

# 基于功能原理强夯接触力与地基沉降计算

蔡新<sup>1</sup>, 范文超<sup>1</sup>, 唐彤芝<sup>2</sup>, 刘培贵<sup>3</sup>

(1. 河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 211100; 2. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210029;  
3. 南通沿海开发集团城镇建设有限公司, 江苏 南通 226006)

**摘要:**为反映强夯后地基沉降的变化特点,基于功能原理建立夯锤和土体之间接触力与地基沉降的关系式,根据静力等效原则和地基分层沉降计算原理推导出强夯接触力和地基沉降的计算公式,该公式形式简单,且能计算出分层土地基的夯后沉降值。实例计算结果表明:地基沉降计算值与现场实测值相近,验证了所推导公式的适用性;强夯后各分层土地基的沉降计算值和变形模量计算值变化规律与工程实际相符,反映了强夯法的加固特点。

**关键词:**强夯;接触力;地基沉降;功能原理;夯击能

中图分类号: TU472

文献标志码: A

文章编号: 1006-7647(2018)05-0022-05

**Calculation of dynamic contact force and foundation settlement based on principle of work and power**//CAI Xin<sup>1</sup>, FAN Wenchao<sup>1</sup>, TANG Tongzhi<sup>2</sup>, LIU Peigui<sup>3</sup>(1. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 211100, China; 2. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 3. City and Town Construction Co., Ltd., Nantong Coastal Development Group, Nantong 226006, China)

**Abstract:** In order to reflect the characteristics of foundation settlement after dynamic compaction, the relationship between the contact force and foundation settlement is established based on the principle of work and power. According to the principle of static equivalence and the calculation principle of layered settlement of foundation, the formula of contact force and settlement of dynamic compaction is deduced. The formula is simple and can calculate the settlement of layered soil after compaction. The calculation results show that the calculated value of foundation settlement is close to the field measured one, indicating a good verification for the applicability of the proposed formula. The calculated value of settlement and deformation modulus of each layered soil foundation after compaction is in accordance with the engineering practice, which reflects the strengthening characteristics of the dynamic compaction method.

**Key words:** dynamic compaction; contact force; foundation settlement; principle of work and power; tamping energy

强夯接触力和夯后地基沉降一直是工程界关心的重要问题,它直接影响到夯后的加固效果。早在1986年,钱家欢等<sup>[1-2]</sup>通过对 Scott 理论的改进,提出了加卸载强夯模型,可计算出冲击力和沉降值。孔令伟等<sup>[3]</sup>在考虑夯锤自重的基础上,结合夯锤刚体运动方程和成层弹性地基空间轴对称动力问题的传递矩阵法,导出了接触应力与沉降在时间域中的解析式。白冰<sup>[4]</sup>采用拟静力法预估强夯荷载作用瞬间饱和土因孔压消散而引起的固结变形。牛志荣等<sup>[5]</sup>基于土体振动特性提出了简化模型,得出计算残余沉降的简化方法。罗嗣海等<sup>[6]</sup>基于功能原理推导出了用土质参数表达的等效拟静力公式。刘汉龙等<sup>[7]</sup>针对钱家欢加卸载弹性模型中冲击应力在加荷阶段偏大,卸载阶段应力表示复杂等不足,提出

了改进的计算方法,并根据动力分析中应力边界与速度边界之间的关系,将应力边界时程转化为速度边界时程,引入正弦荷载函数,推导出一种简化的沉降计算方法。高有斌等<sup>[8]</sup>在钱家欢加卸载模型应力和沉降计算基础上,分别引入正弦荷载形式和三角形荷载形式,推导出两种简化的沉降计算方法。还有学者<sup>[9-10]</sup>针对复合地基的沉降计算方法以及构筑物影响下软土地基的沉降特性进行研究,为地基的沉降计算提供参考和依据。

强夯对土体的加固过程也是土体吸收夯击能产生变形的过程,实际工程中,夯击能不仅对夯坑内土体的沉降产生作用,还会传播至夯坑以外的土体,使其产生相应的变形,在土体内空气和水的作用下,甚至会使夯坑四周表面土体隆起。王斯海等<sup>[11-12]</sup>研

