

# 基于回归分析的表面流场粒子匹配算法

陈红<sup>1</sup>,周国梁<sup>1</sup>,闫静<sup>1</sup>,嵇阳<sup>1</sup>,晏成明<sup>2</sup>

(1. 河海大学水利水电学院,江苏南京 210098; 2. 广东水利电力职业技术学院,广东广州 510635)

**摘要:**针对表面流速图像测试中高浓度粒子条件下测量误差大的问题,改进了最邻近匹配算法,提出基于回归分析的表面流场粒子匹配算法,即多帧回归粒子匹配算法。该算法综合粒子距离、运动轨迹、运动趋势等因素,应用一元线性回归分析法拟合粒子中心坐标,通过相关系数完成粒子匹配,实现最佳同源粒子追踪。运用多帧回归粒子匹配算法开发了改进型大尺度模型表面流场图像测试系统(ILSPIV),并将ILSPIV应用到八卦洲河工模型,ILSPIV和旋桨流速仪测量的断面垂线平均流速分布形态及数值基本一致,表明多帧回归粒子匹配算法能提升高浓度粒子条件下流速测量精度,更好地满足工程实践研究需求。

**关键词:**表面流场;图像处理;匹配算法;物理模型

**中图分类号:**TV83 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2020)01-0032-05

**Study on particle matching algorithm for surface flow field based on regression analysis//**CHEN Hong<sup>1</sup>, ZHOU Guoliang<sup>1</sup>, YAN Jing<sup>1</sup>, JI Yang<sup>1</sup>, YAN Chengming<sup>2</sup>(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Guangdong Polytechnic of Water Resources and Electric Engineering, Guangzhou 510635, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of high measurement error in the condition of high concentration particles in surface velocity image measurement, the nearest neighbor matching algorithm is improved. The particle matching algorithm of multi-frame regression analysis, a particle matching algorithm for surface flow field based on regression analysis is presented. This algorithm takes the particle distance, the motion-trajectory and the movement trends into account. A linear regression analysis is applied to the coordinates of the particle center and the particle matching is accomplished through calculating the correlation coefficient to achieve the best homologous particle tracking. An improved large-scale particle image velocimetry (ILSPIV) was developed with multi-frame regression particle matching algorithm, which had been applied to the Baguazhou Island physical model. The measurement results of the distribution shape and value of for the average vertical velocity between ILSPIV and propeller-type current meter were basically the same, indicating that the particle matching algorithm of multi-frame regression analysis can improve the precision of surface velocity measurement in the condition of high concentration particles and can better meet the needs of engineering practice research.

**Key words:** surface flow field; image processing; matching algorithm; physical model

我国河流上兴建了大量水利、水运、交通等涉河工程,受河流复杂水沙运动作用,大中型涉河工程关键设计参数多通过物理模型试验研究确定。其中,流速是河流物理模型试验中最基本的参量<sup>[1-2]</sup>,试验工况确定、水流结构分析、模型验证或工程方案比选均依赖流速数据分析,流速测量准确性直接关系到试验成果水平。目前常用流速测量仪器有毕托管<sup>[1]</sup>、微型旋桨流速仪<sup>[3]</sup>、超声波多普勒流速仪(acoustic Doppler velocimetry, ADV)<sup>[3]</sup>、大尺度流场图像测速仪(large-scale particle image velocimetry, LSPIV)<sup>[3]</sup>、热线热膜流速仪(hot wire/hot film

anemometry, HWFA)<sup>[4]</sup>、激光多普勒流速仪(laser Doppler velocimetry/anemometry, LDV/LDA)<sup>[5]</sup>、粒子图像测速仪(particle image velocimetry, PIV)<sup>[6-10]</sup>等。物理模型试验水体含杂质较多,易阻塞毕托管或损坏HWFA敏感元件,因此毕托管和HWFA不适用于物理模型试验。PIV和LDV测量范围有限,布置烦琐,易受杂质干扰,也无法适用于物理模型试验<sup>[11-13]</sup>。微型旋桨流速仪和ADV常用于物理模型流速测量,微型旋桨流速仪操作简便、价格低廉、测量精度较高,然而,对流态干扰较大,存在测量盲区,流速较小时测量误差大。ADV测量精度高,可同时

