

标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深计算

武周虎¹, 王 瑜¹, 祝帅举^{1,2}

(1. 青岛理工大学环境与市政工程学院, 山东 青岛 266033;
2. 河南省城乡规划设计研究总院有限公司, 河南 郑州 450044)

摘要:针对标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深的基本方程均为超越方程、无法直接求解的问题,在归纳标准型异形椭圆断面水力要素计算公式的基础上,通过引入量纲一参数和采用曲线分段优化拟合的分析方法,提出了求解标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深的直接计算公式。误差分析结果表明,该断面正常水深和临界水深直接计算公式相对误差的绝对值最大分别为0.362%和0.288%,其适用范围及精度均能够满足工程应用的要求。

关键词:无压隧洞;标准型异形椭圆断面;正常水深;临界水深;直接计算

中图分类号:TV672⁺.1;TV131.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2020)06-0011-06

Calculation of normal depth and critical depth for standard-type heteromorphic elliptic section//WU Zhouhu¹, WANG Yu¹, ZHU Shuaiju^{1,2} (1. School of Environmental and Municipal Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, China; 2. Henan Urban and Rural Planning and Design Institute Co., Ltd., Zhengzhou 450044, China)

Abstract: Basic equations of normal and critical water depths for standard-type heteromorphic elliptic section are transcendental which cannot be solved directly. On the basis of summarizing the hydraulic factor calculation formulas of standard-type heteromorphic elliptic section, dimensionless parameters and the method of curve piecewise fitting optimization analysis were introduced to propose the explicit calculation formulas for solving the normal and critical water depth of standard-type heteromorphic elliptic section. The results of error analysis show that the absolute values of relative error of the normal and critical water depth formulas for a typical cross-section were less than 0.362% and 0.288%, respectively, which were within the common range in real engineering applications.

Key words: non-pressure tunnel; standard-type heteromorphic elliptic section; normal depth; critical depth; explicit calculation

在水利、水电、调水、灌溉等穿越工程的输水中,较多采用无压隧洞形式,其正常水深和临界水深是无压隧洞的重要设计参数。对于现行的圆形、马蹄形、蛋形等无压隧洞断面形状,正常水深和临界水深的计算大多涉及超越方程,无法求得解析解。近年来,在圆形^[1-2]、马蹄形^[3-4]、蛋形^[5-6]等无压隧洞断面正常水深和临界水深的直接求解研究中,较多采用迭代法、函数替代拟合法等,得到了一系列精度较高的直接计算公式。

马蹄形、蛋形等无压隧洞断面的内轮廓线是由圆心位置、半径不同的多段圆弧相切或相交组成。以四圆弧马蹄形断面为例,就有半径 r_1 、 r_2 、 r_3 和切点高度 h_1 、 h_2 (或圆心角)共5个独立变量,各变量之间的转换关系复杂,水力要素计算公式的分区表达

不可避免,导致在正常水深和临界水深的计算过程中,需先以分界流量或者充满度的范围来界定各分区,通用性不强^[3-6]。在实际工程应用中,各水深计算公式的选择比较困惑。武周虎等^[7-8]推导的宽阔河流中心稳定点源条件下保守物质的等浓度线方程,可作为一种新型Wu's二参数曲线(以下定义为异形椭圆)水工隧洞断面内轮廓线方程。该断面形状只有2个独立变量,曲线完整且连续光滑,克服了马蹄形、蛋形等断面曲线的分段组合及水力要素公式的分区问题。从结构特征上来讲,异形椭圆断面曲线可以克服马蹄形、蛋形等断面曲线在相交或相切点处一阶或二阶导数不连续、曲率突变和应力集中现象。因此,异形椭圆在水工隧洞、交通隧道等工程中具有非常广泛的工程应用价值^[9-11]。

本文基于无压隧洞最大宽度 W 与最大高度 H 相等的标准型异形椭圆断面形式,在系统归纳标准型异形椭圆断面水力要素计算公式的基础上,根据明渠均匀流和临界流基本方程,引入量纲一参数和采用曲线优化拟合的分析方法,结合标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深的变化特征,在工程应用范围内,提出标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深的直接计算公式,并进行误差和算例分析。

1 标准型异形椭圆断面的水力要素

1.1 标准型异形椭圆断面曲线方程

异形椭圆断面曲线是基于宽阔河流中心稳定点源条件下,保守物质浓度分布的等浓度线方程推演而来的^[7-8],是由一个独立两参数方程表征的完整连续光滑曲线,其 Wu's 曲线方程^[9-10]为

$$\left(\frac{y}{W}\right)^2 = -\frac{e}{4} \frac{z}{H} \ln\left(\frac{z}{H}\right) \tag{1}$$

