

压缩荷载作用下考虑 T 应力影响的 裂纹扩展行为特性

李金凤¹, 何兆益², 李修磊², 杨超³

(1. 重庆交通大学土木工程学院, 重庆 400074; 2. 重庆交通大学交通运输学院, 重庆 400074;
3. 三峡大学三峡库区地质灾害教育部重点实验室, 湖北 宜昌 443002)

摘要:在充分考虑裂纹尖端应力场 Williams 展开式中非奇异应力项对裂纹扩展影响的基础上,提出了考虑裂纹表面摩擦效应和 T 应力影响的裂纹尖端附近应力的理论解,并利用修正的最大周向应力准则分析了压缩荷载作用下 T 应力对裂纹起裂、扩展行为的影响;通过单轴压缩试验裂纹起裂角的试验结果与理论值的对比,验证了考虑 3 个 T 应力分量(T_x 、 T_y 、 T_{xy})所得理论解的合理性。结果表明:初始裂纹倾角 β 一定时,裂纹尖端最大周向应力 $\sigma_{\theta_{\max}}$ 和剪切应力绝对值的最大值 $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 随着裂纹表面摩擦系数 f 的增大逐渐减小; $\sigma_{\theta_{\max}}$ 和 $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 随着侧压力系数 k 的增大呈先减小后增大的趋势; k 和 β 越大,裂纹发生剪切开裂的概率越大;通过调整 T 应力的大小,可以有效控制裂纹扩展的方向,使其偏离危险方向,有效延缓或阻止构件发生整体断裂。

关键词:岩石力学;压缩荷载; T 应力;应力强度因子;起裂角

中图分类号: TU452 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7647(2019)06-0044-07

Crack propagation behavior characteristics considering T -stress effect under compression loading conditions//LI Jinfeng¹, HE Zhaoyi², LI Xiulei², YANG Chao³(1. School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. College of Traffic and Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 3. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area, Ministry of Education, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: Based on the influence of nonsingular term in Williams expansion of the stress field at a crack tip on crack propagation, a theoretical solution of stress was proposed with considering the friction effect of crack surface and T -stresses. The modified maximum tangential stress criterion was used to analyze the effect of T -stresses on crack initiation and propagation under compression loading conditions. Through the comparison of the test results and the theoretical solutions under uniaxial compression conditions, the rationality of the theoretical solution was verified by considering the three T -stress components (T_x , T_y and T_{xy}). The results show that for a certain crack inclination angle β , both the maximum tangential stress $\sigma_{\theta_{\max}}$ and the maximum absolute value of the shear stress $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ at the crack tip decrease gradually with the increase of the friction coefficient f of the crack surface. Both $\sigma_{\theta_{\max}}$ and $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ decrease first and then increase with the increase of the lateral pressure coefficient k . The possibility of shear crack is higher with larger k and β . The results also reveal that the T -stresses can be controlled to keep the crack growth direction away from the dangerous direction and the overall structure fracture can be effectively stopped or delayed.

Key words: rock mechanics; compression load; T -stresses; stress intensity factor; crack initiation angle

在地质活动和人为工程扰动因素的作用下,岩石内部会产生大量节理、裂隙、微裂纹、空洞等缺陷,使得其力学性能趋于复杂化。这些缺陷在外部荷载的作用下逐渐扩展、贯通,最终导致地质或岩体工程灾害的发生。岩石的破坏实际是内部微缺陷的萌

生、扩展、贯通和相互作用的过程。因此,针对岩石内部裂纹尖端的应力状态、起裂角度、扩展行为的研究具有重要的理论意义和工程价值。

传统线弹性断裂力学中裂纹的起裂、扩展属于裂纹尖端的局部效应,大多数国内外学者^[1-2]基本上

采用的是 Williams^[3] 展开式中的 $r^{1/2}$ 奇异项(r 为裂纹起裂的径向半径)来研究裂纹的起裂和扩展行为。然而,展开式中还存在非奇异项(即常数项)和高阶项 $O(r^{1/2})$ 。对于高阶项 $O(r^{1/2})$, r 趋近于 0 时可忽略,而非奇异项不受 r 的影响。一般情况下,将裂纹尖端的非奇异应力称为 T 应力^[4]。忽略 T 应力会导致部分理论计算结果与试验结果存在明显偏差。例如,Ren 等^[5] 采用有机玻璃材料制成半圆盘试件,通过三点竖向加载试验研究了复合裂纹断裂扩展行为;Williams 等^[6] 采用中心含直裂纹的有机玻璃试件进行了三点弯拉试验;李部等^[2] 采用砂浆制成的类岩石试件进行了单轴压缩试验。然而,上述试验结果与 Erdogan 等^[7] 未引入 T 应力提出的最大周向应力(MTS)准则的计算结果相比差别较大。Tvergaard^[8] 采用修正的 MTS 准则,考虑平行于裂纹方向的 T 应力,研究了 T 应力对裂纹起裂和扩展行为的影响,证实了在 MTS 准则中引入平行于裂纹的 T 应力能够有效提高理论值与试验结果的吻合程度。Andrews 等^[9] 研究了双向拉伸荷载作用下裂纹的扩展特性。Ayatollahi 等^[10-11] 采用有限元法并引入 T 应力,研究了 I 型裂纹和 I-II 型复合裂纹尖端的应力分布,指出 T 应力会明显影响裂纹尖端最大周向应力,导致起裂角发生变化。刘梦和等^[12-13] 利用有限元分析探讨了空间复合型裂纹的应力强度因子与应变释放率的关系。何强等^[14] 基于岩石拉剪断裂试验,研究裂纹在载荷作用下起裂、扩展规律,探索断裂过程中裂纹的扩展行为。Tang 等^[15] 通过引入平行于裂纹和垂直于裂纹的两个 T 应力分量,采用修正的 MTS 准则研究了拉-压组合荷载作用下 T 应力对裂纹起裂、扩展的影响。赵艳华等^[16] 考虑沿裂纹方向的 T 应力,发现 T 应力对 I-II 复合裂纹扩展的影响不可忽略,尤其是对纯 II 型裂纹的影响尤为显著。

