

# 考虑坝体柔性的重力坝坝面地震动水压力计算

王毅<sup>1</sup>, 胡志强<sup>2</sup>, 郭维东<sup>1</sup>

(1. 沈阳农业大学水利学院, 辽宁 沈阳 110866; 2. 大连理工大学建设工程学部, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 为了准确模拟地震作用下重力坝坝面动水压力, 采用比例边界有限元与有限元的无缝耦合理论, 提出了一种考虑坝体和库底柔性的坝面动水压力计算方法。该方法采用比例边界有限元的理论, 可仅离散坝水交界面实现半无限库水的高效高精度模拟, 且能方便考虑库水的可压缩性以及库底和岸坡的吸收作用; 采用有限元离散坝体结构, 通过作用在大坝迎水面上的动水压力实现对大坝-库水系统的求解。算例计算结果表明, 该方法计算得到的重力坝坝面动水压力与已有文献计算结果吻合较好; 坝体柔性削弱了坝面动水压力; 坝面动水压力随库底反射系数的减小而减小。

**关键词:** 重力坝; 比例边界有限元方法; 地震作用; 库水可压缩性; 动水压力

中图分类号: TV312

文献标志码: A

文章编号: 1006-7647(2019)03-0038-06

**Calculation of earthquake-induced hydrodynamic pressure considering gravity dam flexibility//** WANG Yi<sup>1</sup>, HU Zhiqiang<sup>2</sup>, GUO Weidong<sup>1</sup> (1. College of Water Conservancy, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110866, China; 2. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** To accurately simulate the hydrodynamic pressure on a gravity dam face during an earthquake, a computing method considering both the flexibility of dam body and reservoir bottom is proposed based on the seamless coupling theory of finite element method and scaled boundary finite element method. By using the scaled boundary finite element method, semi-infinite impounded water can be modeled with high efficiency and accuracy with only discretization of the interface of the reservoir and the dam. In addition, water compressibility and the effect of absorption from reservoir bottom can be conveniently considered. Finite element method is employed to discretize the dam body and the dynamic response of the dam-reservoir system can be solved by the hydrodynamic pressure on the dam face. Numerical examples show that the hydrodynamic pressure calculated by the proposed method agrees well with that in the literature. The hydrodynamic pressure on a gravity dam face can be reduced by dam flexibility and it decreases with a decreased reflection coefficient of the reservoir bottom.

**Key words:** gravity dam; scaled boundary finite element method; earthquake action; water compressibility; hydrodynamic pressure

一直以来, 大坝-库水动力相互作用问题备受关注, 尤其是在地震频发地区, 水利枢纽的安全与之密切相关。针对大坝-库水系统的动力相互作用研究, 主要体现在如何准确计算地震作用下坝面所受动水压力。对于动水压力的研究, 源于 Westergaard<sup>[1]</sup> 提出的动水附加质量理论, 其忽略水的可压缩性, 推导出坝前水深恒定的二维刚性重力坝受水平方向地震动激励情况下坝面动水压力解析计算公式。而后, Chopra<sup>[2]</sup> 在其基础上推导了受不同方向地震动激励, 考虑库水可压缩性的二维重力坝动水压力在频域和时域中的解析解。随着有限元方法(FEM)的不断发展, Chopra 等<sup>[3-7]</sup> 对坝面动水压力进行了深

入的研究, 采用 FEM 模拟了水的可压缩性及库底和岸坡的吸收作用对坝面动水压力的影响, 并把其应用从二维重力坝推广到三维拱坝。然而, 限于大坝-库水系统中库水的半无限特性, 采用 FEM 时往往需要离散足够长库水区域, 导致计算机内存占用量和计算量大; 另一方面, 在计算中无法实现对整个半无限域库水的完整离散, 客观上需要一个合理的截断边界, 并施加一定边界条件来模拟半无限域。起初的研究局限于使用 Sommerfeld 辐射条件<sup>[8]</sup>, Sharan<sup>[9]</sup> 通过添加阻尼项, 提出了一种更为有效的边界条件, 只需离散较短库区水域, 数值计算结果表明其能够保证足够精度, 并可减少部分计算量。为

基金项目: 辽宁省教育厅科学研究项目(LSNBY201616); 沈阳农业大学教师科研基金(20131003)