测量三维点流速和流向,但超声波在空气和水体中传播速度不同,测量时应将发射接收探头置于水面下才能进行准确测量,对流态有一定干扰,而且其价格昂贵,难以大规模应用。LSPIV 通过测量水流表面示踪粒子计算对应水流质点流速,具有测量范围大、测量效率高、不干扰流场形态等显著优点,目前已广泛应用于物理模型试验。

LSPIV 系统主要包括示踪粒子、图像采集和图像处理等<sup>[14]</sup>,王兴奎等<sup>[15]</sup>基于图像采集卡研发了 LSPIV 系统,建立了最邻近算法实现了粒子匹配,并测量了三峡工程物理模型表面流场,分析了工程前后流场变化。唐洪武等<sup>[16]</sup>改进了粒子匹配算法,采用 Hopfield 神经网络对流场数据进行校核和修正,并应用到快速自航船模船尾流场及航道断面流场的实时测量。陈诚<sup>[17]</sup>对示踪粒子跟随性和图像处理技术进行了深入研究,并应用于黄河模型试验中。LSPIV 最核心技术是示踪粒子匹配,常规采用最邻近算法,但当粒子密度较大时,粒子匹配误差会大幅增加,降低流场测量精度,影响工程前后流速变化分析。

本文针对粒子密度大时粒子匹配误差大等问题,改进了最邻近匹配算法,提出多帧回归粒子匹配算法,在此基础上开发了改进型大尺度模型表面流场图像测试系统(ILSPIV),并将该系统应用于八卦洲河工模型,同时与旋桨流速仪测量结果进行了对比。

## 1 流场图像特征

在模型水流表面播散跟随性能好的示踪粒子跟随水流运动,利用 CCD 摄像头记录一定时间间隔的流场图像(如图 1 所示),经图像处理提取示踪粒子像,通过粒子匹配,获取  $t_1$  时刻示踪粒子经过  $\Delta t$  时间后在  $t_2$  时刻的图像,得到  $\Delta t$  时间内粒子位移,从而求得示踪粒子的速度,即对应水流点的速度。

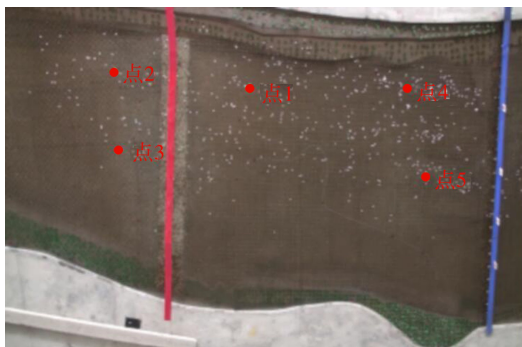


图 1 流场粒子图

图 1 流场图像中示踪粒子为白色,RGB 灰度值较大。在图像中选取 5 个粒子像,依次读取中心点、边缘点及相邻背景点灰度值,RGB 灰度值如表 1 所示。灰度值表明不同位置示踪粒子 RGB 灰度值存

在一定差异,粒子中心点及边缘点处灰度值大于背景点灰度值,且随着背景点灰度值增大,粒子中心点及边缘点处灰度值也相应增大,粒子中心点、边缘点、背景点灰度值变化趋势表现一致,示踪粒子中心点灰度值与对应背景点灰度值存在一定相关关系。

表 1 示踪粒子 RGB 灰度值

空间点	中心点灰度值			边缘点灰度值			背景点灰度值		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
点 1	255	247	237	162	128	131	96	70	62
点 2	255	249	243	164	141	134	97	81	66
点 3	255	249	239	169	149	149	102	87	81
点 4	255	252	248	189	172	162	124	111	97
点 5	255	255	251	195	176	168	128	114	103