虽然已有大量关于 T 应力的研究,但主要集中于拉伸荷载作用对裂纹扩展的影响,拉伸荷载作用下裂纹处于张开状态, T 应力仅包含与裂纹方向一致的非奇异应力项。然而,外部荷载作用下岩石往往处于挤压状态,此时微小裂纹大多为闭合形态,若裂纹表面存在滑移或滑移倾向时,裂纹表面必然存在摩擦作用,阻止裂纹面的相对滑移^[17-18]。因此,裂纹的起裂和扩展与 I 型张开裂纹的假设并不相符。针对压剪状态下闭合裂纹,Zhu 等^[19] 和郑安兴等^[1] 分别采用边界配点法和伪力法综合考虑了裂纹表面的摩擦效应对裂纹尖端应力强度因子的影响,应用 MTS 准则分析了压剪状态下岩石的破坏特征。McClintock 等^[20] 考虑裂纹表面的摩擦作用,修正了 Griffith 断裂破坏理论,但并没有考虑 T 应力的

影响。Tang^[21] 通过分析压缩荷载下的应力状态,考虑了裂纹表面的摩擦作用,引入了平行于裂纹和垂直于裂纹的两个 T 应力分量(T_x 和 T_y),但忽略了切向分量 T_{xy} 。赵彦琳等^[22] 虽然同时考虑了 3 个 T 应力分量的影响,但认为压缩荷载下只存在 II 型裂纹而没有 I 型裂纹,一定程度上会影响压缩荷载作用下计算结果的准确性。

本文结合 Williams 展开式中的奇异项和非奇异项,考虑裂纹表面的摩擦效应,同时引入 3 个 T 应力分量(T_x 、 T_y 和 T_{xy}),推导裂纹起裂准则,分析 T 应力对裂纹尖端应力状态、最大周向应力、最大切向应力、裂纹起裂角和扩展行为的影响,并与已有试验结果进行比较分析,验证压缩状态下考虑 T 应力的合理性和有效性。

1 裂纹的应力强度因子计算

压缩荷载作用会引起岩石内部裂纹闭合,裂纹界面的摩擦约束作用会阻止裂纹的滑移扩展,从而影响裂纹尖端的应力强度因子。如图 1 所示,无限大板状岩石内部有一条长度为 $2a$ 的裂纹,边缘均布双向轴压应力 σ_1 和 σ_3 ,令 $\sigma_1 = \sigma$ 和 $\sigma_3 = k\sigma_1 = k\sigma$,其中 k 为侧压力系数,若 $k \geq 0$ 则岩石处于压缩应力状态,若 $k < 0$ 则岩石处于拉-压组合应力状态。裂纹与主应力 σ_1 方向的夹角为 β (称为初始裂纹倾角)。由伪力法和叠加原理^[20],可得到在 t - n 坐标系中,裂纹表面上的应力分量为

$$\begin{cases} \sigma_t = \sigma(k \sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \\ \sigma_n = \sigma(\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta) \\ \tau_{tn} = \sigma(1 - k) \sin \beta \cos \beta \end{cases} \quad (1)$$

式中: σ_t 、 σ_n 、 τ_{tn} 分别为 t - n 坐标系下沿 t 轴、 n 轴的法向应力和剪切应力。

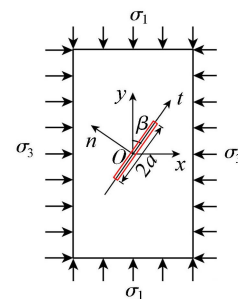


图 1 双轴应力下的裂纹形态

考虑裂纹表面的摩擦作用,定义裂纹表面的摩擦系数为 f ,则由于裂纹上、下表面相对滑动或滑动趋势产生的摩擦力 τ 和有效剪应力 τ' 分别为

$$\tau = f\sigma_n \quad (2)$$

$$\tau' = \tau_{tn} - f\sigma_n \quad (3)$$

利用 Muskhelishvili 复变函数理论和 Riemann-

Hilbert 问题的理论解法,可得到裂纹表面应力的基本解^[23]为

$$\Phi(z) = \frac{z[-\sigma_n \pm i(\tau_n - \tau)]}{2\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (4)$$

