

汽液黏滞系数对空化泡溃灭过程影响的数值模拟

袁晓龙¹,何小珑²,汪凯迪³

(1. 雅砻江流域水电开发有限公司,四川 成都 610051;
2. 交通运输部天津水运工程科学研究所工程泥沙交通运输行业重点实验室,天津 300456;
3. 中国三峡建设管理有限公司,四川 成都 610023)

摘要:利用格子玻尔兹曼方法(LBM)伪势模型模拟了近壁区空化泡溃灭过程,分析了不同汽相黏滞系数和液相黏滞系数对空化泡溃灭过程中的最大微射流流速、最大溃灭压力、最大溃灭时间的影响。结果表明,相同液相黏滞系数条件下,改变汽相黏滞系数,空化泡溃灭时产生的最大微射流流速、最大溃灭压力和最大溃灭时间不变;保持汽相黏滞系数不变,空化泡溃灭时最大溃灭压力、最大微射流流速均随着液相黏滞系数的增大而减小,但最大溃灭时间随着液相黏滞系数的增大而增大。
关键词:空化泡溃灭;格子玻尔兹曼方法;伪势模型;汽相黏滞系数;液相黏滞系数

中图分类号:TV131 文献标志码:A 文章编号:1006-7647(2020)05-0019-05

Numerical simulation of effects of vapor and liquid phase viscosity coefficients on cavitation bubble collapse process//YUAN Xiaolong¹, HE Xiaolong², WANG Kaidi³ (1. *Yalong River Hydropower Development Company, Ltd.*, Chengdu 610051, China; 2. *Key Laboratory of Engineering Sediment, Tianjin Research Institute for Water Transport Engineering, Ministry of Transport, Tianjin 300456, China*; 3. *China Three Gorges Projects Development Co., Ltd.*, Chengdu 610023, China)
Abstract: The LBM pseudo-potential model was used to simulate the cavitation bubble collapse process in the near-wall region. The effects of different vapor and liquid phase viscosity coefficients on the maximum micro-jet flow velocity, collapse pressure and collapse time during the cavitation bubble collapse process were analyzed. The results show that under the same liquid phase viscosity coefficient, when the viscosity coefficient of the vapor phase is changed, the maximum micro-jet flow velocity, collapse pressure and collapse time remain unchanged. When the vapor viscosity coefficient remains unchanged, the maximum collapse pressure and the maximum micro-jet flow velocity decrease with the increase of the liquid phase viscosity coefficient, while the maximum collapse time increases with the increase of the liquid phase viscosity coefficient.
Key words: cavitation bubble collapse; Lattice Boltzmann method; pseudo-potential model; vapor phase viscosity coefficient; liquid phase viscosity coefficient

空蚀空化广泛存在于水利、航海、液压系统、人类体液循环系统这一系列工业与自然现象中^[1-3]。空化泡溃灭过程中,由于空化泡内部压力与周边液体压力之间的压差剧烈变化,泡内汽体与泡外液体之间迅速转化,因此,空化泡的溃灭过程是带有复杂传热传质相变过程的流体力学问题。前人研究表明空化泡溃灭过程中产生的高温、微射流和冲击波的共同作用是空蚀破坏的主要原因。

常用的空化泡溃灭的研究方法有理论分析、试验研究和数值模拟。理论分析通常需要对问题作出许多简化,如 Plesset 等^[4]采用 Raleigh 方程模拟空化泡溃灭时作出了以下假设:忽略表面张力、液体可压缩性、液体黏滞性等,这样的假设导致理论分析并不能直接用于实际的空化泡溃灭的研究中。而试验受限于测量技术,难以获得空化泡周边的速度和压力变化过程。随着计算机技术的快速发展,计算流体力学因其结果可以有效展示流场的演化过程,逐渐成为研究流体运动的重要手段。与试验研究相比,数值模拟可以有效地展示出空化泡在溃灭过程中微射流的形成。传统的空化泡溃灭研究的数值模拟方法主要分为基于 Navier-Stokes 方程和非理想流体状态方程的可压缩空化模型、基于 Navier-Stokes 方程和传质方程的不可压空化模型及可以模拟多空泡群的离散汽泡法。格子玻尔兹曼方法(LBM)作