究表明,夯击能在土体中的传播特点以及影响范围与土体结构和土性参数有关。不同的夯击能传播特点会对土体的沉降值产生影响,故研究夯击能的消散规律有助于准确计算夯后地基沉降值。在夯锤与土体的接触过程中夯击能并不完全作用于土体的变形,部分夯击能会以热能和声能的形式被耗散,王保田等<sup>[13]</sup>对强夯置换夯击过程中的能量转换进行分析,根据物体碰撞前后速度的变化提出了恢复系数影响下夯击过程中能量的损失计算公式,但是在工程实际中,其参数值难以测定。本文拟通过对实际强夯工程中土体变形的观察和总结对夯击能的消散规律进行分析,基于功能原理建立夯锤和土体之间接触力与地基沉降的关系式,根据静力等效原则和地基分层沉降计算原理推导出强夯接触力和地基沉降的计算公式,并通过工程实例对所推导公式进行验证。

## 1 夯击能消散规律分析

工程实例选自南通某冲填软土地基处理项目,土质为海河相类粉土、粉砂性地基,地下水位高,处于欠固结状态,地基土主要压缩特性见表1。现场采用强夯联合管井降水法对地基进行加固处理,在大面积强夯前分别使用1000 kJ、1250 kJ和1500 kJ这3种夯击能进行试夯试验,试夯的地表隆起曲线分别见图1~3,地基侧向位移特征曲线见图4。

表1 地基土主要压缩特性

土层	天然密度/ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	压缩模量/ MPa	层厚/m
淤泥质粉质黏土夹粉土	1.816	3.85	5
粉土夹粉砂	1.878	10.06	7

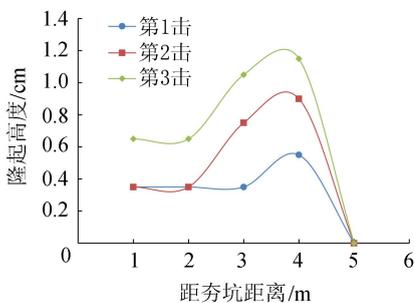


图1 1000 kJ 夯击能作用下隆起曲线

从3种夯击能作用下的隆起曲线可以看出,随着夯击能的增大,夯击次数的增加,夯坑四周的隆起量增大。第1遍点夯前通过现场试夯所测得的不同夯击能下单击所造成的夯坑夯沉量与隆起量如表2所示。整体来看,各夯击能作用下,随着夯击次数的增加,夯沉量减小,且夯沉量占总体积变化的比例也减小。每次大面积夯击后地基整体的侧向位移特征如图4所示,随着夯击遍数的增加,地基的整体侧向位移也增大,尤其是上层土体。结合以上试验数据,

根据波动理论对强夯过程中夯击能的消散规律进行分析,得出以下结论:

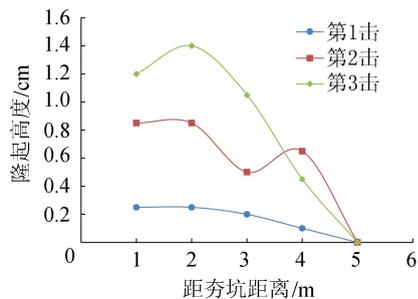


图2 1250 kJ 夯击能作用下隆起曲线

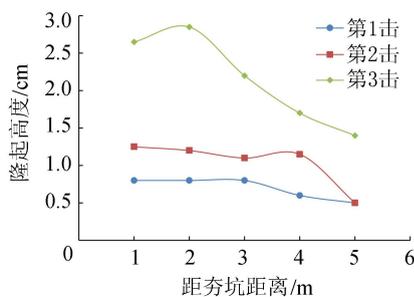


图3 1500 kJ 夯击能作用下隆起曲线

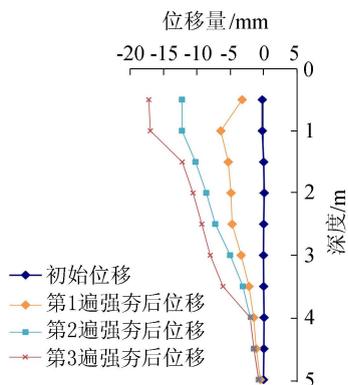


图4 地基整体侧向位移特征曲线

表2 第1遍点夯单击夯沉量及隆起量

夯击能/ kJ	第1击		第2击		第3击	
	夯沉量/ $\text{m}^3$	隆起量/ $\text{m}^3$	夯沉量/ $\text{m}^3$	隆起量/ $\text{m}^3$	夯沉量/ $\text{m}^3$	隆起量/ $\text{m}^3$
1000	0.97	0.10	0.97	0.15	0.57	0.2
1250	0.97	0.15	0.97	0.26	0.66	0.21
1500	1.22	0.22	1.22	0.35	0.88	1.00