式中: $\Phi(z)$ 为复变函数; z 为自变量。裂纹尖端附近的应力强度因子 K 可由下式进行计算:

$$K = K_I \mp iK_{II} = 2\sqrt{2\pi} \lim_{z \rightarrow \pm a} [\sqrt{z \pm a} \Phi(z)] = \sqrt{\pi a} [-\sigma_n \pm i(\tau_n - \tau)] \quad (5)$$

式中: K_I 和 K_{II} 分别为 I 型和 II 型裂纹尖端的应力强度因子,由式(5)并联立式(1)~(3)可得 K_I 和 K_{II} 分别为

$$K_I = -\sigma\sqrt{\pi a}(\sin^2\beta + k\cos^2\beta) \quad (6)$$

$$K_{II} = -\sigma\sqrt{\pi a}[(1-k)\sin\beta\cos\beta] - fK_I \quad (7)$$

需要注意的是,虽然压剪应力状态下张拉型裂纹应力强度因子 K_I 没有意义,但会导致裂纹尖端应力场发生改变。由式(7)可知,随着摩擦系数的增大,裂纹尖端的应力强度因子 K_{II} 逐渐减小。

2 裂纹尖端的应力场

如图2所示, θ 为岩板内部裂纹的起裂角,裂纹尖端的应力场可以表述为^[3]

$$\sigma_{ij} = A_1 r^{-1/2} f_{ij}^1(\theta) + A_2 f_{ij}^2 + A_3 r^{1/2} f_{ij}^3(\theta) + \dots \quad (8)$$

式中:右端第1项为奇异应力项,该项在裂纹尖端起主导作用, A_1 为应力强度因子 K_I 或 K_{II} ;第2项为非奇异项(即常数项),又称 T 应力,其大小与 r 无关, A_2 为非奇异应力,直接作用于裂纹表面^[24]; f_{ij}^2 为与起裂角无关的无量纲项;第3项及后续项为 r 的高阶项,可以忽略。考虑 T 应力的裂纹尖端应力场的方程为

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) + T_x \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + T_y \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) + T_{xy} \end{cases} \quad (9)$$

式中: σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 分别为 x - y 坐标系下裂纹尖端沿 x 轴、 y 轴和切向的应力。

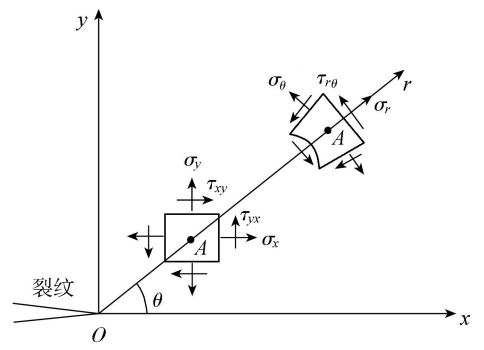


图2 裂纹尖端应力分布

极坐标系下,裂纹尖端应力场的方程式为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} (3 - \cos\theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (3\cos\theta - 1) \right] + T_x \cos^2\theta + T_y \sin^2\theta + T_{xy} \sin 2\theta \\ \sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos\theta) - 3K_{II} \sin\theta] + T_x \sin^2\theta + T_y \cos^2\theta - T_{xy} \sin 2\theta \\ \tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin\theta + K_{II} (3\cos\theta - 1)] - (T_x - T_y) \sin\theta \cos\theta + T_{xy} \cos 2\theta \end{cases} \quad (10)$$

式中: σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ 分别为极坐标系下的径向应力、周向应力和剪切应力。若 σ_θ 为正值,说明材料处于张拉应力状态;若为负值,说明材料处于挤压应力状态。

在式(1)中,当 $\sigma_n > 0$ 时,裂纹处于张开状态,因而可以认为裂纹表面不存在摩擦作用, T 应力(T_x 、 T_y 、 T_{xy})可定义为

$$\begin{cases} T_x = -(\sigma_t - \sigma_n) = -\sigma(1-k)\cos 2\beta \\ T_y = 0 \\ T_{xy} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

当 $\sigma_n \leq 0$ 时,裂纹处于闭合状态,裂纹表面存在摩擦作用,因而 T 应力(T_x 、 T_y 、 T_{xy})可定义为

$$\begin{cases} T_x = -\sigma_t = -\sigma(k\sin^2\beta + \cos^2\beta) \\ T_y = -\sigma_n = -\sigma(\sin^2\beta + k\cos^2\beta) \\ T_{xy} = -f\sigma_n = -f\sigma(\sin^2\beta + k\cos^2\beta) \end{cases} \quad (12)$$

