.

(收稿日期:2017-06-15 编辑:熊水斌)

(上接第34页)

- [27] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 岩石材料尺寸效应的试验和理论研究[J]. 工程力学, 2005,22(4):112-118. (YANG Shengqi, SU Chengdong, XU Weiya. Experimental and theoretical study of size effect of rock material[J]. Engineering Mechanics, 2005,22(4):112-118. (in Chinese))
- [28] 刘勇军, 朱岳明, 曹为民, 等. 长方体劈裂试验的可行性研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2001,29(5):100-102. (LIU Yongjun, ZHU Yueming, CAO Weimin. The feasibility study on cuboid split test[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2001,29(5):100-102. (in Chinese))
- [29] DALLY J W, FOURNEY W L, IRWIN G R. On the uniqueness of the stress intensity factor-crack velocity relationship[J]. International Journal of Fracture, 1985,27(3/4):159-168.
- [30] TADA H, PARIS P C, IRWIN G R. The stress analysis of cracks[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1985,118(11):612-614.
- [31] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1993.
- [32] 徐世烺, 朱榆, 张秀芳. 水泥净浆和水泥砂浆材料的 I 型断裂韧度测定[J]. 水利学报, 2008,39(1):41-46. (XU Shilang, ZHU Yu, ZHANG Xiufang. Determination of model fracture toughness of cement paste and mortar[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008,39(1):41-46. (in Chinese))
- [33] 李江腾, 古德生, 曹平, 等. 岩石断裂韧度与抗压强度的相关规律[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2009,40(6):1695-1699. (LI Jiangteng, GU Desheng, CAO Ping, et al. Interrelated law between model fracture toughness and compression strength of rock[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2009,40(6):1695-1699. (in Chinese))
- [34] 徐世烺. 混凝土断裂力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [35] 范飞飞, 尚建丽, 刘银霞, 等. 砂对水泥砂浆强度影响的试验研究[J]. 散装水泥, 2008(6):61-63. (FAN Feifei, SHANG Jianli, LIU Yinxia, et al. Experimental study on the effect of sand on the strength of cement mortar[J]. Bulk Cement, 2008(6):61-63. (in Chinese))

(收稿日期:2017-08-06 编辑:熊水斌)