为一种介观数值模拟方法,从玻尔兹曼粒子动理学出发,能够有效模拟结晶、沸腾等带有传质相变过程的多相流现象。相较于传统数值模拟方法,LBM 优势在于仅需要求解一系列线性方程组而避免了对流相的求解,同时压力与状态方程相关而避免求解泊松方程,且对于复杂边界处理十分简单^[5]。

经过近 30 年的发展,现有 LBM 多相流模型可以归纳为伪势模型^[6-7]、颜色模型^[8]、自由能模型^[9-10]和相场模型^[11]。其中伪势模型由 Shan 等^[6]提出,该模型利用粒子间的相互作用力自动形成交界面,简化了汽液交界面的处理。Sukop 等^[12]利用伪势模型对各相异性条件下空化泡的生成开展了研究。Chen 等^[13]结合伪势模型与精确差分法(exact difference method,EDM)外力格式,模拟了液相与汽相的密度之比为 67.5 条件下空化泡在剪切流中的生长过程,其所得结果与 Rayleigh-Plesset 方程理论解吻合。Yang 等^[14-16]利用 Bhatnagar-Gross-Krook (BGK)模型与 EDM 外力格式相结合,模拟了液相与汽相的密度之比为 30 ~ 50 时单个空化泡的溃灭过程,获得了溃灭过程中压力场和速度场的变化。Shan 等^[17-18]进一步采用多松弛时间(multi-relaxation-time, MRT)碰撞算子模拟了液相与汽相的密度之比为 750 时空化泡的溃灭过程,模拟结果与 Lauterborn 等^[19]的理论分析结果吻合良好。以上研究均证明 LBM 可以有效模拟空化泡的生长和溃灭过程。

黏滞系数对空化泡溃灭过程中形成的微射流和冲击波具有较大的影响,但当前利用 LBM 对空化泡溃灭过程的研究中并未考虑黏滞系数对空化泡溃灭过程的影响,而是将汽液黏滞系数比通常设为 1。本文采用 LBM 模拟近壁区空化泡溃灭过程,分析不同汽相黏滞系数和液相黏滞系数对空化泡溃灭过程的影响,以及溃灭过程中产生的最大微射流流速、最大压力、最大溃灭时间的变化规律,为深入揭示空化泡溃灭机理打下基础。

1 数值模拟方法

基于 BGK 碰撞算子^[20],LBM 伪势模型中粒子分布函数可以表示为

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] + S_i(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

式中: $f_i(\mathbf{x}, t)$ 为粒子在 $\mathbf{x}$ 位置和 t 时刻的分布函数; $f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 为 $f_i(\mathbf{x}, t)$ 所对应的平衡态分布函数; $\mathbf{e}_i$ 为 i 方向的离散速度; Δt 为时间步长; τ 为松弛系数,与

流体运动黏滞系数 ν 相关, $\nu = \frac{1}{c_s^2}(\tau - 0.5)\Delta t$, c_s 为格子声速; S_i 为外力项。考虑到计算效率等问题,本文采用二维九速(D2Q9)格子模型模拟二维空化泡溃灭过程,其离散速度可以表示为

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0, 0) & i = 0 \\ \left(\cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right], \right. & i = 1, 2, 3, 4 \\ \left. \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) & \\ \left(\sqrt{2} \cos \left[(i-5) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right], \right. & i = 5, 6, 7, 8 \\ \left. \sqrt{2} \sin \left[(i-5) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right] \right) & \end{cases} \quad (2)$$

粒子平衡态分布函数可以表示为

$$f_i^{\text{eq}} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}_{\text{eq}}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}_{\text{eq}})^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u}_{\text{eq}} \cdot \mathbf{u}_{\text{eq}}}{2c_s^2} \right] \quad (3)$$

其中 $\rho = \sum_{i=0}^8 f_i$ $\mathbf{u}_{\text{eq}} = \sum_{i=0}^8 f_i \mathbf{e}_i / \rho$ 式中: ρ 为宏观密度; $\mathbf{u}_{\text{eq}}$ 为平衡态分布速度; ω_i 为 i 方向的粒子平衡态分布函数的权重系数,对于 D2Q9 模型,当 $i=0$ 时 $\omega_i=4/9$,当 $i=1 \sim 4$ 时 $\omega_i=1/9$,当 $i=5 \sim 8$ 时 $\omega_i=1/36$ 。流场实际速度可以通过下式求得:

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 f_i \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \mathbf{F}_A \Delta t \quad (4)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为宏观实际速度; $\mathbf{F}_A$ 为作用在粒子上的合力,包含粒子间相互作用力 $\mathbf{F}$ 和重力、向心力等体积力, $\mathbf{F}$ 可采用 Shan 等^[7]提出的公式计算:

$$\mathbf{F} = -G\psi(\mathbf{x}, t) \sum_{i=0}^8 w_i \psi(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t) \quad (5)$$

式中: G 为粒子之间作用强度; ψ 为粒子之间的伪势; w_i 为权重系数,对于 D2Q9 模型,当 $i=0$ 时 $w_i=0$,当 $i=1 \sim 4$ 时 $w_i=1/3$,当 $i=5 \sim 8$ 时 $w_i=1/12$ ^[21]。根据 Yuan 等^[22]的研究,引入非理想气体状态方程后,粒子间的相互作用势可以表示为

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{2(p_{\text{EOS}} - \rho c_s^2)}{G c_s^2}} \quad (6)$$

式中: p_{EOS} 为压强,可通过流体状态方程求得,本文采用 Carnahan-Starling (C-S) 状态方程^[23]求解 p_{EOS} :

$$p_{\text{EOS}} = \rho R_g T \frac{1 + b\rho/4 + (b\rho/4)^2 - (b\rho/4)^3}{(1 - b\rho/4)^3} - a\rho^2 \quad (7)$$

式中: R_g 为常数; T 为温度; $a = 0.496 3 R_g^2 T_c^2 / p_c$; $b = 0.187 3 R_g T_c / p_c$, T_c 、 p_c 分别为该流体的临界温度与临界压强。Li 等^[24]指出 a 会影响汽液交界面的厚

度 w , 兼顾计算稳定性和物理可行性, 交界面的厚度 w 为 4~5 倍格子宽度时最为合理, 因此在本文数值模拟中, $a=0.25, b=4, R_g=1$ 。

为满足热力学一致性, 本文中外力采用 Li 等^[24] 提出的伪势模型外力项, 其表达式为

$$S_i = \omega_i \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) [3(e_{ia} - u'_\alpha) + 9(e_{i\beta} u'_\beta) e_{ia}] F_i \tag{8}$$

式中: $e_{ia}, e_{i\beta}$ 分别为 e_i 在 α 和 β 方向的分量; F_i 为粒子间作用力 F 在 i 方向的分量; u'_α, u'_β 为 u' 在 α 和 β 方向的分量, 其中 u' 的表达式为

$$u' = u + \frac{\varepsilon F}{(\tau - 0.5)\psi^2} \tag{9}$$

式中: ε 为调节参数, 用于满足模型的热力学一致性。密度场初始化如下:

$$\rho(x, y) = \frac{\rho_l + \rho_g}{2} + \frac{\rho_l - \rho_g}{2} \times \tanh \left[\frac{2\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - R_0}{w} \right] \tag{10}$$

式中: ρ_l 为初始液相密度; ρ_g 为初始汽相密度; R_0 为初始半径; (x_0, y_0) 为液滴中心; 初始界面厚度 $w=5$ 。

为研究流体黏滞系数对空化的影响, 数值模拟中选取了不同松弛系数 τ , 如公式 (11) 所示^[18]:

$$\tau(x) = \tau_g + \frac{\rho(x) - \rho_g}{\rho_l - \rho_g} (\tau_l - \tau_g) \tag{11}$$

式中: τ_g 为汽相松弛系数; τ_l 为液相松弛系数; ρ_g, ρ_l 分别为汽相密度和液相密度。

若无特别申明, 文中所讨论质量单位为 mu , 长度单位为 lu , 时间单位为 tu , 速度单位为 lu/tu , 压力单位为 $\text{mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2}$ 。

2 模型验证

2.1 热力学一致性验证

为研究汽液黏滞系数比对模型的热力学一致性的影响, 采用单松弛等温模型分别模拟了初始温度 $T_0 = 0.7T_c, 0.8T_c, 0.9T_c, 0.95T_c$ 条件下的汽液分离过程, 计算结果如图 1 所示, 图中 ν_g 为汽相黏滞系数, ν_l 为液相黏滞系数。由图 1 可见, 数值结果与理论解一致, 在 $T \geq 0.7T_c$ 条件下, 改变汽液黏滞系数比不会影响数值模型热力学一致性。

