

# 强夯荷载作用下地基竖向位移数值分析

范文超<sup>1</sup>, 蔡新<sup>1</sup>, 徐宝明<sup>2</sup>, 蔡锐<sup>2</sup>, 张添烨<sup>3</sup>

(1. 河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 211100; 2. 南通沿海开发集团城镇建设有限公司, 江苏 南通 226006;  
3. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:**为反映强夯荷载作用下地基竖向位移变化特点,基于功能原理推导出强夯荷载作用下等效接触拟静力峰值计算公式;借助 ANSYS/LS-DYNA 有限元软件建立强夯数值模型,将强夯荷载简化为三角形冲击荷载对强夯过程进行数值模拟,并以南通某强夯法处理冲填软土地基工程为实例对这一强夯后地基竖向位移计算方法进行了验证。实例计算结果表明:该方法计算得到的地基竖向体积变化占地基总体积变化的比例与实测相近;用体积变化比例代表能量分配系数计算得到的竖向位移值与实测值相近;该方法用于冲填软土地基是适用的。

**关键词:**冲填软土;地基沉降;强夯;等效接触拟静力;数值模拟

**中图分类号:**TU472      **文献标志码:**A      **文章编号:**1006-7647(2018)04-0075-06

**Numerical analysis of vertical displacement of foundation under dynamic compaction load**//FAN Wenchao<sup>1</sup>, CAI Xin<sup>1</sup>, XU Baoming<sup>2</sup>, CAI Rui<sup>2</sup>, ZHANG Tianye<sup>3</sup> (1. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. City and Town Construction Co., Ltd., Nantong Coastal Development Group, Nantong 226006, China; 3. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** In order to reflect the variation characteristics of the vertical displacement of foundation under dynamic compaction load, the formula for the peak value of the equivalent contact quasi-static force is derived based on the principle of work and power. The numerical model of dynamic compaction is established by the finite element software ANSYS/LS-DYNA, and the dynamic compaction load is simplified to triangular impact load. The settlement calculation method is verified by an actual project of which the soft soil foundation was filled by dynamic compaction in Nantong. The calculation results show that the ratio of the vertical volume variation to the total volume change of the foundation calculated by the proposed method is close to the measured value, and the settlement calculated by the proportion of volume variation representing the energy distribution coefficient agrees well with the measured value. Therefore, the calculation method of settlement after tamping is applicable to dredger fill soft soil foundation.

**Key words:** dredger fill soft soil; foundation settlement; dynamic compaction; equivalent contact quasi-static force; numerical simulation

强夯法具有施工工艺简单、经济性好、加固效果明显等优点,已广泛应用于黄土、砂土、粉土、碎石土以及非饱和黏性土等地基处理中,积累了大量的现场操作经验,为理论研究提供了依据<sup>[1-8]</sup>。目前对强夯法的加固机理尚未形成统一的认识,现场施工设计参数主要依靠经验公式和试验来确定,而强夯过程的复杂性也使得夯后地基土的响应难以用精确的解析方法求解,影响了强夯技术的发展及应用。为有效预估强夯后地基的响应,使强夯施工设计更加合理,借助数值方法来计算强夯过程地基的应力和变形成为一个有效的研究手段。

早在 1985 年钱家欢等<sup>[9]</sup>用加权余量法导出弹性振动问题的边界积分方程,并将其应用于边界元解强夯问题,求得边界接触应力,通过在应力减低时将弹性模量改为卸荷弹性模量求得残余变形,但该方法未考虑夯锤自重,主要适用于均质地基;Chow 等<sup>[10]</sup>基于一维波动方程模拟夯锤和土体之间的相互作用,得出应力波的传播特性;在此基础上,Thilakasiri 等<sup>[11]</sup>对该法作了改进,通过考虑土柱与其周围土的非线性来计算表面应力与表面位移。还有一些学者利用动力有限元法对强夯问题进行了细致的研究,将强夯产生的瞬态荷载简化为已知的三

角形波或半正弦波,作为输入应力边界进行研究。孔令伟等<sup>[12]</sup>在考虑自重的基础上,结合夯锤的刚体运动方程和成层弹性地基空间轴对称动力问题的传递矩阵法,导出了强夯的边界接触应力与沉降在变换域中的解析式,其结果与边界元法、有限元法结果有可类比性,但限于成层弹性地基,没有考虑夯锤可能出现的弹跳及其反复接触和分离过程。宋修广等<sup>[13]</sup>基于动态形函数提出了强夯计算的动态有限单元法,考虑了加固土质的振动特性,较实际地反映了强夯加固的动力特性。