a. 不同土质的土体对波的吸收能力不同。从竖向压密的角度来看,在土质一定的情况下,土体对夯击能的吸收存在一个限值,当夯击能超过这个限值时,随着夯击能的增大,作用于土体竖向压密所消耗的夯击能占总夯击能的比例减小。

b. 动能波的扩散范围受土质和土体结构影响。含水量低、密度大、结构性强的土体更有利于动能波的传导,故随着土体浅层土体变硬,夯击能更容易向水平方向传播,这部分夯击能占总夯击能的比例增大。

c. 同一夯击能作用下,随着夯击次数的增加,单击所造成的土体隆起量总体呈增大趋势,那么这部分土体形变所消耗的夯击能增多,故作用于土体沉降的夯击能占总夯击能的比例减小。

若将土体体积的变化视为对夯击能的一种耗散,土体沉降所消耗能量占地基总变形所消耗能量的比例为能量分配系数,那么同一夯击能作用下,随着夯击次数的增加,能量分配系数减小。能量分配系数可以看作是土体的自身特性,反映的是土体对动能波的传导和吸收特性。由于单点强夯时夯坑四周土体的侧向位移难以测出,故能量分配系数近似用隆起量的变化量来表示,即初始能量分配系数根据第1击隆起量占总体积的比例来计算,其后的能量分配系数则根据隆起量相对于第1击的隆起量变化比例来获得。最终可计算出第1遍点夯时每击的能量分配系数见表3。

表3 第1遍点夯击能量分配系数

夯击能/kJ	第1击	第2击	第3击
1000	0.90	0.85	0.65
1250	0.87	0.77	0.68
1500	0.85	0.75	0.53

## 2 强夯接触力和地基沉降的计算方法

强夯是一个复杂的动力接触问题,受限于岩土材料的复杂性,难以用精确的解析式来描述这一过程,在工程实际中,工程师们更加关注的是加固后地基的性能变化,因此,引入拟静力来替代实际接触时产生的动接触力。基于功能原理实现从动接触力到拟静力的转化是一个有效的途径,将强夯对土体的作用视为能量传递与转化的过程,只要保证在计算时能量的分配清楚、合理,则计算精度可满足工程要求。

### 2.1 接触拟静力峰值与沉降的关系

从能量耗散的角度可将强夯作用描述为:重力为  $G$  的夯锤从高度  $H$  的位置下降到最终静止所减少的重力势能即强夯总的能量输入,在夯锤与地基接触后,以多种形式被消耗,一部分为夯锤与地基接触过程中产生的声能和热能;另一部分则被地基土以形变的方式所吸收。而形变吸收的能量又可分为两部分,一部分使夯锤下方土体发生沉降;另一部分使夯坑四周的土体发生侧向位移或隆起。因此,夯锤下方土体沉降所消耗的能量可表述如下:

$$W = \beta\eta G(H + \Delta s) \quad (1)$$

式中: $\beta$  为夯击过程中声能、热能损失系数; $\eta$  为夯锤下方土体沉降所消耗能量占地基总形变所消耗能量的比例,简称能量分配系数; $\Delta s$  为夯坑最大沉