2.2 近壁区空化泡溃灭过程

为进一步验证模型的准确性, 模拟了单个空化泡溃灭的演化过程, 并与 Philipp 等^[25] 的试验现象进行对比。计算域为 $401 \text{ lu} \times 401 \text{ lu}$ 正方形, 空化泡初始半径 $R_0 = 50 \text{ lu}$, 计算域底部固壁采用标准反弹边界, 左右均采用周期边界, 顶部采用 Zou-He 压力

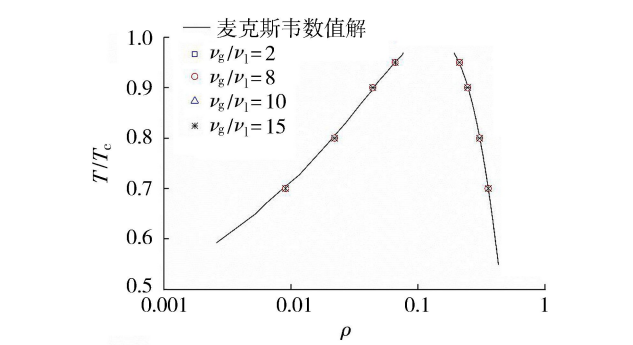


图 1 汽液黏滞系数比对热力学一致性的影响
边界^[26], 计算区域如图 2 所示, 图中 P_∞ 为液相压力, P_v 为汽相压力。

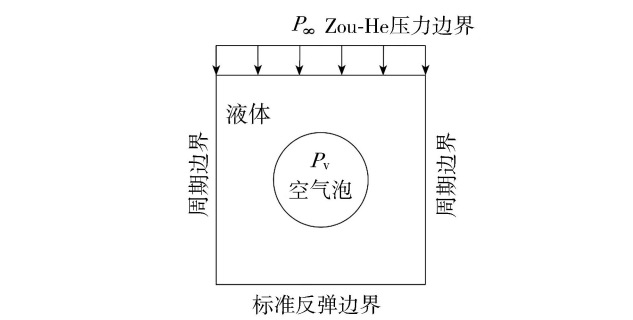


图 2 计算域示意图

空化泡初始位置与试验相同, 无量纲距离 $\lambda = d/R_0$, 其中 d 为空化泡中心与壁面之间距离。汽相密度设置为 $0.009 \text{ mu} \cdot \text{tu}^{-3}$, 液相密度设置为 $0.39 \text{ mu} \cdot \text{tu}^{-3}$, 对应空化泡内外压差 $\Delta p = 0.00389 \text{ mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2}$, 初始温度 $T_0 = 0.7T_c$, 同时假设初始空化泡位于静止水体中, 因此计算域内初始流速均为 0。

Philipp 等^[25] 认为无量纲距离 $\lambda > 2.2$ 时, 壁面对空化泡溃灭的影响可以忽略。本文选取两个无量纲距离 $\lambda = 1.6$ 和 $\lambda = 2.5$, 与 Philipp 试验中使用的无量纲距离相对应。 $\lambda = 1.6$ 和 $\lambda = 2.5$ 时计算结果如图 3 和图 4 所示, 两工况汽相松弛系数 $\tau_g = 1.0625$, 液相松弛系数 $\tau_l = 0.1875$, 对应的汽液黏滞系数比 $\nu_g/\nu_l = 15$ 。当 $\lambda = 1.6$ 时, 受到壁面影响, 近壁区在空化泡溃灭初始阶段, 横向压缩速率远大于纵向压缩速率, 在此阶段汽泡主要为椭圆形。随着空化泡溃灭的发展, 空化泡顶部出现高压区, 而空化泡与壁面之间压力较小, 形成相对低压区。空化泡上下之间形成压力差, 即 Bjerknes 力。在 Bjerknes 力的作用下, 汽泡顶部出现凹陷, 并伴随着微射流的形成, 最终空化泡发生溃灭。而当 $\lambda = 2.5$ 时, 空化泡处于壁面影响区外, 由于空化泡与壁面之间距离过大, 空化泡与壁面之间并不会出现相对低压区, 空化泡上下形成的压差不足以使空化泡顶部出现凹陷。不同无量纲距离条件下, LBM 数值模拟结果与 Philipp 等^[25] 的试验结果基本一致, 验证了 LBM 模型的有效性。