Li等^[25]讨论了 T 应力分量 T_y 对裂纹扩展的影响,然而并没有研究初始裂纹倾角 β 与侧压力系数 k 对裂纹扩展的影响。Tang^[21]考虑了 T_x 和 T_y ,忽略了 T_{xy} 的作用,并没有得到闭合裂纹尖端完备应力场的理论解。式(11)(12)给出的 T 应力分量中考虑了 β 和 k 两个变量的作用。

3 考虑 T 应力的断裂准则

针对裂纹的起裂和扩展问题,一些学者提出了几种常用的断裂判据,主要包括 MTS 准则、最大能量释放率(MERR)准则、最小应变能密度(SED)准则、局部对称性(LS)准则、临界距离(CD)准则等^[26]。其中,MTS 判据应用最为广泛,该准则认为裂纹沿着最大周向应力 $\sigma_{\theta_{\max}}$ 方向起裂扩展,适用于抗拉强度明显小于抗剪强度和抗压强度的脆性材料(如岩石)。为此,本文将按照 MTS 准则,同时考虑 T 应力对裂纹的起裂、扩展行为的影响,裂纹起裂扩展应满足如下条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial^2 \theta} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

将式(10)代入式(13),可得起裂角需满足下列方程:

$$\begin{cases} 3\cos\frac{\theta}{2}[K_I\sin\theta + K_{II}(3\cos\theta - 1)] - \\ 4\sqrt{2\pi r}[(T_x - T_y)\sin 2\theta - 2T_{xy}\cos 2\theta] = 0 \\ 3\sin\frac{\theta}{2}[K_I\sin\theta + K_{II}(3\cos\theta - 1)] - \\ 6\cos\frac{\theta}{2}(K_I\cos\theta - 3K_{II}\sin\theta) + \\ 16\sqrt{2\pi r}[(T_x - T_y)\cos 2\theta + 2T_{xy}\sin 2\theta] < 0 \end{cases} \quad (14)$$

当裂纹起裂角 θ 确定后,通过考虑裂纹尖端临界半径 r_c 的情况,由式(10)便可得到裂纹起裂时的临界周向应力 σ_{θ_c} 为

$$\sqrt{2\pi r_c} \sigma_{\theta_c} = \cos\frac{\theta}{2}[K_I(1 + \cos\theta) - 3K_{II}\sin\theta] + \sqrt{2\pi r_c}[T_x\sin^2\theta + T_y\cos^2\theta - T_{xy}\sin(2\theta)] \quad (15)$$

Bobet^[27]使用最大剪应力准则(MSSC)对岩石内部裂纹的起裂角和应力进行了预测,发现该准则能够很好地描述试验过程中裂纹的扩展行为。该准则认为,当剪切应力绝对值 $|\tau_{r\theta}|$ 达到临界剪切强度 τ_c ,即 $|\tau_{r\theta}| \geq \tau_c$ 时,裂纹开始扩展。

根据上述的 MSSC 和 MTS 准则,裂纹尖端可能发生张拉型开裂、剪切型开裂或者是张拉-剪切复合型开裂,具体情况如下:①如果 $\sigma_{\theta_{\max}} < \sigma_{\theta_c}$ 而且 $|\tau_{r\theta}|_{\max} < \tau_c$,裂纹尖端将不会出现开裂的迹象;②如果 $\sigma_{\theta_{\max}} \geq \sigma_{\theta_c}$ 而且 $|\tau_{r\theta}|_{\max} < \tau_c$,裂纹尖端将发生张拉型开裂;③如果 $\sigma_{\theta_{\max}} < \sigma_{\theta_c}$ 而且 $|\tau_{r\theta}|_{\max} \geq \tau_c$,裂纹尖端将发生剪切型开裂;④如果 $\sigma_{\theta_{\max}} \geq \sigma_{\theta_c}$ 而且 $|\tau_{r\theta}|_{\max} \geq \tau_c$,裂纹尖端将发生张拉-剪切复合型开裂,其中 $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 为剪切应力绝对值的最大值。

4 考虑 T 应力的裂纹起裂理论分析

由式(10)可知,裂纹尖端的应力分布依赖于 K_I 、 K_{II} 、 T_x 、 T_y 、 T_{xy} 和 r ,其中 K_I 、 K_{II} 、 T_x 、 T_y 和 T_{xy} 与给定的 β 、 k 和 f 有关,可利用式(6)(7)(12)计算得到。Schmidt^[28]和 Golos 等^[29]根据 MTS 准则提出裂纹尖端过渡区临界半径 r_c 的计算公式如下:

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2 \quad (16)$$

式中: K_{IC} 为 I 型裂纹的断裂韧度。当考虑 T 应力的影响时,按下式将裂纹尖端临界半径 r_c 进行归一化处理:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2r_c}{a}} \quad (17)$$

式中: α 为归一化系数。根据 Williams 等^[3,15,21,30]的试验结果和理论分析,计算过程中取 $\alpha=0.1$ 较为理想,即 $r_c=0.005a$ 。