## 2 粒子像提取

粒子像提取是将示踪粒子从图像中分离出来,获取示踪粒子中心坐标。传统粒子提取算法主要采用阈值分割,分割算法如下式:

$$k_i(x, y) = \begin{cases} 255 & g_i(x, y) \geq T \\ 0 & g_i(x, y) < T \end{cases} \quad (1)$$

式中: $g_i(x, y)$ 为第  $i$  帧图像在坐标  $(x, y)$  处灰度值; $k_i(x, y)$ 为阈值分割后图像灰度值; $T$ 为阈值。

阈值分割处理前景和背景差异较小的图像时分割效果较差。对图 1 直接进行阈值分割,处理结果如图 2(a)所示。帧差法的基本原理是首先对相邻两帧图像做差分运算,再通过阈值变换消除背景、分离运动目标信息,该方法能提高背景和前景差异,有利于阈值分割,适用于运动目标和背景差异较小的



(a) 直接阈值分割



(b) 帧差法阈值分割

图 2 阈值分割结果对比

图像检测,具有算法简单、运算速度快等优点。帧差法计算方法如下:

$$p_i(x,y) = g_{i+1}(x,y) - g_i(x,y) \quad (2)$$

式中: $p_i(x,y)$ 为帧差法处理后图像灰度值。

帧差法能消除背景影响,即使背景存在因外部条件导致的灰度差异,只要该差异小于背景与示踪粒子间的差异,仍可采用帧差法和阈值分割组合(帧差法阈值分割)提取示踪粒子。帧差法阈值分割先采用式(2)计算出 $p_i(x,y)$ ,然后将 $g_i(x,y) = p_i(x,y)$ 代入式(1)得出 $k_i(x,y)$ 。对图1进行帧差法阈值分割,结果如图2(b)所示,帧差法阈值分割能有效消除模糊背景,示踪粒子提取准确度更高。

选取帧差法阈值分割处理图像,对第*i*帧和*i+1*帧图像进行帧差法阈值分割得到 $k_i(x,y)$ ,对第*i+1*帧和*i+2*帧图像进行帧差法阈值分割得到 $k_{i+1}(x,y)$ ,对 $k_i(x,y)$ 和 $k_{i+1}(x,y)$ 进行和运算,得到 $h_i(x,y)$ :

$$h_i(x,y) = \begin{cases} 255 & k_i(x,y) = 255 \text{ 或 } k_{i+1}(x,y) = 255 \\ 0 & k_i(x,y) = 0 \text{ 且 } k_{i+1}(x,y) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$h_i(x,y)$ 是第*i*帧、*i+1*帧、*i+2*帧粒子像全部叠加在一起得到的粒子图像,背景灰度值为0,粒子灰度值为255。沿*x*、*y*方向依次读取坐标灰度值,当灰度值为255时,即可判别该坐标为粒子像坐标,记为 $(x_m, y_n)$ , $m=0,1,\dots,l_1$ ;  $n=0,1,\dots,l_2$ ;  $l_1, l_2$ 分别为提取出的*x*、*y*方向上粒子像的最大数。

### 3 粒子匹配

示踪粒子像包含了第*i*帧、*i+1*帧、*i+2*帧示踪粒子像,粒子浓度较大时,无法通过最邻近匹配算法进行粒子同源匹配。根据流体运动连续性,多帧同源示踪粒子像遵循以下原则:①同源示踪粒子运动位移量较小;②同源示踪粒子运动轨迹连续光滑,不存在突变,表现为多帧同源示踪粒子像运动轨迹近似直线,回归分析时相关系数最大。本文改进了最邻近匹配算法,提出了多帧回归粒子匹配算法,算法的步骤如下:

**步骤1** 搜索第*i+1*时刻同源疑似点。原则①表明示踪粒子运动范围是以初始时刻坐标为圆心,最大运动位移量 $d_0$ (与运动速度相关,可由断面平均流速估计)为半径的圆,根据该原则初步确定同源点,称为第*i+1*时刻同源疑似点。从示踪粒子像坐标提取起始点 $(x_m, y_n)$ ,为提高图像处理速度,设立正方形查询窗口,边长 $2r$ ,在该正方形范围内提取点 $(x_m+k, y_n+h)$ ,其中 $k=-r, -r+1, \dots, r$ ,  $h=-r, -r+1, \dots, r$ ,两个点的距离 $d_1$ 为

$$d_1 = \sqrt{(x_m+k-x_m)^2 + (y_n+h-y_n)^2} = \sqrt{k^2 + h^2} \quad (4)$$

如果 $d_1 < d_0$ ,则点 $(x_m+k, y_n+h)$ 视为点 $(x_m, y_n)$ 的同源疑似点。

**步骤2** 搜索第*i+2*时刻同源疑似点。以点 $(x_m+k, y_n+h)$ 为中心,在边长为 $2r$ 的正方形查询窗口内提取点 $(x_m+k+g, y_n+h+f)$ ,其中 $g=-r, -r+1, \dots, r$ ,  $f=-r, -r+1, \dots, r$ 。计算这两个点的距离 $d_2$ ,如果 $d_2 < d_0$ ,则点 $(x_m+k+g, y_n+h+f)$ 视为点 $(x_m+k, y_n+h)$ 的同源疑似点。再分别沿*x*、*y*方向查找,完成其他同源疑似点搜索,建立同源疑似点坐标数组。

**步骤3** 基于回归分析确定同源点。根据原则②对同源疑似点与起始点 $(x_m, y_n)$ 进行回归分析,通过相关系数确定同源点。例如:对点 $(x_m, y_n)$ 、 $(x_m+k, y_n+h)$ 和 $(x_m+k+g, y_n+h+f)$ 进行回归分析,这3个点纵坐标的平均值 $\bar{y}_m$ 为

$$\bar{y}_m = (y_n + y_n + h + y_n + h + f) / 3 \quad (5)$$

总平方和为

$$S_m = (y_n - \bar{y}_m)^2 + (y_n + h - \bar{y}_m)^2 + (y_n + h + f - \bar{y}_m)^2 \quad (6)$$

假设上述三点拟合直线方程为

$$y = ax + b \quad (7)$$

式中: $a$ 、 $b$ 分别为拟合直线方程的斜率和截距。当*x*值分别为 $x_m$ 、 $x_m+k$ 、 $x_m+k+g$ ,根据式(7)对应的*y*值分别为 $ax_m+b$ 、 $a(x_m+k)+b$ 、 $a(x_m+k+g)+b$ 。则根据拟合直线方程计算的纵坐标平均值 $\bar{y}'_m$ 为

$$\bar{y}'_m = a[x_m + (x_m+k) + (x_m+k+g)] / 3 + b \quad (8)$$

根据拟合直线方程计算得到的残差平方和 $S'_m$ 为

$$S'_m = (ax_m + b - \bar{y}'_m)^2 + [a(x_m+k) + b - \bar{y}'_m]^2 + [a(x_m+k+g) + b - \bar{y}'_m]^2 \quad (9)$$