以上对强夯的数值模拟都是建立在经典力学的“小变形”假定上的,而实际夯击过程中夯坑周边土体将产生很大的变形破坏区域。蒋鹏等<sup>[14]</sup>基于大变形理论编制了有限元程序,并将侵蚀概念引入到强夯计算模型中,很好地消除了单元网格畸变的影响;Thilakasiri 等<sup>[15]</sup>基于二维平面模型率先采用显式动力非线性有限元软件 LS-Dynamic2D 对强夯置换软土进行了数值模拟,得出夯后土体的应力应变关系;牛志荣等<sup>[16-17]</sup>采用 LS-DYNA 进行了强夯数值模拟,对比现场试验数据分析了土体位移特征以及土体动力特性,并提出将土视为拟弹塑性材料来研究土体的振动特性;詹金林等<sup>[18]</sup>采用有限差分法对高能级强夯影响参数的敏感性进行了数值分析;于德水<sup>[19]</sup>、张建辉等<sup>[20]</sup>、赵明华等<sup>[21]</sup>和王桂尧等<sup>[22]</sup>利用 LS-DYNA 软件分别计算出强夯加固湿陷性黄土、风成砂、粉煤灰以及红砂岩地基的夯后竖向位移值。

以往对强夯的数值模拟没有考虑强夯能量分配对地基竖向位移的影响,因此,本文基于功能原理,考虑夯后地基隆起和侧向变形的能量消耗,推导出等效接触拟静力的峰值,并借助 LS-DYNA 动力有限元计算软件,采用简化三角形冲击荷载对强夯加固地基进行数值模拟。通过强夯加固冲填软土地基工程实例对竖向位移计算结果进行对比分析,验证了方法的适用性。

## 1 数值计算方法

强夯过程复杂,在建立有限元模型时需作如下假设:①夯锤视为刚体,变形忽略不计,且夯锤底部中心一直保持水平;②地基各层土体均质、水平各向同性;③不考虑孔隙水压力的影响;④不考虑夯击过程中产生的热能和声能能量损失。在以上假设的基础上,借助 LS-DYNA 进行建模分析。LS-DYNA 以显式算法为主要求解方法,可用于分析大变形、瞬态、非线性动力问题。模型包括夯锤和土体两部分,按轴对称简化后,取 1/4 建模,采用 SOLID164 八节

点六面体实体单元。

### 1.1 材料本构模型

夯锤本构模型采用 LS-DYNA 中的 RIGID 模型。土体在强夯过程中会产生无法恢复的残余沉降,因此需要采用弹塑性本构模型对强夯过程进行理论分析,土体的弹塑性本构关系如下:

$$d\sigma = D_{ep} d\epsilon \quad (1)$$

$$\text{其中} \quad D_{ep} = D - \frac{D \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} D}{\frac{\partial f}{\partial \sigma^T} D \frac{\partial g}{\partial \sigma} + A}$$

式中: $d\sigma$  为应力增量; $d\epsilon$  为应变增量; $D_{ep}$  为弹塑性矩阵; $D$  为弹性矩阵; $f$  为屈服函数; $g$  为塑性势函数; $A$  为塑性硬化模量。

目前还没有一个可以很好地反映高能量冲击下土体应力应变特征的本构关系,鉴于 D-P 本构模型能够反映土体的主要性状,本文地基土采用 D-P 本构模型。夯击过程中,锤体下方土体产生向下的位移,其压缩模量增大,传统的 D-P 本构模型无法反映这个事实,为保证计算结果的稳定性,夯锤下方土体采用等效变形模量。

### 1.2 接触面和边界条件

强夯荷载作用下夯锤下方土体产生较大变形,会导致外表面实体单元失效,从而需要内部单元抵抗穿透。因此,夯锤与土体之间采用面面侵蚀接触,在 LS-DYNA 中的 LS-DYNA options 中选定接触信息 Eroding (ESTS)。由于强夯荷载仅作用在竖直方向,夯锤和土体不产生水平方向的相对位移,因此接触面之间的静、动摩擦因数并不影响计算结果,在模拟时取适当值即可。