作者简介: 王毅(1983—)男, 讲师, 博士, 主要从事水工地震工程研究。E-mail: wang\_yi1103@163.com

通信作者: 郭维东(1969—)男, 教授, 博士, 主要从事水工水力学研究。E-mail: gwdly@126.com

了解决 FEM 中库区离散量较大的问题, Hanna 等<sup>[10]</sup>用边界元方法(BEM)对大坝-库水动力相互作用进行了研究,结果表明,在一定的库区形状下, BEM 能够有效地求解坝面动水压力,且大大降低了计算量,但只能对于少数规则库区形状才能找到其基本解。

以上研究多基于刚性坝面假设,即未考虑坝面柔性的影响。事实上,在强震作用下,高坝的柔性是进行大坝-库水相互作用分析中不可忽略的因素。由于坝体柔性的存在,在一定程度上能够削弱地震作用下库水对坝体的动力作用,从而降低坝体内部响应。为了研究柔性包括坝体柔性和库底柔性对结构响应的影响, Bouaanani 等<sup>[11]</sup>首先在频域中推导了刚性坝面动水压力,并考虑了库底柔性的影响;而后 Bouaanani 等<sup>[12]</sup>采用模态分析方法研究了坝体柔性的影响,在频域中求解了坝面动水压力,同时考虑了水库边界的吸收效应,得到了相对完善的结果。但其采用有限元的基本思想,需要离散部分计算库区和添加人工辐射边界条件,在一定程度上增加了计算量,对计算效率的提高有限。随着数值方法的发展,出现了一种新的数值方法——比例边界有限元方法(SBFEM)<sup>[13]</sup>。它基于 BEM 的思想,仅对求解域的边界进行离散,域内采用比例分配的思想进行解析求解,且无需 BEM 中复杂的基本解,由于其解形式可自动满足无穷远处辐射条件,对于求解半无限域波动问题优势明显。在 SBFEM 框架下,对大坝-库水相互作用的研究也有了初步进展。Lin 等<sup>[14-17]</sup>基于 SBFEM 推导了坝面的频域动水压力,对混凝土坝动力响应进行了详细研究,结果表明该方法在处理半无限域库水时不仅能够大幅度降低计算量,且能保证足够精度,同时对库水的可压缩性和库底吸收可方便考虑。Wang 等<sup>[18-20]</sup>采用 SBFEM 对无限域库水边界进行离散,坝体内部仍然采用传统的 FEM 进行求解,提出了一种半无限域的开放边界条件,得到了二维重力坝动水压力时域计算结果。

本文在此基础上,综合考虑坝体和库底柔性的影响,提出一种基于 SBFEM 和 FEM 耦合理论的求解大坝-库水系统中坝面动水压力计算方法,并通过算例对该方法进行验证,分析坝体柔性、库水可压缩性和库底反射系数对坝面动水压力的影响。

## 1 大坝-库水系统基本方程

### 1.1 大坝基本运动方程

在地震动作用下,考虑到库水对大坝的动力相互作用,大坝时域运动方程用标准 FEM 可描述为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g + F_p(u, u_g) \quad (1)$$

式中:  $M$ 、 $C$ 、 $K$  分别为大坝的质量、阻尼和刚度矩阵;  $\ddot{u}$ 、 $\dot{u}$ 、 $u$  分别为坝体在地震动作用下产生的相对加速度、速度和位移;  $\ddot{u}_g$  为地震动激励加速度;  $F_p$  为由于地震动激励产生的作用于大坝迎水面的动水压力。

由式(1)可知,若能确定在地震作用下坝面所受的动水压力,即可得到大坝的整体动力响应。对于刚性坝体,坝体内部不产生相对加速度,迎水面各点的动水压力仅与激励地震动相关;而考虑坝体柔性的影响,坝面所受动水压力与大坝自身运动密切相关,因此动水压力与坝体响应是耦合关系。对其进行解耦,是在考虑坝体柔性影响下对大坝-库水相互作用进行求解的关键。

### 1.2 库水基本运动方程

利用 SBFEM 对半无限域的库水进行离散,把相似中心  $O$  设在水库下游无穷远处,如图 1 所示,此时水库的上下表面趋于平行,据 SBFEM 基本理论,仅离散水库与大坝的交界面即可实现对整个求解水域的高精度模拟,无需添加人工截断边界,从而极大地简化对库水的离散。