相关系数 $R_m$ 为

$$R_m = \sqrt{1 - \frac{S'_m}{S_m}} \quad (10)$$

依次对其他同源疑似点与起始点 $(x_m, y_n)$ 进行回归分析,相关系数最大的作为同源点,完成全场粒子匹配。

图3为根据原则①处理获取的同源示踪粒子像

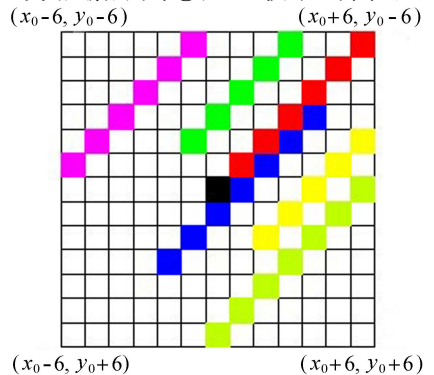


图3 同源疑似示踪粒子像

像,黑色点坐标为 $(x_0, y_0)$ ,其同源疑似点有点 $(x_0+1, y_0-1)$ 、 $(x_0+1, y_0)$ 和 $(x_0, y_0+1)$ ;点 $(x_0+1, y_0-1)$ 的同源疑似点有 $(x_0+2, y_0-2)$ 、 $(x_0+2, y_0-1)$ 和 $(x_0+1, y_0)$ ;点 $(x_0+1, y_0)$ 的同源疑似点有 $(x_0+1, y_0-1)$ 、 $(x_0, y_0+1)$ 和 $(x_0+2, y_0-1)$ ;点 $(x_0, y_0+1)$ 的同源疑似点有 $(x_0-1, y_0+2)$ 和 $(x_0+1, y_0)$ ,则对应相关系数最高的点为点 $(x_0, y_0)$ 、 $(x_0+1, y_0-1)$ 和 $(x_0+2, y_0-2)$ ,其拟合直线为

$$y = x \quad (11)$$

拟合直线相关系数为1,依次类推可得,黑色点与红色点属于同源粒子。

基于回归分析的粒子匹配算法开发了改进型大尺度模型表面流场图像测试系统(ILSPIV),对图1表面流场粒子图像进行处理,得到流速矢量如图4所示,总体上矢量图错误较少,矢量与粒子轨迹重合度高。

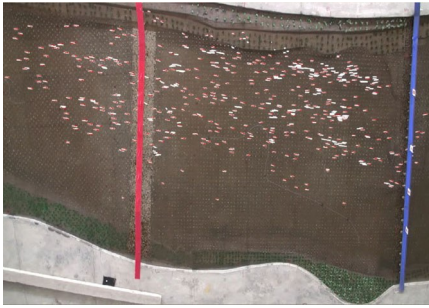


图4 表面流场矢量图

## 4 实际应用

长江南京河段八卦洲左汊河道沿程阻力远大于右汊,导致左汊逐渐淤积、萎缩,既影响左汊沿岸生产生活,又影响南京长江河段整体河势稳定。因此,需要采取有效工程措施稳定八卦洲汊道河势,提高左汊分流比。为对比研究工程效果,采用物理模型研究了工程前后洲头流速分布等变化情况。根据试验要求,确定八卦洲汊道整治物理模型模拟范围,上边界为大胜关,下边界至九乡河,模拟河段总长度约43 km。选定模型平面比尺 $\lambda_L = 480$ ,垂直比尺 $\lambda_H = 120$ ,流速比尺 $\lambda_v = 10.95$ 。

试验工况流量为 $15\,290\text{ m}^3/\text{s}$ ,选定测流断面位于分流口,分别采用旋桨流速仪和ILSPIV对流场进行对比测试。旋桨流速仪测量数据为断面垂线平均流速,ILSPIV测量流速为表面流速,根据有关理论两者流速关系为

$$v_c = 0.85v_b \quad (12)$$

式中: $v_c$ 为断面垂线平均流速; $v_b$ 为表面流速。

依据式(12)将ILSPIV测量的表面流速数据换算成断面垂线平均流速,图5给出了两种测试技术获得的工程前后断面垂线平均流速。总体上,两种

测试技术测量的断面垂线平均流速分布形态相似,局部流速点存在一定偏差,相对误差小于2.7%。ILSPIV测量的工程前后流速变化范围为 $-0.25 \sim 0.22\text{ m/s}$ ,旋桨流速仪测量的工程前后流速变化范围为 $-0.18 \sim 0.22\text{ m/s}$ ,表明工程前后两种技术测量结果相对变化量基本一致,对工程影响评估无差异。