土体约束分为两部分,在两个对称面(即  $xOz$  面和  $yOz$  面)约束  $y$  方向和  $x$  方向位移,底面约束  $z$  方向位移。为实现地基半无限空间特性的模拟,防止人工应力波在边界处发生反射并作用于模型从而影响计算结果,把土体模型外侧面设置为无反射边界条件。本文采用多次透射边界<sup>[23]</sup>,其特点是精度高,且不受波的入射角和能量控制,随着透射次数的增加误差逐渐减小。多次透射边界的有限元表达式可写成增量形式<sup>[17]</sup>:

$$\Delta Z(t + \Delta t, r_1) \approx \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N K_j \Delta V \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad \Delta V = (\Delta Z_{1,j}, \Delta Z_{2,j}, \dots, \Delta Z_{j+1,j})$$

$$\Delta Z_{i,j} = \Delta Z[t - (j-1)\Delta t, r_1]$$

式中: $\Delta Z(t + \Delta t, r_1)$  为边界点  $r_1$  的位移; $C_j^N$  为二项式系数; $N$  为透射阶数; $\Delta t$  为时间步; $K_j$  为刚度矩阵; $\Delta Z_{i,j}$  为节点  $r_1$  在  $t + \Delta t$  时刻之前的位移增量。

1.3 强夯冲击荷载模式

大量试验研究表明,夯锤对土体的应力波只有一个峰值,没有明显的第二个波峰,作用时间也只有0.04~0.20 s。本文基于功能原理导出等效接触拟静力峰值,然后采用如图1所示的简化三角形冲击荷载作用于地基。

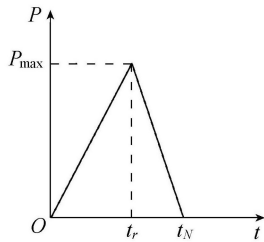


图1 强夯简化三角形冲击荷载示意图

如图2所示,取夯锤下方的土柱为研究对象,将各层地基的变形模量依据地基沉降分层求和原理转化为土柱的等效变形模量,可根据等效变形模量计算出土柱的等效刚度,然后基于功能转换原理,即接触力所做的功全部转化为土柱增加的变形能,可求出等效接触拟静力峰值。

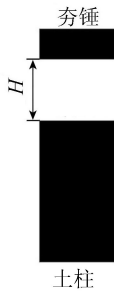


图2 受冲压土柱简化示意图

1.3.1 等效接触拟静力峰值计算

如图3所示,三角形OAB的面积即为接触力在夯击过程中所做的功,强夯接触力所做的功可表示为

$$\int_0^{\Delta s_n} P ds = \eta \beta mg (H + \Delta s_n) \tag{3}$$

式中: $P$ 为夯锤与土体的接触力; $\eta$ 为夯后地基夯坑体积增加所占总体积变化的比例; $\beta$ 为夯击过程中声能、热能损失系数; $m$ 为夯锤质量; $H$ 为夯锤下落高度; $\Delta s_n$ 为第 $n$ 次夯击时的沉降值。

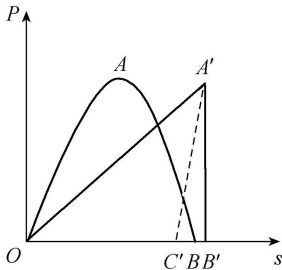


图3 动力做功的静力等效

在不考虑夯击过程中声能、热能损失的前提下,将强夯的夯击能分为两部分:一部分使地基土产生竖直向下的位移,即夯坑的沉降;另一部分则使夯坑四周的土体发生侧向或竖直向上的位移。故可用体积变化比例来表示这两部分能量占总夯击能的比例。式(3)即为强夯过程中仅使夯锤下方土柱产生竖向位移的接触力所做的功,这部分能量全部转化为土柱的变形能,即:

$$\eta Q (H + \Delta s) = U \tag{4}$$

式中: $Q$ 为夯锤重力; $\Delta s$ 为土柱沉降值; $U$ 为土柱增加的变形能。根据地基沉降分层求和原理,位移与力的关系可表示为

$$\Delta s = \frac{PF}{BE} \tag{5}$$

其中

$$F = \int_0^{h_n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)^3 \right] dz$$

$$h_n = \alpha \sqrt{mH}$$

式中: $B$ 为夯锤底面积; $\bar{E}$ 为土柱等效强度; $h_n$ 为 $n$ 层土的土柱高度; $z$ 为土柱竖向坐标; $a$ 为夯锤半径; $\alpha$ 为系数,依据GB50007—2011《建筑地基基础设计规范》不同土质取不同的值。