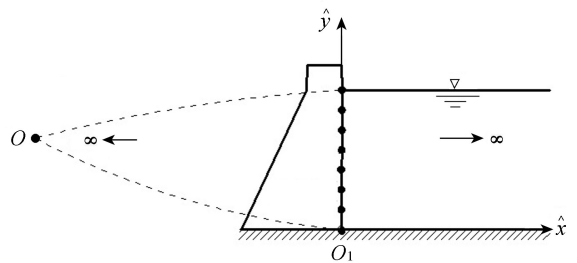


图1 库水-重力坝耦合示意图

假设库水为可压缩小扰动线性弹性液体,库水在整个求解域中满足如下方程:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \ddot{p} = 0 \quad (2)$$

式中:  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子;  $p$  为动水压力;  $\ddot{p}$  为  $p$  对时间的二阶导数;  $c$  为水中压力波波速,不考虑库水可压缩性时,  $c$  趋于无穷大,方程(2)退化为拉普拉斯方程。

对于整个库区,忽略库水表面微幅重力波的作用,可认为库水表面在地震过程中不发生变化,库水表面的边界条件简化为

$$p = 0 \quad (3)$$

坝水交界面上满足应力连续边界条件

$$p_{,n} = -\rho \ddot{u}_n \quad (4)$$

式中:  $p_{,n}$  为坝水交界面处的动水压力沿外法线方向的导数;  $\rho$  为库水密度;  $\ddot{u}_n$  为坝面外法向加速度。

库底和岸坡的边界条件采用 Fenves 等<sup>[5]</sup>提出的吸收边界条件:

$$p_{,n} = -\rho \dot{v}_n - qp \quad (5)$$

其中

$$q = \frac{1 - \alpha}{c(1 + \alpha)}$$

式中:  $\ddot{v}_n$  为库底和岸坡受到的地震动法向加速度;  $q$  为库底和岸坡的吸收作用系数;  $\dot{p}$  为  $p$  对时间的一阶导数;  $\alpha$  为库底反射系数, 其范围为  $[0, 1]$ 。当  $\alpha=0$  时表示库底为全反射状态, 即对任何的来波均发生完全反射; 当  $\alpha=1$  时则为完全吸收边界条件, 方程(5)进而退化为 Sommerfeld 边界条件。

无穷远处的边界条件为

$$p_{,n} = -\frac{\dot{p}}{c} \quad (6)$$

由于本文采用 SBFEM, 因此, 式(6)是自动满足的, 在计算中不需要对此边界进行特殊处理。

使用加权余量方法对库水的控制方程和边界条件进行离散, 可得到在 SBFEM 框架下的频域动水压力方程, 文献[14]给出了其详细的推导过程及其求解过程, 动水压力的频域结果可表示为

$$\bar{F}_p(\omega) = -\mathbf{A}\mathbf{M}_a(\omega) [\bar{\ddot{u}}_g(\omega) + \bar{\ddot{u}}(\omega)] \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为面积转换矩阵(通过迎水面上的各个节点在单元中影响区域比重确定);  $\bar{\ddot{u}}_g(\omega)$  为频域地震动加速度;  $\bar{\ddot{u}}(\omega)$  为地震动作用下坝体内部产生的频域相对加速度;  $\mathbf{M}_a(\omega)$  为 SBFEM 体系下的特征矩阵, 与圆频率  $\omega$  相关。

### 1.3 大坝-库水系统的耦合运动方程

在频域中, 把动水压力控制方程代入大坝运动基本方程, 可得到考虑坝体柔性影响的大坝-库水系统的频域运动方程

$$\begin{aligned} \{-\omega^2[\mathbf{M} + \mathbf{M}_b(\omega)] + (1 + i\eta)\mathbf{K}\} \bar{\mathbf{u}}(\omega) = \\ -[\mathbf{M} + \mathbf{M}_b(\omega)] \bar{\ddot{u}}_g(\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{M}_b(\omega) = \mathbf{A}\mathbf{M}_a(\omega)$$