降值。

如图5所示,点  $OAB$  所围面积代表接触力在夯击过程中所做的功,强夯接触力所做的功可表示为

$$\int_0^{\Delta s} P ds = \beta\eta G(H + \Delta s) \quad (2)$$

式中: $P$  为夯锤与土体的接触力; $s$  为夯击过程中的地基沉降值。

假设接触力线性变化,通过静力转换可将接触力所做的功表示为

$$\frac{1}{2} P_{\max} \Delta s = \beta\eta G(H + \Delta s) \quad (3)$$

式中: $P_{\max}$  为强夯接触拟静力峰值。

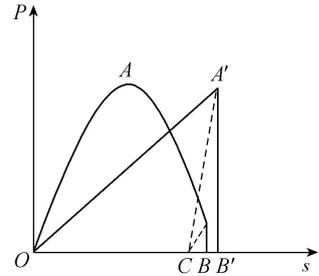


图5 动力做功的静力等效

在清楚了接触力和竖向位移与能量的关系后,仅取夯锤下方土柱为研究对象(如图6所示),夯锤与土体的接触力所做的功与土柱发生沉降所消耗的夯击能大致相等,结合地基沉降分层求和原理,可用夯锤重力和有效夯实率表示等效接触拟静力峰值。对于分层地基,需将不同土层的变形模量根据串联等效原则<sup>[14]</sup>转化为土柱的“有效刚度”。

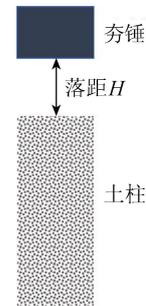


图6 简化受冲压土柱

静力作用下求地基的沉降,传统上是采用分层求和法:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \left( \frac{F_1}{E_{s1}} + \frac{F_2}{E_{s2}} + \dots + \frac{F_n}{E_{sn}} \right) \quad (4)$$

$$\text{其中 } F_n = \int_{h_{n-1}}^{h_n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)^3 \right] dz$$

$$h_n = \alpha \sqrt{mH}$$

式中: $\sigma_{\max}$  为夯锤与土体的接触应力峰值; $m$  为夯锤质量; $h_n$  为  $n$  层土的土柱高度; $E_{sn}$  为第  $n$  层土的变形模量; $z$  为土柱竖向坐标; $a$  为夯锤半径; $\alpha$  为系

数,依据 GB 50007—2011《建筑地基基础设计规范》,不同土质取不同的值。

$$\text{令 } F = \int_0^{h_n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)^3 \right] dz, \text{ 夯锤下方土柱}$$

的等效变形模量为

$$\tilde{E} = \frac{F}{\frac{F_1}{E_{s1}} + \frac{F_2}{E_{s2}} + \dots + \frac{F_n}{E_{sn}}} \quad (5)$$

可将等效拟静力与沉降的关系表示为

$$\Delta s = \frac{1}{2\tilde{E}} \tilde{\sigma}_{\max} \int_0^{h_n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)^3 \right] dz \quad (6)$$

## 2.2 接触拟静力峰值和地基沉降的计算

根据上文提出的等效拟静力峰值求解思路,现对求解过程作基本假设:①夯锤为刚体,接触过程不考虑夯锤的变形;②锤底下方应力均匀分布;③土柱无侧向变形,在冲击过程中只发生竖向压缩;④冲击过程夯锤与土体随动,不考虑接触后反弹;⑤不计冲击过程中的声能、热能,保持机械能守恒。

如图6所示,夯锤从高度  $H$  自由落下,冲击土柱后速度下降至  $0 \text{ m/s}$ ,同时土柱达到最大位移  $\Delta s_c$ 。此时土柱获得的变形能为

$$U = \eta G(H + \Delta s) \quad (7)$$

根据静力等效原则可推出夯击过程中接触拟静力峰值与夯锤重力的关系:

$$\frac{P_{\max}}{G} = \frac{2\Delta s_d}{\Delta s_c} \quad (8)$$

式中: $\Delta s_c$  为夯锤重力作用下土柱的沉降; $\Delta s_d$  为强夯荷载作用下土柱的沉降。

于是变形能可以表示为

$$U = \frac{G}{\Delta s_c} \Delta s_d^2 \quad (9)$$

联立式(7)和式(9)可解得:

$$\Delta s_d = \frac{\eta \Delta s_c \pm \sqrt{\eta^2 \Delta s_c^2 + 4\eta H \Delta s_c}}{2} \quad (10)$$

式中“+”对应最大变形,“-”对应回弹的最高位置,此处取“+”,得

$$\Delta s_d = \frac{1}{2} \eta \Delta s_c \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4H}{\eta \Delta s_c}} \right) \quad (11)$$

进一步可导出接触应力峰值为

$$\sigma_{\max} = \eta \sigma_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4H}{\eta \Delta s_c}} \right) \quad (12)$$