根据静力等效原则,有  $P = \frac{1}{2} P_{\max}$ ,故可推出夯击过程中接触拟静力峰值与夯锤重力的关系为

$$\frac{P_{\max}}{Q} = \frac{2s_d}{s_c} \tag{6}$$

式中: $P_{\max}$ 为冲击荷载峰值; $s_c$ 为夯锤重力作用下土柱的竖向位移; $s_d$ 为冲击荷载作用下土柱的竖向位移。

于是变形能可以表示为

$$U = \frac{Q}{s_c} s_d^2 \tag{7}$$

联立式(4)和式(7)可解得:

$$s_d = \frac{1}{2} (\eta s_c \pm \sqrt{\eta^2 s_c^2 + 4\eta H s_c}) \tag{8}$$

式中“+”对应最大变形,“-”对应回弹的最高位置,此处取“+”。

根据力与变形的关系可导出最大接触应力:

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \eta \sigma_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4H}{\eta s_c}} \right) \tag{9}$$

其中

$$\sigma_{st} = \frac{Q}{B}$$

根据土力学分层总和法计算地基沉降的原理,土柱等效强度可表示为

$$\bar{E} = \frac{F}{\frac{F_1}{E_{s1}} + \frac{F_2}{E_{s2}} + \dots + \frac{F_n}{E_{sn}}} \tag{10}$$

其中 
$$F_n = \int_{h_{n-1}}^{h_n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)^3 \right] dz$$

式中  $E_{sn}$  为第  $n$  层土的压缩模量。

至此,土柱在有效夯击能作用下最大接触应力已可以由式(9)求出。

### 1.3.2 强夯荷载作用时间

一次强夯的作用时间可根据下式计算:

$$t_N = \pi \sqrt{m/S} \tag{11}$$

其中 
$$S = 2rE/(1 - \mu^2)$$

式中: $S$  为弹性常数; $t_N$  为总的作用时间; $r$  为夯锤半径; $E$  为弹性模量; $\mu$  为泊松比。

### 1.4 求解选项设置

在软件 LS-DYNA 的 Analysis Options 菜单中打开能量控制选项,为消除沙漏模式的变形积累,在 Hourglass Ctrls 菜单中选定沙漏控制类型、系数、线性体积黏性系数以及二次体积线性系数;强夯接触计算时间和时间步长在 Time Control 下分别设置为 0.25 s 和 0.05 s;二进制文件输出类型及频率在 Output Controls 菜单中设定,最后将 K 文件输出,并将修改后的 K 文件调入 LS-DYNA 求解器求解。

### 1.5 计算步骤

a. 首先假设夯击能全部作用于竖向压密,即取有效夯实率为 100%,由式(9)计算出简化三角形冲击荷载峰值,然后根据计算出的地基变形情况可求出有效夯实率。

b. 将有效夯实率代入式(9)得到折减后的最大接触应力峰值作为简化三角形荷载峰值,将其输入强夯数值模型再次计算,得出沉降计算结果。

## 2 实例验证

选取南通通州湾开发示范区土层来验证本文提出的强夯后地基竖向位移计算方法的适用性,土质为海河混相类粉土、粉砂性软土,地下水位高,处于欠固结状态,现场采用水气分离管井联合强夯法处理地基,现场试验测试内容包括标准贯入、静力触探、沉降、孔隙水压力、侧向位移等。依据文献[24],土体弹性模量取压缩模量的 8.2 倍,降水处理过的地基土的物理力学参数为:密度 1.8 g/cm<sup>3</sup>、压缩模量 4.84 MPa、泊松比 0.35、黏聚力 7.4 kPa(快剪)、内摩擦角 19.6°(快剪)。数值计算时采用土体的剪切模量  $G$  作为输入值,它与弹性模量的关系为

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \tag{12}$$

根据现场孔压测试的结果,确定强夯影响范围为地基水平方向 10 m、竖向 10 m,划分 82 908 个实体单元;夯锤质量 14.2 t,半径 1 m、高 1 m,划分 384