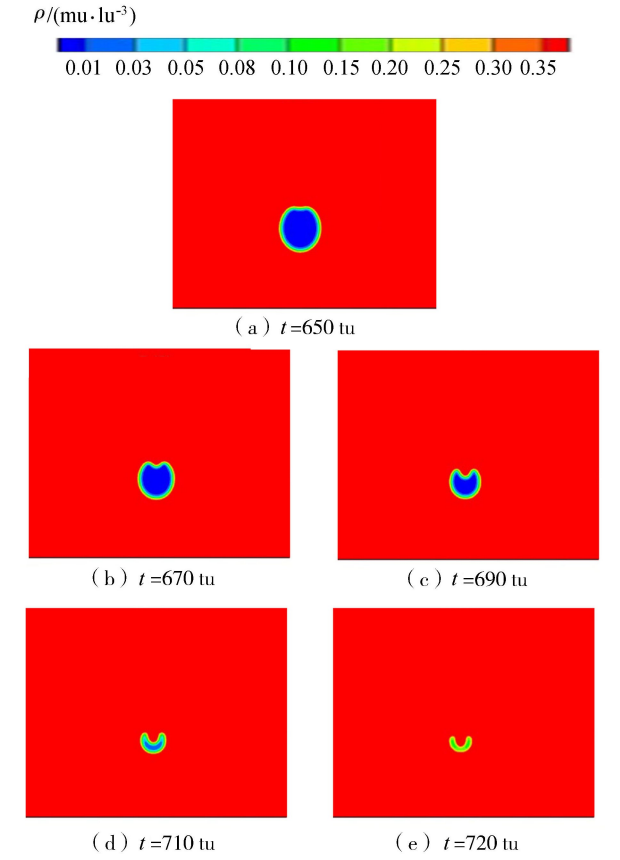


图3 λ=1.6 时 LBM 模拟的空化泡形态演化过程

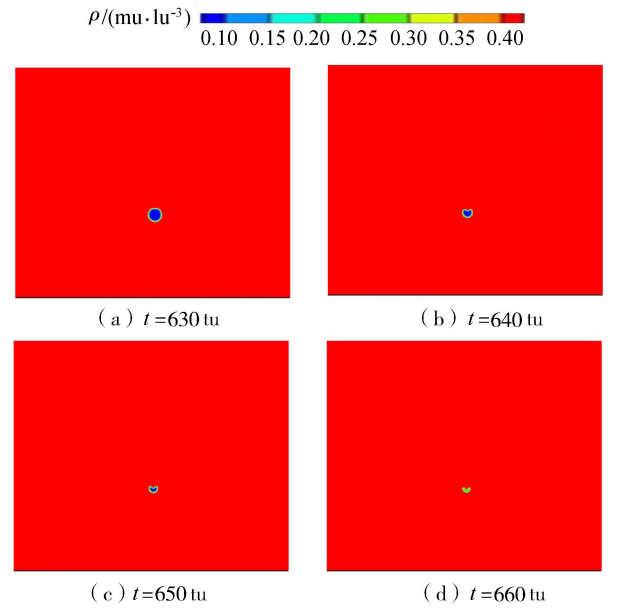


图4 λ=2.5 时 LBM 模拟的空化泡形态演化过程

3 汽相和液相黏滞系数变化的影响

不同汽相和液相黏滞系数可以通过调节松弛系数 τ 获得。为研究汽相黏滞系数 ν_g 变化对空化泡溃灭过程中最大微射流流速 $u_{\max}$ 、最大压强 $p_{\max}$ 、最大溃灭时间 $t_{\max}$ 的影响,选取不同汽相松弛系数 τ_g 和相同的液相黏滞系数 ν_l 如表 1 所示。不同汽相黏滞系

数对最大微射流流速、最大溃灭压强及最大溃灭时间的影响如表 1 所示,可以看到改变汽相黏滞系数对空化泡溃灭时产生的最大微射流流速、最大压强、最大溃灭时间毫无影响,这是由于气体质量较小,具有较小的惯性力。不同汽相黏滞系数条件下,空化泡溃灭时最大微射流流速为 $0.255 \text{ lu} \cdot \text{tu}^{-1}$,最大溃灭压强为 $0.00718 \text{ mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2}$,最大溃灭时间为 721 tu 。