式中:  $\eta$  为复刚度阻尼比;  $i$  为虚数单位;  $\mathbf{M}_b(\omega)$  为附加质量矩阵;  $\bar{\mathbf{u}}(\omega)$  为地震动作用下坝体内部产生的频域位移。

方程(8)清晰地表达了大坝-库水相互作用的解耦频域运动方程, 通过对坝面动水压力的 SBFEM 求解, 得到动水压力的附加质量计算公式, 实现对大坝-库水系统动力相互作用的求解。运用方程(8)可得到柔性坝面下的坝体响应, 回代方程(7)即可对坝面动水压力进行求解, 同时也实现了对坝体柔性的考虑。

### 1.4 程序实现方法

本文采用自编 FORTRAN 计算程序, 实现了考虑坝体柔性的重力坝坝面地震动水压力的计算。计算步骤如下:

**步骤 1** 网格剖分。采用商业软件 ANSYS 对

整个坝体进行有限元网格剖分, 网格剖分可根据需要进行相关细化。此时需注意, 在数据输入时标记迎水面上的节点编号, 为计算 SBFEM 框架下的特征矩阵  $\mathbf{M}_a(\omega)$  提供便利。

**步骤 2** SBFEM 特征矩阵计算。通过提取坝面节点单元信息, 在 SBFEM 计算体系下, 求解迎水面上特征矩阵  $\mathbf{M}_a(\omega)$ 。

**步骤 3** 频域运动方程求解。通过通用等参单元 FEM 代码组装方程(8)中的总体刚度与质量矩阵, 在 FEM 框架下实现对方程(8)的求解, 得到坝体各个节点的频域响应值。

**步骤 4** 坝面动水压力计算。通过方程(7)求解坝面动水压力, 实现对坝体柔性的考虑。

## 2 算例验证

为了验证所提方法的有效性, 选取文献[12]中的 Pine Flat 二维重力坝为计算模型, 所有计算参数均采用文献[12]中的资料。其中, 坝高为 121.92 m; 截面形状为三角形; 上游面垂直, 下游面坡度为 1:0.8; 大坝混凝土弹性模量为 35 GPa; 质量密度为 2400 kg/m<sup>3</sup>; 泊松比为 0.2; 黏滞阻尼比为 0.1; 满库状态下, 坝前水深  $H = 121.92$  m; 库水质量密度为 1000 kg/m<sup>3</sup>; 水中压力波波速为 1440 m/s。大坝网格剖分如图 2 所示, 坝体离散为 192 个四节点平面单元。地震动激励为水平方向的频域单位地震动。

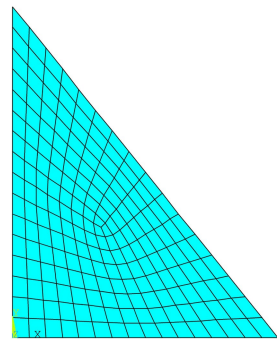


图 2 Pine Flat 重力坝网格剖分

### 2.1 刚性坝面

图 3 和图 4 分别给出了刚性坝面动水压力频响函数曲线和动水压力沿高程分布曲线, 图中  $g$  为重力加速度;  $p_{\text{stat}}$  为静水压力;  $\omega_1$  为水库的第一阶自振频率; 无量纲频率为实际频率与  $\omega_1$  的比值。文献[11]给出的是不考虑坝体柔性和考虑库水可压缩性情况下的封闭形式的理论解。本文采用 SBFEM 计算得到的动水压力频响函数曲线和动水压力沿高程分布, 均与文献[11]的理论解高度一致, 表明了 SBFEM 在求解动水压力上的有效性, 为后面的柔性坝面结果对比提供了可靠的保证。