个单元。有限元模型如图 4 所示。

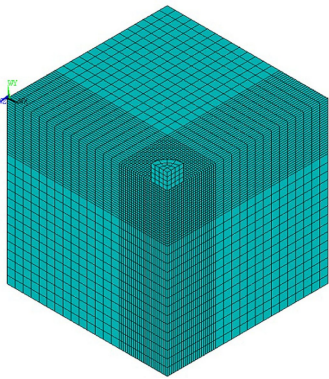


图 4 强夯有限元模型

试验现场第 1 遍试夯采用了 1 000 kN · m、1 250 kN · m 和 1 500 kN · m 共 3 种夯击能,故进行这 3 种夯击能工况下的数值计算,限于篇幅,本文只模拟第 1 击。

### 2.1 初次竖向变形计算结果分析

初次竖向位移计算即是假设夯击能全部作用于竖向压密,根据式(9)可计算出简化三角形冲击荷载峰值,此时有效夯实率为 100%。3 种工况下的初次计算荷载输入见表 1。

表 1 初次计算冲击荷载峰值及有效夯实率

| 夯击能/<br>(kN · m) | 冲击荷载峰值/<br>MPa | 有效夯实率/% |      |
|------------------|----------------|---------|------|
|                  |                | 数值计算    | 现场实测 |
| 1 000            | 1.774          | 87.0    | 90.1 |
| 1 250            | 2.005          | 77.0    | 85.0 |
| 1 500            | 2.212          | 64.0    | 65.0 |

3 种工况下夯锤竖向位移随时间的变化如图 5 所示。由图 5 可见,竖向位移变化速率表现为先慢后快最后趋于平稳,这是简化三角形冲击荷载加载特点导致的,与工程实际有出入,但在强夯工程中,更关心的是一次夯击结束后总的位移量。

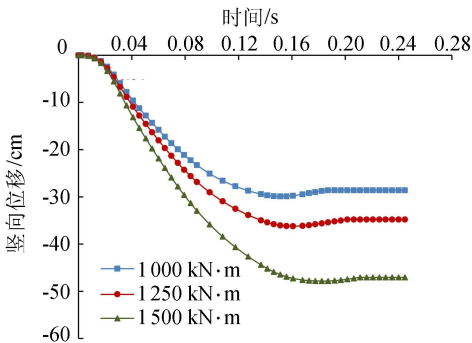


图 5 初次计算夯锤竖向位移时程曲线

3 种工况下夯坑四周地基土隆起情况如图 6 所示。可见,夯击能越大,夯坑四周的隆起量也越大,则隆起地基部分所消耗的夯击能越大。若隆起量的增加大于夯坑压缩体积的增大,则夯击的有效夯实率减小。实际强夯工程经验也表明,不恰当的使用

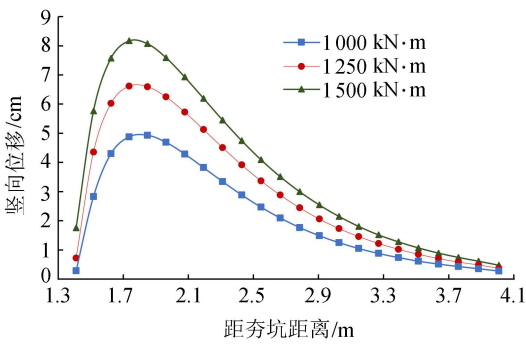


图6 初次计算夯坑四周隆起曲线

高夯击能并不能提升加固效果,而会产生“橡皮土”等现象,甚至会造成土体不可恢复性破坏。其原因:在不考虑夯击过程中声、热消耗的能量情况下,总的夯击能一部分使土体竖向压密,表现为夯锤下方土体发生竖向位移;剩余的夯击能使土体侧向压密和夯坑四周发生松动、隆起,表现为夯坑四周土体的体积变化。一定条件下的土体对有效夯击能的吸收能力是有极限的,当超过这个限度时,有效夯击能所占总夯击能的比例减小,土体形态上则表现为夯坑竖向体积压缩量所占总体积变化的比例减小,即有效夯实率减小。因此,可采用有效夯实率来表示夯击能量的分配比例。

3种工况下土体的有效夯实率见表1,与现场实测数据接近。数值计算得到的有效夯实率结果表明,随着夯击能的增大,有效夯实率减小,与试验结果相符。各级夯击能量下有效夯实率的计算值都比实测值小,这是因为现场试验仅测量了地基表面竖向的隆起,没有考虑地基土的侧向位移。