式中: z 为自隧洞断面底部中点向上的垂向坐标,即表征断面的高度坐标,取值范围为 $0 \leq z \leq H$; y 为垂直于 z 轴的横向坐标,即表征断面的宽度坐标,取值范围为 $-W/2 \leq y \leq W/2$ 。异形椭圆断面最大宽度处相应的垂向坐标为 $z_w = H/e \approx 0.368H$ 。

定义异形椭圆的压缩系数为非对称轴 y 方向的宽度与对称轴 z 方向的高度之比,以 $\theta = W/H$ 表示。据此,将异形椭圆的形状分类为:当压缩系数 $\theta = 1$ 时,异形椭圆的宽度等于高度,称为标准型;当 $0 < \theta < 1$ 时,异形椭圆的宽度小于高度,称为 H 型(高瘦型);当 $\theta > 1$ 时,异形椭圆的宽度大于高度,称为 W 型(宽胖型)。对于标准型异形椭圆断面,为便于分析讨论,定义断面参数 H ,则标准型异形椭圆断面曲线方程为

$$\left(\frac{y}{H}\right)^2 = -\frac{e}{4} \frac{z}{H} \ln\left(\frac{z}{H}\right) \tag{2}$$

由式(2)绘制的标准型异形椭圆断面及其特征尺度如图 1 所示。

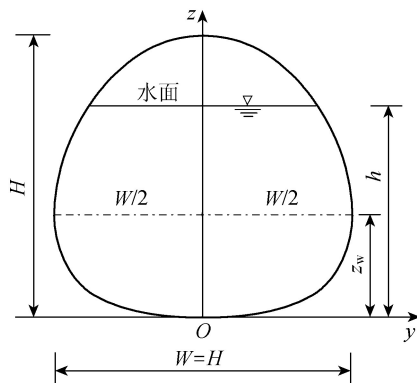


图 1 标准型异形椭圆断面及其特征尺度示意图

由标准型异形椭圆方程(式(2))和图 1 可知,标准型异形椭圆断面曲线方程只与其断面参数 H (即断面最大高度或最大宽度)有关,只要给定 H 值,其断面形状及尺寸就可以唯一确定。值得注意的是,在 $z = 0$ 处,式(2)中 $\frac{z}{H} \ln\left(\frac{z}{H}\right)$ 是一种“未定式”,应采用洛必达法则计算。

1.2 标准型异形椭圆断面的水力要素计算

在无压隧洞内任一水深 h 处,其充满度(即相对水深) $\alpha = h/H$,结合压缩系数 $\theta = 1$ 的标准型异形椭圆断面的参数 H ,对文献[10]中异形椭圆断面的水力计算公式进行简化整理,可得到标准型异形椭圆断面的水力要素计算公式。

a. 水面宽度。在式(2)中,令 $z = h$,则水深 h 相应充满度 α 所对应的水面宽度 B 的表达式为

$$B = H\sqrt{-e\alpha \ln \alpha} \tag{3}$$

式中: $\sqrt{-e\alpha \ln \alpha}$ 为水面宽度与断面最大宽度的比值,当 $\alpha = 1/e = 0.368$ 时,该比值达到最大值 1,相应的水面宽度为断面最大宽度,即 $B = W$ 。

b. 过水断面面积。由图 1 可知,标准型异形椭圆断面的过水断面面积为水面线与其下部断面曲线所包围部分的面积。在 $z \in [0, h]$ 区间上,对式(2)变形后 $y = f(z)$ 函数的 2 倍求定积分,令 $z/H = \zeta$,其积分上限变为充满度 α ,则过水断面面积 A 的表达式为

$$A = 2 \int_0^h y \, dz = H^2 \sqrt{e} \int_0^\alpha \sqrt{-\zeta \ln \zeta} \, d\zeta = \mu(\alpha) H^2 \tag{4}$$