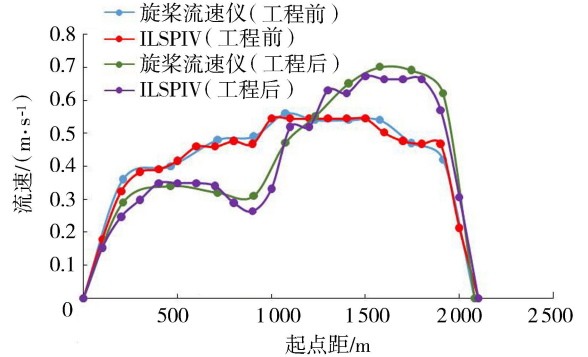


图5 两种测试技术获得的工程前后断面垂线平均流速对比

## 5 结语

粒子匹配是影响ILSPIV测量精度最重要的因素之一,为提高粒子匹配精度,改进了最邻近匹配算法,提出了多帧回归粒子匹配算法,从动态图像中提取连续帧,分组叠加再做减运算,采用一元线性回归,以相关系数为评估参数,确保了高粒子浓度条件下粒子的精确匹配。运用多帧回归粒子匹配算法开发了ILSPIV,将ILSPIV应用到八卦洲河工模型试验,ILSPIV和旋桨流速仪测量的断面垂线平均流速分布形态一致,相对偏差小于2.7%,工程前后两种技术测量结果相对变化量偏差小,表明多帧回归粒子匹配算法能提升高浓度粒子条件下流速测量精度,更有利于工程前后流速变化分析和评估。

## 参考文献:

- [1] 蔡守允,刘兆横,张晓红,等. 水利工程模型试验量测技术[M]. 北京:海洋出版社,2008.
- [2] YUAN Lin, SUN Hongguang, ZHANG Yong, et al. Statistical description of depth-dependent turbulent velocity measured in Taihu Lake, China [J]. Water Science and Engineering, 2018, 11(3): 243-249.
- [3] 唐洪武,唐立模,陈红,等. 现代流体测试技术[M]. 北京:科学出版社,2009.
- [4] 盛森芝,徐月亭,袁辉靖. 热线热膜流速计[M]. 北京:中国科学技术出版社,2003
- [5] SERGUEEF N, NELSON K E, GLONEK T. The effect of cranial manipulation on the Traube-Hering-Mayer oscillation as measured by laser-dopplerflowmetry [J]. Alternative Therapies in Health and Medicine, 2002, 8(6): 74-76.

- [ 6 ] 张玉玲,徐振山,陈永平,等. 波浪环境下多孔射流运动和稀释特性试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019,47(1):71-78. (ZHANG Yuling, XU Zhenshan, CHEN Yongping, et al. Experimental study on movement and dilution of multiple jets in wavy cross-flow [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2019,47(1):71-78. (in Chinese))
- [ 7 ] 张春财,杜宇,赵润达. 浅滩淹没射流水力特性[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2018,46(1):78-82. (ZHANG Chuncai, DU Yu, ZHAO Runda. Research on the hydrodynamic characteristics of shallow submerged jet with depression angle [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2018,46(1):78-82. (in Chinese))
- [ 8 ] PRASAD A K. Stereoscopic particle image velocimetry [J]. Experiments in Fluids, 2000, 29(2): 103-116.
- [ 9 ] 马皓晨,代翠,董亮,等. 90°方形弯管内部流场 PIV 试验[J]. 水利水电科技进展,2013,33(5):31-34. (MA Haochen, DAI Cui, DONG Liang, et al. PIV experiment of inner flow field in 90° bending ducts with square section[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013,33(5):31-34. (in Chinese))
- [10] 陈诚,蔡守允. 悬移质运动中水沙两相流的流场测量技术研究综述[J]. 水利水电科技进展,2011,31(6):80-84. (CHEN Cheng, CAI Shouyun. Research review on measurement techniques for water-sediment two-phase flows in transport of suspended load [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2011, 31(6):80-84. (in Chinese))
- [11] RAFFEL M, WILLERT C, WERELEY S, et al. Particle image velocimetry: a practical guide (experimental fluid mechanics) [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 1998.
- [12] ADRIAN R J. Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed laser velocimetry [J]. Applied Optics, 1986, 25(21): 3855-3858.
- [13] GOSS L P, POST M E. Two-color particle image velocimetry [J]. Journal of Laser Applications, 1991, 3(1): 36-42.
- [14] 唐洪武,陈诚,陈红,等. 实体模型表面流场、河势测量中图像技术应用研究进展[J]. 河海大学学报(自然科学版),2007,35(5):567-572. (TANG Hongwu, CHEN Cheng, CHEN Hong, et al. Review of image processing technique applied to measurement of surface flow field and river regime of physical model [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2007, 35(5): 567-572. (in Chinese))
- [15] 王兴奎,东明,王桂仙,等. 图像处理技术在物理模型试验流场量测中的应用[J]. 泥沙研究,1996(4): 21-26. (WANG Xingkuai, DONG Ming, WANG Guixian, et al. Application of image processing technique in flow field measurement of physical model test [J]. Sediment Research, 1996(4): 21-26. (in Chinese))
- [16] 唐洪武. 复杂水流模拟问题级图像速技术研究 [D]. 南京:河海大学,1996.
- [17] 陈诚. 河工模型表面流场、河势图像测试理论方法及系统构建 [D]. 南京:河海大学,2009.