表 1 汽相黏滞系数对空化泡溃灭的影响

τ_l	ν_l	τ_g	ν_g	ν_g/ν_l	$p_{\max}/(\text{mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2})$	$u_{\max}/(\text{lu} \cdot \text{tu}^{-1})$	$t_{\max}/\text{tu}$
0.5375	0.0125	0.5750	0.0250	2	0.00718	0.255	721
0.5375	0.0125	0.6800	0.0500	4	0.00718	0.255	721
0.5375	0.0125	0.8000	0.1000	8	0.00718	0.255	721
0.5375	0.0125	0.8750	0.1250	10	0.00718	0.255	721
0.5375	0.0125	1.0625	0.1875	15	0.00718	0.255	721

为研究液相黏滞系数变化对空化泡溃灭过程中最大微射流流速、最大压强、最大溃灭时间的影响,选取液相松弛系数和对应的液相黏滞系数如表 2 所示。图 5 展示了液相黏滞系数对空化泡溃灭过程中最大微射流流速、最大溃灭压强和最大溃灭时间的影响,可以看出空化泡最大溃灭时间随着液相黏滞系数的减小而减小,而空化泡溃灭最大微射流流速和最大溃灭压强均随着液相黏滞系数的减小而增大,当液相黏滞系数由 0.075 减小到 0.0125 时,空化泡最大压强由 $0.00718 \text{ mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2}$ 增加到 $0.01003 \text{ mu} \cdot \text{lu}^{-1} \cdot \text{tu}^{-2}$,增加了 39%,最大微射流流速由 $0.2554 \text{ lu} \cdot \text{tu}^{-1}$ 增加到 $0.3199 \text{ lu} \cdot \text{tu}^{-1}$,增加了 25%,而最大溃灭时间则由 721 tu 缩短到 680 tu 。LBM 数值模拟结果表明降低液体黏滞系数会在空化时产生更大的微射流流速和溃灭压强,与 Popinet 等^[27]的试验所得结论一致。

表 2 液相黏滞系数对空化泡溃灭影响工况

τ_g	ν_g	τ_l	ν_l	ν_g/ν_l
1.0625	0.1875	0.5375	0.0125	15.00
1.0625	0.1875	0.5500	0.0167	11.25
1.0625	0.1875	0.6250	0.0417	4.50
1.0625	0.1875	0.6500	0.0500	3.75
1.0625	0.1875	0.7250	0.0750	2.50

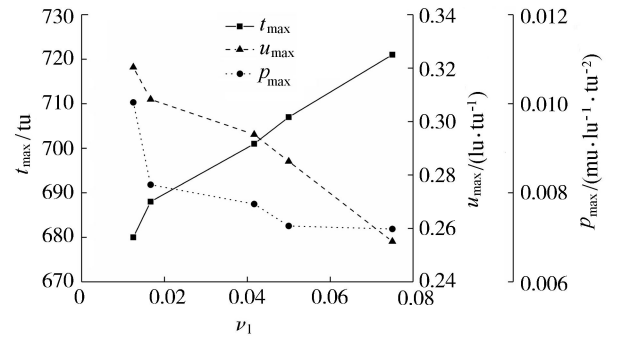


图5 液相黏滞系数对空化泡溃灭的影响

4 结 论

- a. LBM 可以有效模拟近壁区空化过程,模拟结果可以有效观察到 Bjerknes 力的产生,并伴随着微射流的形成。
- b. 由于汽相质量较小,具有较小的惯性力。相同液相黏滞系数条件下,改变汽相黏滞系数,空化泡溃灭时产生的最大微射流流速、最大溃灭压力和最大溃灭时间几乎不变。
- c. 保持汽相黏滞系数不变,空化泡最大溃灭压强、最大微射流流速均随着液相黏滞系数的增大而减小,而最大溃灭时间随着液相黏滞系数的增大而增大。

参考文献:

[1] GOPALAN S, KATZ J. Flow structure and modeling issues in the closure region of attached cavitation [J]. Physics of Fluids, 2000, 12(4) : 895-911.

[2] BLAKE J R, TAIB B B, DOHERTY G. Transient cavities near boundaries: part 1. rigid boundary [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1986, 170: 479-497.