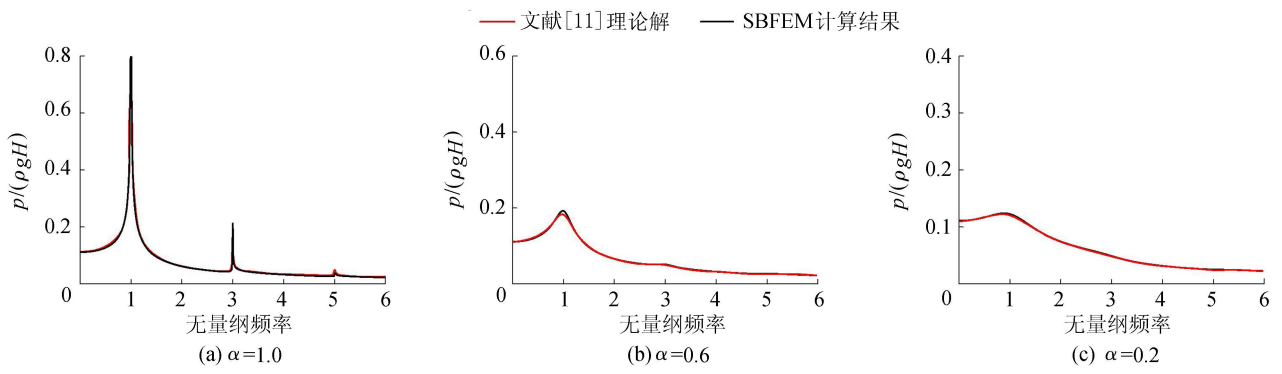


图3 刚性坝面动水压力频响函数曲线

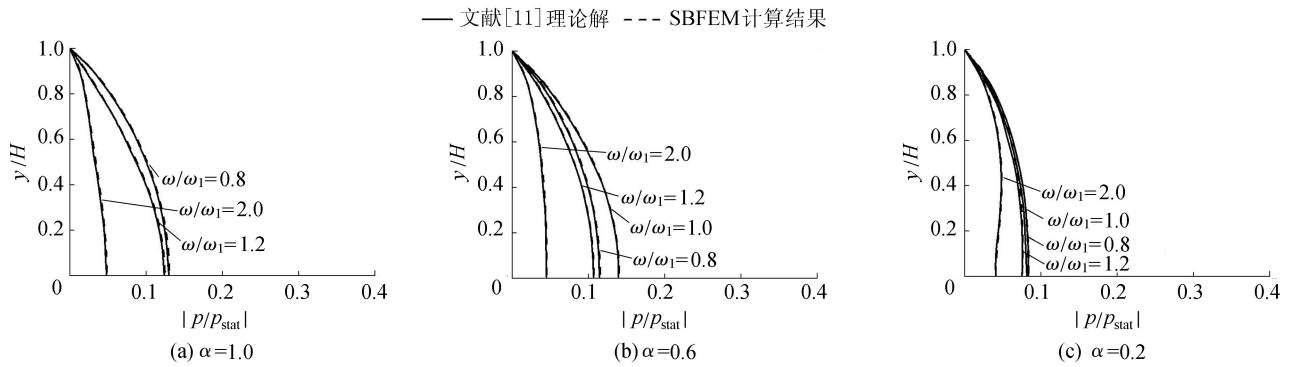


图4 刚性坝面动水压力沿高程分布曲线

## 2.2 柔性坝面

图5和图6分别给出了柔性坝面动水压力频响函数曲线和动水压力沿高程分布。计算结果表明,本文采用SBFEM计算的结果与文献[12]数值解吻合良好,仅在库水的第一阶和第二阶自振频率附近