其中

$$\sigma_{st} = \frac{G}{B}$$

式中: $B$  为夯锤底面积。

将  $\Delta s_c$  用式(6)代换,若  $F$  在一次夯击中为常数,可得接触应力峰值为

$$\sigma_{\max} = \eta \frac{G}{B} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4H\tilde{E}B}{\eta GF}} \right) \quad (13)$$

进而可得沉降值为

$$\Delta s_d = \frac{1}{2} \eta \frac{GF}{\tilde{E}B} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4H\tilde{E}B}{\eta GF}} \right) \quad (14)$$

至此,等效接触拟静力峰值和土柱沉降均可以求出。从式(13)和式(14)可以看出强夯荷载作用下土体沉降及接触应力峰值与锤重、接触面积、地基土质特性的关系与传统经验相符。

## 3 实例验证

下面通过前文介绍的工程实例对本文推导的沉降值和接触应力峰值计算公式进行验证。强夯所使用的夯锤重  $142 \text{ kN}$ ,半径为  $1 \text{ m}$ ,锤底面积为  $3.14 \text{ m}^2$ 。根据地基压缩特性值,得出第1击作用时的计算参数见表4。将各项计算参数代入式(13)和式(14)可得到沉降值和接触应力峰值,见表4。

表4 第1击计算参数及计算结果

夯击能/ kJ	土柱 高度/m	等效变形 模量/ MPa	夯锤落 距/m	应力 峰值/ MPa	沉降 计算值/ cm	沉降 实测值/ cm
1000	4.0	3.85	7.0	1.69	35	31
1250	4.5	3.85	9.0	1.85	40	31
1500	5.0	3.85	11.0	2.00	44	39

对比沉降的计算值和实测值,计算值大于实测值,其中  $1250 \text{ kJ}$  夯击能作用下的误差最大,其误差产生的原因可归结如下:

a. 本文仅考虑了土体的隆起变形量,没有考虑夯坑四周土体的侧向变形量,因此得到的能量分配系数比实际要大。另外,理论计算没有考虑孔隙水压力的影响,这也是导致计算值偏大的原因。

b.  $1250 \text{ kJ}$  夯击能作用下的沉降实测值与  $1000 \text{ kJ}$  夯击能作用下的相同,这是由于地基的不均匀性。若地质均匀,那么  $1250 \text{ kJ}$  夯击能作用下的沉降计算值与实测值的误差将会减小。

一次夯击结束后,由于夯坑内土体被压缩,其变形模量会增大,因此,在进行第2次夯击时需对夯后土体的变形模量进行推算。连续两次强夯的相隔时间很短,孔隙水压力来不及消散,土体的强度增长主要靠土体压缩,变形模量的增幅随着压缩量的增加而增大,因此,可近似认为土体变形模量的变化与土体压缩量的变化成正比。假设某一土层夯前高度为  $h_n$ ,夯后高度为  $h'_n$ ,则强夯前后该土层变形模量的关系为

$$E'_n = E_n \frac{h_n}{h'_n} \quad (15)$$

式中: $E_n$  为夯前第  $n$  层土变形模量; $E'_n$  为夯后第  $n$  层土变形模量。

根据表 4 中的计算结果和式(15)可计算出第 2 击和第 3 击的计算参数及结果,见表 5 和表 6。

表 5 第 2 击计算参数及计算结果

夯击能/ kJ	土柱 高度/m	等效变形 模量/ MPa	夯锤落 距/m	应力 峰值/ MPa	沉降 计算值/ cm	沉降 实测值/ cm
1000	4.0	4.41	7.0	1.75	32	31
1250	4.5	4.44	9.0	1.86	35	31
1500	5.0	4.53	11.0	2.03	38	39

表 6 第 3 击计算参数及计算结果

夯击能/ kJ	土柱 高度/m	等效变形 模量/ MPa	夯锤落 距/m	应力 峰值/ MPa	沉降 计算值/ cm	沉降 实测值/ cm
1000	4.0	4.88	7.0	1.60	26	18
1250	4.5	4.99	9.0	1.85	30	21
1500	5.0	5.12	11.0	1.80	29	28