4.1 T 应力对周向应力和剪切应力的影响

k 不同时 T 应力随 β 的变化如图 3 所示。由图 3 可以看出, T_x 随着 β 的增大由 k 值逐渐增大到 1.0,而 T_y 随着 β 的增大由 1.0 逐渐减小到 k 值;当 β 相同时, k 越大对应的 T_x 和 T_y 越大;当 $\beta=45^\circ$ 时, $T_x=T_y$ 。由于 $T_{xy}=fT_y$,可知当 f 为正值时, T_{xy} 与 T_y 有着相同的变化规律。

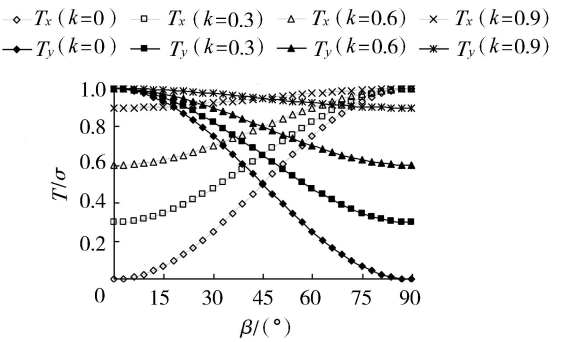
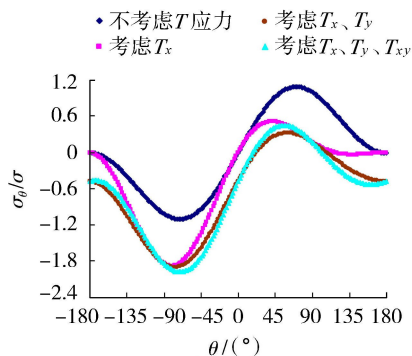


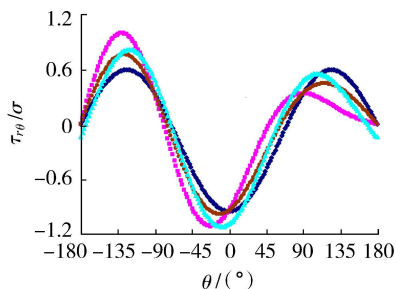
图 3 k 不同时 T 应力随 β 的变化

当 $\beta=30^\circ$, $k=0.5$, $f=0.3$ 时, T 应力对裂纹尖端周向应力和剪切应力的影响如图 4 所示。由图 4(a)可知,不考虑 T 应力时的周向应力均大于含 T 应力时的值,因而在压缩荷载作用下,忽略 T 应力的影响将使得裂纹尖端的周向应力增大,导致高估起裂荷载,所以 T 应力的存在起到阻止或延缓裂纹起裂和扩展的作用。分析 T 应力的影响时,若考虑 T_x 和 T_y 忽略 T_{xy} 得到的最大周向应力偏小;若只考虑 T_x 得到的最大周向应力偏大。而本文同时考虑 T_x 、 T_y 和 T_{xy} 的计算结果适中。

由图 4(b)可以看出,考虑 T 应力与否或只考虑部分 T 应力得到的剪切应力存在较大的差异, T 应力对裂纹尖端应力状态的影响显著,因而在分析荷载作



(a) 周向应力随起裂角的变化



(b) 剪切应力随起裂角的变化

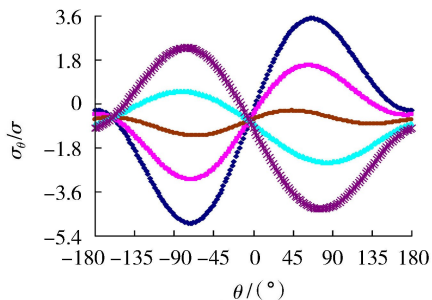
图4 T 应力对周向应力和剪切应力的影响

用下裂纹起裂和扩展的行为时需全面考虑 T 应力的影响,而不应忽略或只考虑部分 T 应力的影响。

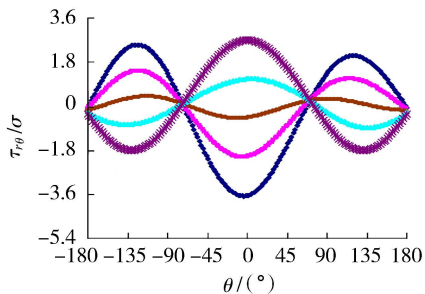
4.2 侧压力系数对周向应力和剪切应力的影响

图5给出根据式(10)计算得到的不同侧压力系数 k 值下归一化周向应力和剪切应力随起裂角 θ 的变化,其中, $\beta=30^\circ$, $\alpha=0.1$, $f=0.3$ 。由图5(a)可以看出,当 θ 介于 $0 \sim 180^\circ$ 时,裂纹尖端周向应力极值随着 k 值的增大由正值逐渐减小为负值,也就是