存在微小的差别,在其他频率区间内,计算结果与文献[12]数值解较为一致,尤其在工程人员最感兴趣的低频范围内,计算结果精度非常好。

### 2.2.1 坝体柔性的影响

从图3和图5刚性坝面与柔性坝面动水压力频

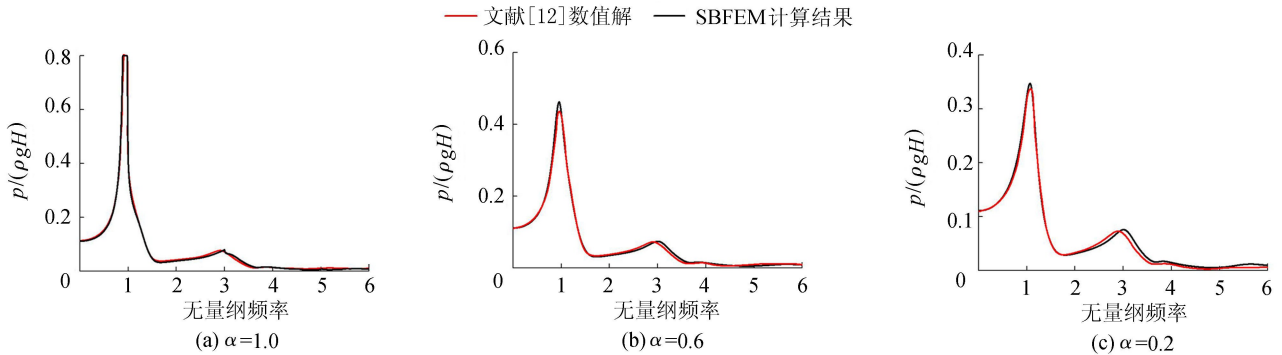


图5 柔性坝面动水压力频响函数曲线

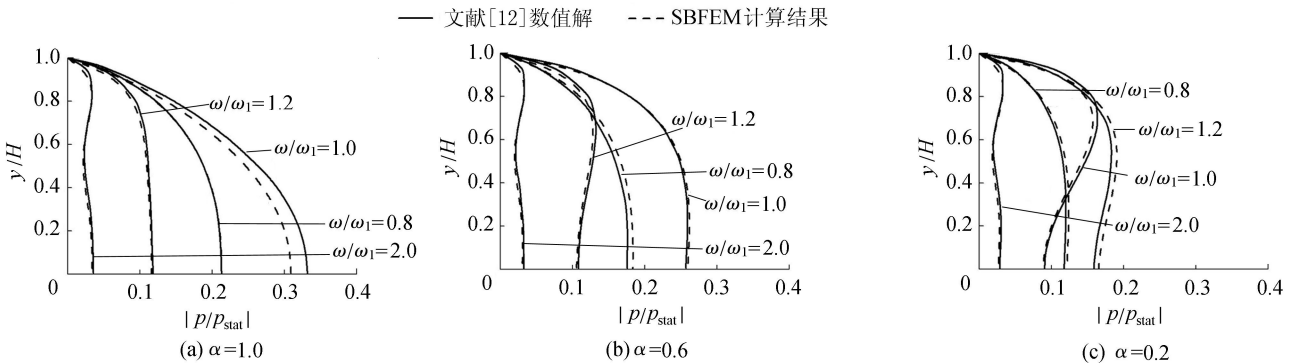


图6 柔性坝面动水压力沿高程分布曲线

响函数曲线的对比中,发现在地震作用下坝体柔性对坝面动水压力的影响显著。由于坝体柔性的存在,坝面所受动水压力发生显著变化,在水库前两阶自振频率内,坝面的动水压力急剧增大;而在水库高频阶段,坝面的动水压力降低(水库的自振频率 $\omega_n = (2n-1)\pi c/(2H)$ ,其中 $n=1,2,\dots$ )。这是因为在水库低阶自振频率附近,坝体内部也产生了较大的与地震动激励相同方向的相对加速度;在高频阶段,坝体本身产生了与地震动激励相反方向的相对加速度运动,从而降低了坝体柔性对结构响应的影响,表明坝体自身的弹性在一定程度上削弱了地震动所引起的作用在坝面上的动水压力。

从坝面动水压力沿高程分布(图4和图6)可以看出,坝体柔性对坝面动水压力分布形式产生了一定的影响。其影响随着库底反射系数的减小而逐渐增大,尤其在高频阶段。由于坝体柔性的存在,坝面动水压力不再符合刚性坝面动水压力的抛物线分布形式,随着激励频率的提高,坝面上的动水压力峰值会从坝踵逐渐向坝体中上部移动。

### 2.2.2 库水可压缩性的影响

频响函数计算结果(图3和图5)表明,库水可压缩性对坝面动水压力的影响明显。不考虑库水可压缩性时,坝面所受到动水压力与地震动激励的频率无关,在图3和图5中可以表示为数值为初始值的水平直线,即不考虑库水可压缩性时,坝面动水压力是一定值,且与考虑库水可压缩性时的初值相等。当前计算结果表明在低频阶段,库水的可压缩性会减小对坝面动水压力的估计,相反在高频阶段却明显加大了坝面动水压力的估计,对于合理地考虑坝面所承受的动水压力具有非常不利的影响。鉴于当前的研究结果均不能单一确定库水的可压缩性对坝体的响应究竟有何种定性的影响,但能够确定的是库水的压缩性对大坝-库水系统存在重要影响,因此在计算中需要分不同的计算频率进行详细考虑。