2.2 地基竖向位移计算结果分析

最终简化三角形冲击荷载峰值可由式(9)计算得出,取表1中的数值计算有效夯实率值,可得冲击荷载的峰值以及夯坑地基竖向位移的计算值如表2所示。对比现场实测地基竖向位移值发现,数值计算的竖向位移值与现场实测值接近,1500 kN·m夯击能作用下的偏差最大,但误差也仅为13.8%,表明该地基竖向位移计算方法在预测强夯处理冲填软土地基时是有效、可靠的。

表2 再次计算冲击荷载峰值及地基竖向位移

| 夯击能/<br>(kN·m) | 冲击荷载峰值/<br>MPa | 竖向位移/cm |      |
|----------------|----------------|---------|------|
|                |                | 数值计算    | 现场实测 |
| 1000           | 1.659          | 28.3    | 31.0 |
| 1250           | 1.760          | 31.3    | 31.0 |
| 1500           | 1.780          | 33.6    | 39.0 |

3 结 语

本文基于功能原理建立了强夯荷载作用下接触

力所做功与夯击总能量的关系表达式,取夯锤下方土体为研究对象,引入等效刚度,推导出了强夯等效接触拟静力峰值的计算公式,并提出了采用简化三角形冲击荷载来计算强夯后地基竖向位移的数值计算方法。数值计算结果与现场实测值的对比表明:数值计算得到的强夯有效夯实率值普遍比现场实测值小,这是因为数值计算考虑了侧向位移;土体竖向位移值的计算结果与实测值相近。

对于低夯击能强夯法处理冲填软土地基,该方法预测夯后地基沉降值表现出了适用性和可靠性,但对其他类型地基土的适用性和可靠性有待进一步验证。

参考文献:

[1] 钱家欢,钱学德,赵维炳,等. 动力固结的理论与实践[J]. 岩土工程学报,1986,8(6):3-19. (QIAN Jiahuan, QIAN Xuede,ZHAO Weibing,et al. Theory and practice of dynamic consolidation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 8(6): 3-19. (in Chinese))

[2] 陆新,郑颖人,周良忠. 软黏土地基强夯加固机理、计算与推广应用[J]. 四川建筑科学研究,2002,28(1):50-52. (LU Xin, ZHENG Yingren. Application and calculation & mechanism of the improving soft soil with DCM[J]. Building Science Research of Sichuan,2002,28(1):50-52. (in Chinese))

[3] 郑颖人,陆新,李学志,等. 强夯加固软黏土地基的理论研究与工艺研究[J]. 岩土工程学报,2000,22(1):18-22. (ZHENG Yingren,LU Xin,LI Xuezhi,et al,Research on theory and technology of improving soft clay with DCM [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2000,28(1):50-52. (in Chinese))

[4] 李尧臣,陈洁,周顺华. 动力固结流-固耦合模型的求解方法[J]. 岩土力学,2001,22(1):6-11. (LI Yaochen, CHEN Jie, ZHOU Shunhua. Numerical simulation for a foundation reinforcement procedure using dynamic consolidation technique [J]. Rock and Soil Mechanics, 2001,22(1):6-11. (in Chinese))

[5] 王琨,张兆峰. 强夯法地基加固深度的估算分析[J]. 山东交通学院学报,2005,13(2):23-26. (WANG Kun, ZHANG Zhaofeng. Analyzing the estimation of the depth reinforced with heavy-tamping method [J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2005, 13(2): 23-26 (in Chinese))

[6] 徐尧,王延祥. 强夯孔隙水压力回归分析模型[J]. 山东建筑大学学报,2003,18(2):21-24. (XU Yao, WANG Yanxiang. Regression analysis model for excess pore water pressure in dynamic consolidation [J]. Journal of Shandong Jianzhu University, 2003, 18(2): 21-24. (in Chinese))