• $k=0$ • $k=0.25$ • $k=0.50$ • $k=0.75$ • $k=1.00$



(a) 周向应力随起裂角的变化



(b) 剪切应力随起裂角的变化

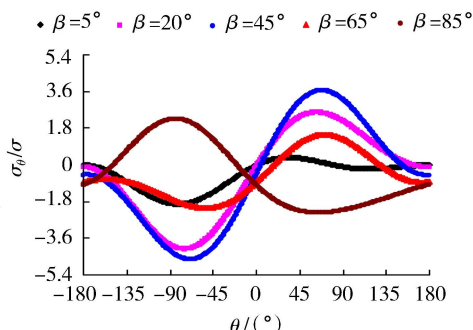
图5 侧向压力系数对裂纹尖端应力的影响

说裂纹尖端由拉应力状态逐渐过渡到压应力状态;当 θ 介于 $-180^\circ \sim 0$ 时,裂纹尖端周向应力极值随着 k 值的增大由负值逐渐增加到正值,说明裂纹尖端由压应力状态逐渐过渡到拉应力状态。以上表明,裂纹的起裂角随着 k 值的增加由正倾开裂逐渐向反倾开裂过渡(正倾是指 θ 与 β 的倾向一致;反倾是指 θ 与 β 的倾向相反)。

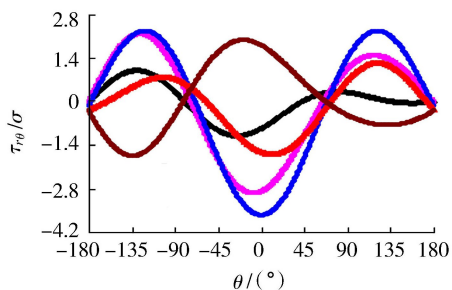
由图5(b)可以看出,裂纹尖端剪切应力 $\tau_{r\theta}$ 随着 θ 的变化近似为“M”或“W”形状,且随着 k 值的增大逐渐由“M”形状变化到“W”形状;随着 k 值的增大, $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 呈现出先减小后增大的趋势。

4.3 初始裂纹倾角对周向应力和剪切应力的影响

图6给出了单轴压缩条件下(即 $k=0$),初始裂纹倾角 β 对归一化周向应力和剪切应力随起裂角 θ 变化的影响,其中 $f=0.3$ 。



(a) 周向应力随起裂角的变化



(b) 剪切应力随起裂角的变化

图6 初始裂纹倾角对裂纹尖端应力的影响

由图6(a)可以看出,当 θ 介于 $0 \sim 180^\circ$ 之间时, β 由 5° 增大到 85° 的过程中,周向应力的极值由正值逐渐增大到一定程度后再逐渐减小到负值;当 θ 介于 $-180^\circ \sim 0$ 之间时, β 由 5° 增大到 85° 过程中,周向应力的极值由负值逐渐减小到某一定值后再逐渐增大到正值。以上分析说明,随着 β 的增大, θ 由正倾开裂逐渐向反倾开裂过渡。

由图6(b)可以看出, $\tau_{r\theta}$ 与 θ 之间的关系曲线表现为不规则的“M”或“W”形状,且随着 β 的增大由“M”形状逐渐过渡到“W”形状; $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 对应的 θ 分布在 0° 附近,随着 β 的增大, $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 呈现出先增大后减小再逐渐增大的趋势。

4.4 裂纹表面摩擦系数对周向应力和剪切应力的影响

图 7 给出了单轴压缩条件下不同裂纹表面摩擦系数 f 对应的归一化周向应力 σ_θ/σ 和剪切应力 $\tau_{r\theta}/\sigma$ 随 θ 的变化,其中 $\beta=30^\circ$ 。由图 7(a)可知, $\sigma_{\theta\max}$ 随着 f 的增加逐渐减小,对应的起裂角 θ 介于 $60^\circ \sim 68^\circ$,且 θ 随 f 值的增大呈缓慢减小的趋势。由图 7(b)可知, $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 随着 f 值的增大逐渐减小,且对应的 θ 基本不受 f 值变化的影响。以上说明,相比 k 和 β , f 对裂纹尖端周围应力状态的影响要小得多。