### 2.2.3 库底反射系数的影响

动水压力频响函数结果(图3和图5)和动水压力沿高程分布(图4和图6)均表明,不论是刚性坝体还是柔性坝体,库底反射系数对坝面动水压力的影响规律均趋于一致,即随着反射系数的降低,坝面所承受的动水压力也逐渐降低。这表明水库的柔性,即库区的吸收作用,以及坝体柔性对大坝-库水动力相互作用影响明显,且有利于提高坝体的抗震性能,因此合理地确定库底反射系数能够更加合理有效地求解大坝-库水系统动力相互作用问题。

综上,从柔性重力坝的计算结果可以看出,SBFEM得到的结果与文献[12]数值解非常吻合,表

明本文所提方法对求解频域大坝-库水相互作用问题非常有效。从刚性坝面的结果来看,SBFEM得到的结果与文献[11]理论解极为吻合,表明SBFEM对求解半无限域波动问题的优越性。在本文算例中,无需离散半无限域库水的整个区域,仅仅离散了库区与大坝交界面上的17个节点,相比FEM离散整个水域和BEM离散整个边界均可降低计算量以及计算机存储的压力,且并未损失计算精度。

## 3 结论

a. 本文提出了一种求解重力坝坝面地震动水压力的计算方法,其能方便考虑坝体柔性和库底柔性的影响,且能保证计算效率和计算精度。

b. 坝体柔性对坝面动水压力的影响依赖于地震动激励频率。低频阶段,坝体柔性能够增大系统的响应,相反在高频阶段其能降低系统响应。坝体柔性也影响坝面动水压力分布的形式。刚性坝面情况下,坝面动水压力呈现出规则的抛物线分布;柔性坝面情况下,动水压力的分布形式趋于不规则化,尤其在高频阶段表现更为明显。

c. 库底反射系数对坝面动水压力具有较为明显的影响,随着反射系数的减小,坝面所承受的动水压力会随之降低。

### 参考文献:

- [1] WESTERGAARD H M. Water pressures on dam during earthquake [J]. Transactions of ASCE, 1933, 98: 418-433.
- [2] CHOPRA A K. Hydrodynamic pressures on dams during earthquakes [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1967, 93(6): 205-223.
- [3] CHOPRA A K, CHAKRABARTI P. Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-fluid-foundation rock interaction [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1981, 9: 363-383.
- [4] HALL J F, CHOPRA A K. Dynamic analysis of arch dams including hydrodynamic effects [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1983, 109(1): 149-167.
- [5] FENVES G, CHOPRA A K. Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation reservoir interaction [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1984, 12: 663-680.
- [6] FOK K L, CHOPRA A K. Earthquake analysis of arch dams including dam-water interaction, reservoir boundary absorption and foundation flexibility [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1986, 14: 155-184.
- [7] FOK K L, CHOPRA A K. Frequency response functions