其中 $\mu(\alpha) = \sqrt{e} \int_0^\alpha \sqrt{-\zeta \ln \zeta} \, d\zeta$

式中: μ 为标准形异形椭圆过水断面的面积系数,可由梯形法或 MATLAB 定积分计算得到。当 $\alpha = 1$ 时,武周虎等^[10]给出最大面积系数 $\mu(1) = (2/3)^{1.5} \cdot \sqrt{\pi e}/2 = 0.795345$,此时对应的过水断面面积为隧洞满管流断面的总面积 A_1 。

c. 湿周。由图 1 可知,标准型异形椭圆断面的湿周为水面线下部断面轮廓曲线的弧长。在 $z \in [0, h]$ 区间上,对标准形异形椭圆断面曲线方程 $y = f(z)$ 函数求 2 倍弧长定积分,则过水断面湿周的表达式为

$$\chi = 2 \int_0^h \sqrt{1 + y'^2} \, dz = 2H \int_0^\alpha \sqrt{1 - \frac{e}{16} \frac{(1 + \ln \zeta)^2}{\zeta \ln \zeta}} \, d\zeta = T(\alpha) H \tag{5}$$

其中 $T(\alpha) = 2 \int_0^\alpha \sqrt{1 - \frac{e}{16} \frac{(1 + \ln \zeta)^2}{\zeta \ln \zeta}} \, d\zeta$

式中: y' 为 $y = f(z)$ 的一阶导数; T 为标准型异形椭圆

过水断面的湿周系数。当 $\alpha = 1$ 时,由 MATLAB 数值积分计算结果, $T(1) = 3.191\,244$ 为断面最大湿周系数,相应的湿周为隧洞满管流断面的周长 L 。

d. 水力半径。水力半径为过水断面面积与湿周之比,由式(4)与式(5)可得

$$R = \frac{A}{\chi} = \frac{\mu H^2}{TH} = R'H \tag{6}$$

其中 $R' = \frac{R}{H} = \frac{\mu}{T}$

式中: R' 为标准型异形椭圆过水断面水力半径与断面参数 H 的比值,即相对水力半径。

2 标准型异形椭圆断面的正常水深

2.1 明渠均匀流基本方程

明渠均匀流水深称为正常水深,是明渠水面线分析计算的基础参数,也是无压隧洞设计的重要参数。明渠均匀流基本方程^[12]为

$$Q = \frac{\sqrt{i} A^{5/3}}{n \chi^{2/3}} \tag{7}$$

式中: Q 为输水流量, m^3/s ; i 为底坡; n 为糙率。

将式(4)和式(5)代入式(7),整理可得到关于标准型异形椭圆断面正常水深的隐函数表达式:

$$\frac{\mu^{5/3}}{\left(\frac{T}{2}\right)^{2/3}} = \frac{\left(\int_0^\alpha \sqrt{-e\zeta \ln \zeta} d\zeta\right)^{5/3}}{\left(\int_0^\alpha \sqrt{1-\frac{e(\ln \zeta + 1)^2}{16\zeta \ln \zeta}} d\zeta\right)^{2/3}} = \frac{2^{2/3} n Q}{\sqrt{i} H^{8/3}} \tag{8}$$

式中两个等号中间的表达式为充满度或正常水深的隐含关系式。将式(8)右边的表达式设为标准型异形椭圆断面的正常水深模数 η_n :

$$\eta_n = \frac{2^{2/3} n Q}{\sqrt{i} H^{8/3}} \tag{9}$$

由式(8)可知,正常水深模数 η_n 与充满度 α 之间存在隐函数关系 $\eta_n = f(\alpha)$ 。可根据已知的隧洞断面特性参数及水流条件(糙率 n 、底坡 i 、断面参数 H 和流量 Q 等)由式(9)求得 η_n ,而式(8)两个等号中间关于 α 的表达式包含对数、积分和指数运算,因此,仍然无法根据正常水深模数直接求得与其相应的充满度解析解。

2.2 正常水深的简化计算

为解决充满度解析求解问题,获得标准型异形椭圆断面正常水深的直接计算公式,采用函数替代法,将求解正常水深的问题转化为寻求量纲一参数之间的近似函数关系。首先,通过预先给定取值范围内的一系列 α 值,计算得到对应 η_n 的理论值,点绘 α - η_n 曲线;其次,拟合该曲线得到 α 与 η_n 之间

的高精度显函数表达式 $\alpha_n = f(\eta_n)$ 作为替代函数。可将隧洞断面特性参数及水流条件代入式(9)求得 η_n 值,再将 η_n 代入其替代函数计算正常水深相应的充满度 α_n ,就可以由 $h_n = \alpha_n H$ 计算正常水深 h_n 。