- [7] 刘红军,吴腾,马江,等. 基于孔压监测的强夯置换和砂井-强夯处理饱和软土地基试验研究[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2015, 45(2): 109-114. (LIU Hongjun, WU Teng, MA Jiang, et al. An experimental study on saturated soft ground improvement with dynamic compaction replacement and DCM combined with sand-drain based on monitoring of pore water pressure[J]. Periodical of Ocean University of China, 2015, 45(2): 109-114. (in Chinese))
- [8] 王保田,唐劲柏. 强夯碎石桩的发展及成桩机理分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1999, 27(6): 30-34. (WANG Baotian, TANG Jinbai. Development of DRM and analysis of column-formation mechanism[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 1999, 27(6): 22-25. (in Chinese))
- [9] 钱家欢,帅方生. 边界元法在地基强夯加固中的应用[J]. 中国科学: A 辑, 1987(3): 329-336. (QIAN Jiahuan, SHUAI Fangsheng. Application of boundary element method in dynamic consolidation of foundation[J]. Science in China: Series A, 1987(3): 329-336. (in Chinese))
- [10] CHOW Y K, YONG D M, YONG K Y, et al. Dynamic compaction analysis [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 118(8): 1141-1155.
- [11] THILAKASIRI H S, GUNARATNE M, MULLINS G, et al. Investigation of impact stresses induced in laboratory dynamic compaction of soft soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1996, 20(10): 753-767.
- [12] 孔令伟,袁建新. 强夯的边界接触应力与沉降特性研究[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 86-92. (KONG Lingwei, YUAN Jianxin. Study on surface contact stress and settlement properties during dynamic consolidation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(2): 86-92. (in Chinese))
- [13] 宋修广,卢盛松,李维寅. 强夯加固的动态有限元法分析研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1999, 27(3): 22-25. (SONG Xiuguang, LU Shengsong, LI Weiyan. Study on dynamic consolidation by finite dynamic element method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 1999, 27(3): 22-25. (in Chinese))
- [14] 蒋鹏,李荣强,孔德坊. 强夯大变形冲击碰撞数值分析[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 222-226. (JIANG Peng, LI Rongqiang, KONG Defang. Numerical analysis of large deformation impact and collision properties during dynamic compaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(2): 222-226. (in Chinese))
- [15] THILAKASIRI H S, GUNARATNE M, MULLINS G, et al. Implementation aid for dynamic replacement of organic soils with sand [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(1): 25-35.
- [16] 牛志荣,杨桂通. 强夯作用下土体动力特性研究[J]. 工程力学, 2006, 23(3): 118-125. (NIU Zhirong, YANG Guitong. Dynamic characteristic of soils during and after dynamic consolidation[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(3): 118-125. (in Chinese))
- [17] 牛志荣,杨桂通. 冲击荷载下土体位移特征研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(11): 1743-1748. (NIU Zhirong, YANG Guitong. Studies on the displacement of soils subjected to the impact loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(11): 1743-1748. (in Chinese))
- [18] 詹金林,水伟厚,何立军. 高能级强夯加固机理的数值模拟[J]. 水利水电科技进展, 2008, 28(6): 15-19. (ZHAN Jinlin, SHUI Weihou, HE Lijun. Research on the mechanics of high energy level dynamic compaction with numerical method [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2008, 28(6): 15-19. (in Chinese)).
- [19] 于德水. 强夯法处理湿陷性黄土路基的试验研究及数值模拟[D]. 北京:北京科技大学, 2005.
- [20] 张建辉,杨培轩. 强夯法处理风成砂地基的数值模拟分析[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2013, 33(2): 127-133. (ZHANG Jianhui, YANG Peixuan. Numerical simulation analysis of treating aeolian sand foundation using dynamic consolidation method[J]. Journal of Hebei University(Natural Science Edition), 2013, 33(2): 127-133. (in Chinese))
- [21] 赵明华,乔流,张玲,等. 强夯处治粉煤灰路基的显式动力非线性数值模拟[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2015, 42(3): 63-69. (ZHAO Minghua, QIAO Liu, ZHANG Ling, et al. Explicit dynamic nonlinear numerical simulation for improving fly ash embankment by dynamic compaction [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2015, 42(3): 63-69. (in Chinese))
- [22] 王桂尧,胡振南,匡希龙. 红砂岩路基强夯处理大变形数值模拟方法与效果分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2451-2456. (WANG Guiyao, HU Zhennan, KUANG Xilong. Large-strain numerical simulation and experimental result research about improving red-sandstone embankment by dynamic compaction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(9): 2451-2456. (in Chinese))
- [23] 廖振鹏. 局部透射边界的精度[J]. 地震工程与工程振动, 1993(3): 1-6. (LIAO Zhenpeng. Accuracies of local transmitting boundaries [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1993(3): 1-6. (in Chinese))
- [24] 贾堤,石峰,郑刚,等. 深基坑工程数值模拟土体弹性模量取值的探讨[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(增刊1): 155-158. (JIA Di, SHI Feng, ZHENG Gang, et al. Elastic modulus of soil used in numerical simulation of deep foundation pits [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(Sup1): 155-158. (in Chinese))

(收稿日期:2017-07-11 编辑:熊水斌)