(收稿日期:2019-06-29 编辑:雷燕)

(上接第 31 页)

- [16] HUANG Xibin, WANG Qing. Numerical models and theoretical analysis of supercritical bend flow [J]. Water Science and Engineering, 2018, 11(4): 338-343.
- [17] 罗灿,钱均,刘超,等. 非对称式闸站结合式泵站前池导流墩整流模拟及试验验证[J]. 农业工程学报,2015,31(7):100-108. (LUO Can, QIAN Jun, LIU Chao, et al. Numerical simulation and test verification on diversion pier rectifying flow in forebay of pumping station for asymmetric combined sluice-pump station project [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(7): 100-108. (in Chinese))
- [18] 周招,王均星,梁砚,等. 深尾水消力池非完全宽尾墩消能试验研究[J]. 水科学进展,2017,28(5):729-737. (ZHOU Zhao, WANG Junxing, LIANG Yan, et al. Study on incompletely flaring gate pier energy dissipation in deep tail water stilling basin [J]. Advance in Water Science, 2017,28(5):729-737. (in Chinese))
- [19] 陆林广,曹志高,周济人. 开敞式进水池优化水力计算 [J]. 水利学报,1997(3):17-26. (LU Linguang, CAO Zhigao, ZHOU Jiren. The optimum hydraulic design of pump intakes [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997(3): 16-24. (in Chinese))
- [20] 谢葆玲,明宗富,黄金堂,等. 回流附近的水流结构及回流淤积的试验研究[J]. 泥沙研究,1989(3):10-20. (XIE Baoling, MING Zongfu, HUANG Jintang, et al. Experimental study on flow structure and deposits of circulating flow [J]. Journal of Sediment Research, 1989(3):10-20. (in Chinese))
- [21] 侯斌. 低水头航电枢纽泄水闸下游局部冲刷问题研究 [D]. 长沙:长沙理工大学,2010.
- [22] 黑鹏飞. 丁坝回流区水流特性的实验研究 [D]. 北京:清华大学,2009.
- [23] 夏臣智,成立,赵国锋,等. 泵站前池单排方柱整流措施数值模拟[J]. 水利水电科技进展,2017,37(4):53-58. (XIA Chenzhi, CHENG Li, ZHAO Guofeng, et al. Numerical simulation of flow pattern in forebay of pump station with single row of square columns [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37(4):53-58. (in Chinese))
- [24] 崔贞,傅宗甫,顾晓峰,等. 浮体结构对下游水流结构影响[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(5):433-437. (CUI Zhen, FU Zongfu, GU Xiaofeng, et al. Influence of floating structure on the flow structure of downstream water [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2018,46(5):433-437. (in Chinese))

(收稿日期:2019-06-05 编辑:郑孝宇)