在 $0 \leq \alpha \leq 1.000$ 范围内,以 0.001 为步长取 1000 个计算点,代入式(8)采用 MATLAB 计算两个等号中间表达式值,即为与其对应正常水深模数 η_n 的理论值,并以 α 为纵坐标, η_n 为横坐标,点绘其理论值关系曲线如图 2 所示。

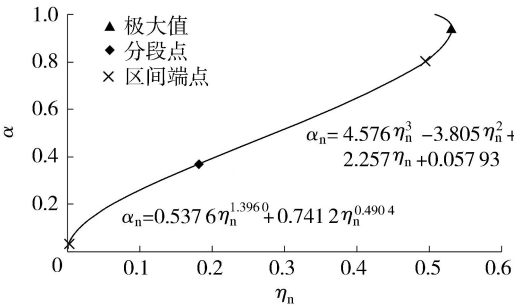


图 2 标准型异形椭圆断面正常水深模数变化曲线

由图 2 和计算数据可知,当 $0 \leq \alpha \leq 0.935$ 时,标准型异形椭圆断面的正常水深模数 η_n 随充满度 α 的增大单调增大;当 $0 \leq \alpha < 0.368$ 时,曲线斜率逐渐减小;当 $0.368 \leq \alpha < 0.935$ 时,曲线斜率逐渐增大;当 $\alpha = 0.935$ 时,正常水深模数达到极大值 0.531 211。当 α 进一步增大,正常水深模数由极大值逐渐减小到满管流相应的理论值。

根据 SL 279—2016《水工隧洞设计规范》的规定:在恒定流情况下,当通气条件良好时,洞内水面线以上空间不宜小于隧洞断面面积的 15%。因此,满足规范要求的过水断面应符合以下条件:

$$A/A_1 \leq 0.85 \tag{10}$$

将式(4)代入式(10)整理得到:

$$\frac{A}{A_1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1.5} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\alpha \sqrt{-\zeta \ln \zeta} d\zeta \leq 0.85 \tag{11}$$

由于式(11)无法直接求解 α 值,故采用试算法。当 $A/A_1 = 0.85$ 时,试算得到 $\alpha = 0.766\,711$,即该值为符合规范要求的充满度上限。

对拟合区间适当外延,取 α 上限为 0.800,根据工程经验取 α 下限为 0.030,即充满度的拟合范围确定为 $0.030 \leq \alpha \leq 0.800$,对应的 $0.014\,455 \leq A/A_1 \leq 0.880\,370$,一般能够满足无压隧洞的应用要求。如遇到在给定区间之外的情况,可根据式(8)采用 MATLAB 计算确定。

对 $0.030 \leq \alpha \leq 0.800$ 范围内的充满度 α 与正常水深模数 η_n 采用最小二乘法,通过 MATLAB 编程拟合。如果采用非分段函数的统一表达方式,会导致公式的形式非常复杂,涉及参数较多^[13-14]。因

此,根据图 2 正常水深模数曲线的变化特征,选择标准型异形椭圆断面最大宽度位置高度($z_w = H/e$)相应的充满度 $\alpha = 0.368$ 作为拟合区间分段点。通过多次拟合与优化分析,提出分两段拟合的正常水深模数直接计算公式为

$$\alpha_n = \begin{cases} 0.5376\eta_n^{1.3960} + 0.7412\eta_n^{0.4904} & \text{①} \\ 4.576\eta_n^3 - 3.805\eta_n^2 + 2.257\eta_n + 0.05793 & \text{②} \end{cases} \quad (12)$$

式中:条件①为 $0.030 \leq \alpha < 0.368, 0.001430 \leq \eta_n < 0.178512$;条件②为 $0.368 \leq \alpha \leq 0.800, 0.178512 \leq \eta_n \leq 0.494646$ 。

由实际明渠参数及水流条件求得正常水深模数 η_n ,判断其所在区间,选用相应区间内的充满度 α_n 计算公式,求得正常水深对应的 α_n ,则标准型异形椭圆断面的正常水深 $h_n = \alpha_n H$ 。

3 标准型异形椭圆断面的临界水深

3.1 明渠临界流基本方程

在明渠流量、断面形状和尺寸一定的情况下,急流与缓流这两种流态分界状态的断面单位能量最小,称为临界流,与此相应的临界水深是判别明渠流态的标准之一。因此,临界水深的计算是无压隧洞设计的又一重要参数。明渠临界流基本方程^[12]为

$$\frac{aQ^2}{g} = \frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} \quad (13)$$