从计算结果可以看出,沉降计算值与实测值较为接近,而且其计算结果稳定性较好。本文所提出的强夯沉降计算方法不仅可以预估一次夯击总的沉降,还可以计算出不同分层地基的沉降,这对于真实反映强夯的加固特点具有重要意义。将地基最上部 1 m 部分以 20 cm 为一层,1 m 以下部分以 50 cm 为一层进行划分,在 1000 kJ 夯击能作用下每击后各层地基的沉降及变形模量如表 7 所示。从每击过后各土层的沉降以及变形模量的变化可以清楚地看出强夯的加固特点,即表层先得到加固,然后向深处蔓延,这对于使用强夯法加固分层土地基或有软弱夹层土地基具有重要的意义。

表 7 1000 kJ 夯击能作用下每击后  
各层地基沉降及夯后变形模量

层号	第 1 击		第 2 击		第 3 击	
	沉降/ cm	变形模量/ MPa	沉降/ cm	变形模量/ MPa	沉降/ cm	变形模量/ MPa
1	4.4	4.93	2.8	5.99	1.7	6.92
2	4.3	4.90	2.8	5.94	1.7	6.85
3	4.0	4.81	2.8	5.82	1.8	6.71
4	3.5	4.68	2.7	5.60	1.8	6.46
5	3.0	4.55	2.6	5.37	1.8	6.16
6	5.8	4.35	5.6	4.99	4.5	5.64
7	3.8	4.17	4.2	4.58	3.8	5.04
8	2.6	4.06	3.1	4.34	2.9	4.65
9	1.9	4.00	2.2	4.19	2.3	4.41
10	1.4	3.96	1.7	4.10	1.7	4.25
11	1.1	3.93	1.3	4.04	1.3	4.16
12			0.7	3.93	0.8	4.02

## 4 结 论

通过对强夯试验中土体位移特征的观察和总结发现,夯后土体的沉降不仅受夯击能和夯击次数的影响,还受到能量分配的影响。针对这一发现,本文所做的主要工作和得到的结论如下:①采用能量分配系数表示土体沉降所消耗能量占地基总变形所消

耗能量的比例,能量分配系数随着夯击能和夯击次数的增加而减小。②基于功能原理,建立了接触力与地基沉降的关系式,引入土工分层沉降计算原理和等效拟静力原则,推导出接触力峰值和地基沉降的计算公式。该计算公式表述简洁,意义明确,便于工程应用。③通过计算实例验证了本文推导的公式所计算出的沉降值与试验实测值相近,沉降计算值的变化规律与工程实际相符。

## 参考文献:

- [1] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 2版. 北京:中国水利水电出版社,1996:251-257.
- [2] 钱家欢,钱学德,赵维炳,等. 动力固结的理论与实践[J]. 岩土工程学报,1986,8(6):3-19. (QIAN Jiahuan, QIAN Xuede, ZHAO Weibing, et al. Theory and practice of dynamic consolidation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 8(6): 3-19. (in Chinese))
- [3] 孔令伟,袁建新. 强夯的边界接触应力与沉降特性研究[J]. 岩土工程学报,1998,20(2):86-92. (KONG Lingwei, YUAN Jianxin. Study on surface contact stress and settlement properties during dynamic consolidation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(2):86-92. (in Chinese))
- [4] 白冰. 强夯荷载作用瞬间饱和土层固结变形计算[J]. 岩土力学,2003,24(1):57-60. (BAI Bing. Calculation of consolidation deformation of saturated stratum under dynamic compaction loading [J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(1): 57-60. (in Chinese))
- [5] 牛志荣,杨桂通. 强夯作用下土体动力特性研究[J]. 工程力学,2006,23(3):118-125. (NIU Zhirong, YANG Guitong. Dynamic characteristics of soils during and after dynamic consolidation [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(3): 118-125. (in Chinese))
- [6] 罗嗣海,龚晓南. 无黏性土强夯加固效果定量估算的拟静力分析法[J]. 岩土工程学报,2008,30(4):480-486. (LUO Sihai, GONG Xiaonan. Quasi-static analysis for quantitative estimation of improvement effect of cohesionless soil treated by dynamic compaction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(4):480-486. (in Chinese))
- [7] 刘汉龙,高有斌,曹建建,等. 强夯作用下接触应力与土体竖向位移计算[J]. 岩土工程学报,2009,31(10):1493-1497. (LIU Hanlong, GAO Youbin, CAO Jianjian, et al. Calculation of contact stress and soil vertical displacement under dynamic compaction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(10): 1493-1497. (in Chinese))

(下转第 85 页)