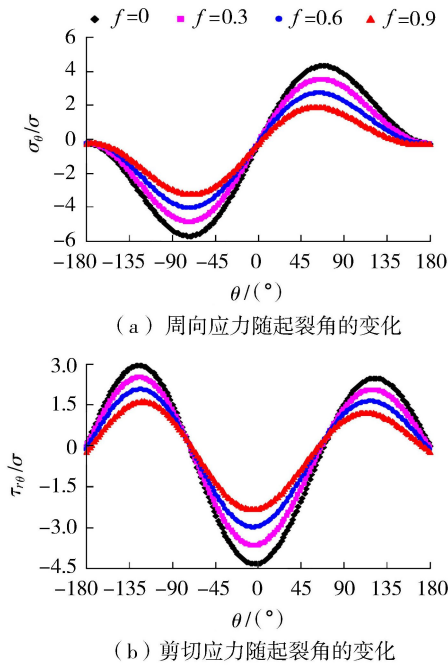


图 7 裂纹表面摩擦系数对裂纹尖端应力的影响

5 计算值与试验结果对比分析

图 8 给出了单轴压缩条件下裂纹起裂角 θ 随初始裂纹倾角 β 的变化。由图 8 可以看出,理论值与文献[29]中的试验值有较高的吻合程度;不考虑裂纹表面摩擦作用时,张拉裂纹的起裂扩展总是先于剪切裂纹,但是随着 f 的增大,两种裂纹的优先发生严重依赖于材料内部的初始倾角。一般情况下, β 越小越容易发生张拉开裂, β 越大越容易发生剪切

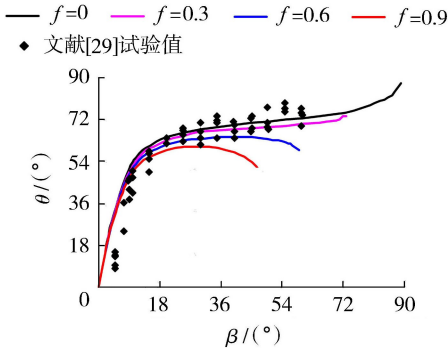


图 8 起裂角理论值与试验结果的对比

开裂。当 $f=0.3, 0.6$ 和 0.9 时,张拉型裂纹优先发生时对应的 β 范围分别为 $0 \sim 73.2^\circ, 0 \sim 59.1^\circ$ 和 $0 \sim 47.3^\circ$,其他角度范围均是剪切断裂优先发生。这里需要注意的是,随着 f 的增大,沿裂纹表面的摩擦作用更倾向于阻止裂纹的滑动开裂。因此,裂纹表面的摩擦作用能够抑制张拉裂纹的发生,却会增加剪切裂纹发生的概率。由图 8 还可以看出, $\beta > 15^\circ$ 时, θ 对 β 值变化并不敏感;当 β 较小时, θ 随 β 的增加而显著增大,而理论值相对试验值偏大,其主要原因在于试验所用试样尺寸有限,根据远场应力推求的裂纹尖端应力理论值与实际值存有一定差别。

5 结 论

- a. 考虑 T 应力可有效减小裂纹尖端的周向应力,从而能够阻止或延缓裂纹的起裂和扩展,考虑非奇异性项 T_x 、 T_y 和 T_{xy} 所得到的 $\sigma_{\theta\max}$ 和 $|\tau_{r\theta}|_{\max}$ 介于只考虑 T_x 和考虑 T_x 和 T_y 所得到的值之间。
- b. 裂纹表面的摩擦系数 f 越大,裂纹尖端的最大周向应力和剪切应力绝对值的最大值越小,考虑裂纹表面的摩擦效应一定程度上也能起到阻止或延缓裂纹起裂和扩展的作用。
- c. 压缩荷载作用下,裂纹尖端的起裂角 θ 随着侧向压力系数 k 和初始裂纹倾角 β 的增大由正倾逐渐向反倾过渡; k 和 β 越小,裂纹的起裂和扩展越容易发生张拉开裂; k 和 β 越大,裂纹发生剪切开裂的概率越大。

参考文献:

[1] 郑安兴, 罗先启. 压剪应力状态下岩石复合型断裂判据的研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(7): 1892-1898. (ZHENG Anxing, LUO Xianqi. Research on combined fracture criterion of rock under compression-shear stress [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 1892-1898. (in Chinese))

[2] 李部, 黄润秋, 吴礼舟. 类岩石脆性材料非闭合裂纹的 I-II 压剪复合型断裂准则研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(4): 662-668. (LI Bu, HUANG Runqiu, WU Lizhou. Compression-shear fracture criteria for mixed mode I-II of open crack of rock-like brittle materials [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(4): 662-668. (in Chinese))

[3] WILLIAMS M L. On the stress distribution at the base of a stationary crack [J]. Journal of Applied Mechanics, 1956, 24: 109-114.

[4] 唐世斌, 黄润秋, 唐春安, 等. 考虑 T 应力的最大周向应变断裂准则研究[J]. 土木工程学报, 2016, 49(9): 87-95. (TANG Shibin, HUANG Runqiu, TANG Chun'an, et al. Study on fracture criterion based on the maximum tangential strain considering the T -stress [J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(9): 87-95.