- for arch dams: hydrodynamic and foundation flexibility effects [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986, 14: 769-794.
- [ 8 ] SOMMERFELD A. Partial differential equations in physics [M]. New York: Academic Press, 1949.
- [ 9 ] SHARAN S K. Time domain analysis of infinite fluid vibration[J]. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 1987, 24: 945-958.
- [ 10 ] HANNA Y G, HUMAR J L. Boundary element analysis of fluid domain [J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1982, 108(2): 436-450.
- [ 11 ] BOUAANANI N, PAULTRE P, PROULX J. A closed-form formulation for earthquake-induced hydrodynamic pressure on gravity dams [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 261(3): 573-582.
- [ 12 ] BOUAANANI N, MIQUEL B. A new formulation and error analysis for vibrating dam-reservoir systems with upstream transmitting boundary conditions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329: 1924-1953.
- [ 13 ] WOLF J P, SONG C. The scaled boundary finite-element method-a premier: derivation [J]. *Computers and Structures*, 2000, 28: 191-210.
- [ 14 ] LIN G, DU J G, HU Z Q. Dynamic dam-reservoir interaction analysis including effect of reservoir boundary absorption[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2007, 50(1): 1-10.
- [ 15 ] 杜建国, 林皋, 谢清粮. 一种新的求解坝面动水压力的半解析方法[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(3): 31-34. (DU Jianguo, LIN Gao, XIE Qingliang. A new semi-analytical method for solving hydrodynamic pressure on dams [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(3): 31-34. (in Chinese))
- [ 16 ] 王毅, 林皋, 胡志强. 基于 SBFEM 的竖向地震重力坝动水压力算法研究[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(1): 183-188. (WANG Yi, LIN Gao, HU Zhiqiang. Study on hydrodynamic pressures of gravity dams subjected to vertical earthquake component based on SBFEM [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(1): 183-187. (in Chinese))
- [ 17 ] 王毅, 林皋, 胡志强. 考虑库水特性的重力坝动水压力求解[J]. *沈阳工业大学学报*, 2014, 36(1): 114-120. (WANG Yi, LIN Gao, HU Zhiqiang. Solution of hydrodynamic pressure on gravity dam with considering characteristics of impounded water [J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2014, 36(1): 114-120. (in Chinese))
- [ 18 ] WANG X, JIN F, PREMPRAMOTE S, et al. Time-domain analysis of gravity dam-reservoir interaction using high-order doubly asymptotic open boundary [J]. *Computers and Structures*, 2011, 89: 668-683.
- [ 19 ] 王翔, 金峰. 动水压力波高阶双渐进时域平面透射边界 I: 理论推导 [J]. *水利学报*, 2011, 42(7): 839-847. (WANG Xiang, JIN Feng. High-order doubly asymptotic time-domain plane transmitting boundary for hydrodynamic pressure I: theoretical derivation [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, 42(7): 839-847. (in Chinese))
- [ 20 ] 王翔, 金峰. 动水压力波高阶双渐进时域平面透射边界 II: 计算性能 [J]. *水利学报*, 2011, 42(8): 986-993. (WANG Xiang, JIN Feng. High-order doubly asymptotic time-domain plane transmitting boundary for hydrodynamic pressure II: computational performance [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, 42(8): 986-993. (in Chinese))

(收稿日期: 2018-04-13 编辑: 雷燕)

(上接第 37 页)

- [ 14 ] 刘昶, 董志勇, 陈乐, 等. 圆孔多孔板水力空化杀灭大肠杆菌的实验研究[J]. *中国环境科学*, 2016, 36(8): 2364-2370. (LIU Chang, DONG Zhiyong, CHEN Le, et al. Experimental study of *Escherichia coli* killed by hydrodynamic cavitation due to circular multi-orifice plates [J]. *China Environmental Science*, 2016, 36(8): 2364-2370. (in Chinese))
- [ 15 ] 王磊, 董志勇, 秦兆雨, 等. 变扩散角文丘里式水力空化杀灭原水中病原微生物试验研究[J]. *水力发电学报*, 2017, 36(9): 75-81. (WANG Lei, DONG Zhiyong, QIN Zhaoyu, et al. Experimental study of pathogenic microorganisms in raw water disinfected by hydrodynamic cavitation in variable diffusion angle Venturi tubes [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2017, 36(9): 75-81. (in Chinese))
- [ 16 ] 董志勇, 秦兆雨. 变喉部长径比文丘里式水力空化杀灭原水中病原微生物的试验研究[J]. *华北水利水电大学学报(自然科学版)*, 2018, 39(1): 31-35. (DONG Zhiyong, QIN Zhaoyu. Experimental study of pathogenic microorganisms in raw water by Venturi hydrodynamic cavitation with varying throat length-radius ratio [J]. *Journal of North China University of Water Resources and Electric Power (Natural Science Edition)*, 2018, 39(1): 31-35. (in Chinese))
- [ 17 ] HAMMIT F G. Cavitation and multiphase flow phenomena [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1980.
- [ 18 ] DOULAH M S, HAMMOND T H, BROOKMAN J S G. A hydrodynamic mechanism for the disintegration of *Saccharomyces cerevisiae* in an industrial homogenizer [J]. *Biotechnology and Bioengineering*, 1975, 17(6): 845-858.

(收稿日期: 2018-03-16 编辑: 雷燕)