[3] AGANIN A A, ILGAMOV M A, KOSOLAPOVA L A, et al. Dynamics of a cavitation bubble near a solid wall [J]. Thermophysics and Aeromechanics, 2016, 23(2) : 211-220.

[4] PLESSET M S, CHAPMAN R B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1971, 47(2) : 283-290.

[5] CHEN L, KANG Q J, MU Y T, et al. A critical review of the pseudopotential multiphase lattice Boltzmann model: methods and applications [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2014, 76: 210-236.

[6] SHAN X W, CHEN H D. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components [J]. Physical Review E, 1993, 47(3) : 1815-1819.

[7] SHAN X W, CHEN H D. Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation [J]. Physical Review E, 1994, 49(4) : 2941-2948.

[8] GRUNAU D, CHEN S Y, EGGERT K. A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows [J]. Physics of Fluids, 1993, 5: 2557-2562.

[9] SWIFT M R, OSBORN W R, YEOMANS J M. Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids [J]. Physical Review Letters, 1995, 75(5) : 830-833.

[10] SWIFT M R, ORLANDINI E, OSBORN W R, et al. Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems [J]. Physical Review E, 1996, 54(5) : 5041-5052.

[11] HE X Y, CHEN S Y, ZHANG R Y. A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh-Taylor instability [J]. Journal of Computational Physics, 1999, 152(2) :

642-663.

[12] SUKOP M C, OR D. Lattice Boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation [J]. Physical Review E, 2005, 71(4) : 046703.

[13] CHEN X P, ZHONG C W, YUAN X L. Lattice Boltzmann simulation of cavitating bubble growth with large density ratio [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2011, 61(12) : 3577-3584.

[14] YANG J, SHEN Z Z, ZHENG X, et al. Simulation on cavitation bubble collapsing with lattice Boltzmann method [J]. Journal of Applied Mathematics and Physics, 2015, 3(8) : 947-955.

[15] SHAN M L, ZHU C P, ZHOU X, et al. Investigation of cavitation bubble collapse near rigid boundary by lattice Boltzmann method [J]. Journal of Hydrodynamics, 2016, 28(3) : 442-450.

[16] MAO Y F, PENG Y, ZHANG J M. Study of cavitation bubble collapse near a wall by the modified lattice Boltzmann method [J]. Water, 2018, 10(10) : 1439.

[17] SHAN M L, ZHU C P, YAO C, et al. Pseudopotential multi-relaxation-time lattice Boltzmann model for cavitation bubble collapse with high density ratio [J]. Chinese Physics B, 2016, 25(10) : 104701.

[18] HE X, ZHANG J, XU W. Study of cavitation bubble collapse near a rigid boundary with a multi-relaxation-time pseudo-potential lattice Boltzmann method [J]. AIP Advances, 2020, 10(3) , 035315.

[19] LAUTERBORN W, BOLLE H J. Experimental investigations of cavitation-bubble collapse in the neighbourhood of a solid boundary [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1975, 72(2) : 391-399.

[20] HE X Y, LUO L S. Theory of the lattice Boltzmann method: from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation [J]. Physical Review E, 1997, 56(6) : 6811-6817.

[21] LI Q, LUO K H, LI X J. Forcing scheme in pseudopotential lattice Boltzmann model for multiphase flows [J]. Physical Review E, 2012, 86: 3461-3463.

[22] YUAN P, SCHAEFER L. Equations of state in a lattice Boltzmann model [J]. Physics of Fluids, 2006, 18(4) : 042101.

[23] SHAN X W. Pressure tensor calculation in a class of nonideal gas lattice Boltzmann models [J]. Physical Review E, 2008, 77(6) : 066702.

[24] LI Q, LUO K H, LI X J. Lattice Boltzmann modeling of multiphase flows at large density ratio with an improved pseudopotential model [J]. Physical Review E, 2013, 87(5) : 053301.

[25] PHILIPP A, LAUTERBORN W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, 361: 75-116.

[26] ZOU Q S, HE X Y. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model [J]. Physics of Fluids, 1997, 9(6) : 1591-1598.

[27] POPINET S, ZALESKI S. Bubble collapse near a solid boundary: a numerical study of the influence of viscosity [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2002, 464: 137-163.

(收稿日期:2019-10-24 编辑:雷燕)