- (in Chinese))
- [5] REN L, ZHU Z, WANG M, et al. Mixed-mode elastic-plastic fractures: improved R-criterion [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(6): 04014003.
 - [6] WILLIAMS J G, EWING P D. Fracture under complex stress the angled crack problem [J]. International Journal of Fracture, 1972, 8(4): 414-441.
 - [7] ERDOGAN F, SIH G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear [J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 12(4): 519-527.
 - [8] TVERGAARD V. Effect of T -stress on crack growth under mixed mode I - III loading [J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(18): 5181-5188.
 - [9] ANDREWS R M, GARWOOD S J. An analysis of fracture under biaxial loading using the non-singular T -stress [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2010, 24(1): 53-62.
 - [10] AYATOLLAHI M R, PAVIER M J, SMITH D J. Determination of T -stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading [J]. International Journal of Fracture, 1998, 91(3): 283-298.
 - [11] AYATOLLAHI M R, SMITH D J, PAVIER M J. Crack-tip constraint in mode II deformation [J]. International Journal of Fracture, 2002, 113(2): 153-173.
 - [12] 刘梦和, 王向东, 邵兵. I - II 复合型裂缝应力强度因子和应变能释放率的关系 [J]. 水利水电科技进展, 2012, 32 (6): 31-33. (LIU Menghe, WANG Xiangdong, SHAO Bing. Relationship between stress intensity factor and strain energy release rate of I - II mixed cracks [J]. Advance in Science and Technology of Water Resources, 2012, 32(5): 31-33. (in Chinese))
 - [13] 邵兵, 王向东, 刘梦和. 空间复合型裂纹的性能参数 [J]. 水利水电科技进展, 2012, 32 (5): 52-55. (SHAO Bing, WANG Xiangdong, LIU Menghe. Study on performance parameters of spatial mixed mode crack [J]. Advance in Science and Technology of Water Resources, 2012, 32(5): 52-55. (in Chinese))
 - [14] 何强, 吴礼舟, 李部, 等. 拉剪倾倒型危岩失稳影响因素研究 [J]. 河海大学学报 (自然科学版), 2017, 45(3): 235-242. (HE Qiang, WU Lizhou, LI Bu, et al. Factors of instability of toppling unstable rocks subjected to tensile and shear stresses [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(3): 235-242. (in Chinese))
 - [15] TANG S B, BAO C Y, LIU H Y. Brittle fracture of rock under combined tensile and compressive loading [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 54(1): 88-101.
 - [16] 赵艳华, 陈晋, 张华. T 应力对 I - II 复合型裂纹扩展的影响 [J]. 工程力学, 2010, 27(4): 5-12. (ZHAO Yanhua, CHEN Jin, ZHANG Hua. Influence of T -stress on crack propagation for I - II mixed mode loading [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27 (4): 5-12. (in Chinese))
 - [17] KACHANOV M L. A microcrack model of rock inelasticity part I : frictional sliding on microcracks [J]. Mechanics of Materials, 1982, 1(1): 19-27.
 - [18] BALLARINI R, PLESHA M E. The effects of crack surface friction and roughness on crack tip stress fields [J]. International Journal of Fracture, 1987, 34(3): 195-207.
 - [19] ZHU Z, WANG L, MOHANTY B, et al. Stress intensity factor for a cracked specimen under compression [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 73(4): 482-489.
 - [20] MCCLINTOCK F A, WALSH J B. Friction on Griffith's cracks in rock under pressure [C]//Proceedings of the 4th US National Congress on Applied Mechanics. [S. l.]: [s. n.], 1962:1015-1021.
 - [21] TANG S B. The effect of T -stress on the fracture of brittle rock under compression [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2015, 79: 86-98.
 - [22] 赵彦琳, 范勇, 朱明哲, 等. T 应力对闭合裂纹断裂行为的理论和实验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(6): 1340-1349. (ZHAO Yanlin, FAN Yong, ZHU Mingzhe, et al. Analytical and experimental study on the effect of T -stresses on behavior of closed cracks [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(6): 1340-1349. (in Chinese))
 - [23] 师俊平, 解敏, 王静. 无限大平面中斜裂纹的压剪断裂分析 [J]. 工程力学, 2006, 23(12): 59-62. (SHI Junping, XIE Min, WANG Jing. Compression and shear fracture analysis of slanting crack in infinite planes [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23 (12): 59-62. (in Chinese))
 - [24] LEEVERS P S, RADON J C. Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries [J]. International Journal of Fracture, 1982, 19(4): 311-325.
 - [25] LI X F, LIU G L, LEE K Y. Effects of T -stresses on fracture initiation for a closed crack in compression with frictional crack faces [J]. International Journal of Fracture, 2010, 160(1): 19-30.
 - [26] 嵇醒. 断裂力学判据的评述 [J]. 力学学报, 2016, 48(4): 741-753. (JI Xing. A critical review on criteria of fracture mechanics [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, 48(4): 741-753. (in Chinese))
 - [27] BOBET A. The initiation of secondary cracks in compression [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2000, 66(2): 187-219.
 - [28] SCHMIDT R A. A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1918, 81(5): 85.
 - [29] GOLOS K, WASILUK B. Role of plastic zone in crack growth direction criterion under mixed mode loading [J]. International Journal of Fracture, 2000, 102(4): 341-353.
 - [30] LING K H. On inclined crack under mixed mode loading [D]. Hong Kong: The University of Hong Kong, 1980.

(收稿日期:2018-09-21 编辑:雷燕)