式中: a 为动能修正系数,一般取 1.0; g 为重力加速度,取 9.81 m/s^2 ; A_{cr} 为临界水深对应的过水断面面积, m^2 ; B_{cr} 为临界水深对应的水面宽度, m 。

由式(13)可知,临界水深仅与明渠流量、断面形状和尺寸有关,而与底坡 i 及糙率 n 无关。将式(3)和式(4)代入式(13)中,整理可得到关于标准型异形椭圆断面临界水深的隐函数表达式为

$$\frac{\mu^3}{\sqrt{-e\alpha \ln \alpha}} = \frac{\left(\int_0^\alpha \sqrt{-e\zeta \ln \zeta} d\zeta \right)^3}{\sqrt{-e\alpha \ln \alpha}} = \frac{aQ^2}{gH^5} \quad (14)$$

式中两个等号中间表达式为充满度或临界水深的隐含关系式。将式(14)右边的表达式设为标准型异形椭圆断面的临界水深模数 η_{cr} :

$$\eta_{cr} = \frac{aQ^2}{gH^5} \quad (15)$$

由式(14)可知,临界水深模数 η_{cr} 与充满度 α 之间也存在隐函数关系 $\eta_{cr} = f(\alpha)$ 。可根据已知的隧洞断面特性参数及水流条件(断面参数 H 和流量 Q 等)由式(15)求得 η_{cr} ,而式(14)两个等号中间关于 α 的表达式包含对数、积分和指数运算,因此,仍然无法根据临界水深模数直接求得与其相应的充满

度解析解。

3.2 临界水深的简化计算

临界水深的简化计算采用与正常水深相同的方法。在 $0 \leq \alpha \leq 1.000$ 范围内,以 0.001 为步长取 1000 个计算点,代入式(14)采用 MATLAB 计算两个等号中间表达式值,即为与其对应临界水深模数 η_{cr} 的理论值,并以 α 为纵坐标, η_{cr} 为横坐标,点绘其理论值关系曲线,见图 3。

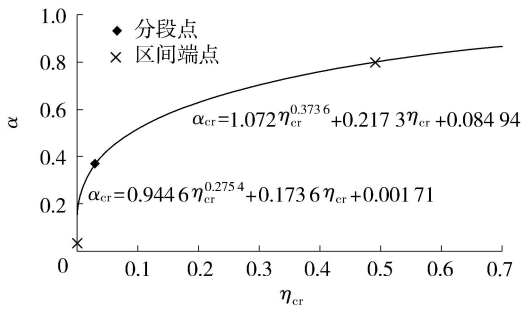


图 3 标准型异形椭圆断面临界水深模数变化曲线

由图 3 和计算数据可知,当 $0 \leq \alpha \leq 1.000$ 时,标准型异形椭圆断面的临界水深模数 η_{cr} 随充满度 α 的增大单调增大;当 $0 \leq \alpha < 0.368$ 时,曲线斜率较大, η_{cr} 增长缓慢;当 $0.368 \leq \alpha < 0.980$ 时,曲线斜率逐渐减小, η_{cr} 的增长随之加快;当 $0.980 \leq \alpha < 1.000$ 时, η_{cr} 曲线以水平线为渐近线, η_{cr} 迅速增长,当 $\alpha = 1.000$ 满管流时 η_{cr} 的理论值趋向于无穷大。

标准型异形椭圆断面临界水深直接计算公式采用与正常水深直接计算公式相同的充满度分段拟合区间。通过 MATLAB 采用最小二乘法编程多次拟合与优化分析,提出分两段拟合的临界水深模数直接计算公式为

$$\alpha_{cr} = \begin{cases} 0.9466\eta_{cr}^{0.2754} + 0.1736\eta_{cr} + 0.00171 & \text{①} \\ 1.072\eta_{cr}^{0.3736} - 0.2173\eta_{cr} + 0.08494 & \text{②} \end{cases} \quad (16)$$

式中:条件①为 $0.030 \leq \alpha < 0.368, 0.000003 \leq \eta_{cr} < 0.030254$;条件②为 $0.368 \leq \alpha \leq 0.800, 0.030254 \leq \eta_{cr} \leq 0.492807$ 。

由实际明渠参数及水流条件求得临界水深模数 η_{cr} ,判断其所在区间,选用相应区间内的充满度 α_{cr} 计算公式,求得临界水深对应的充满度 α_{cr} ,则标准型异形椭圆断面的临界水深 $h_{cr} = \alpha_{cr} H$ 。

4 直接计算公式评价

正常水深和临界水深直接计算公式的精度评价采用相对误差分析法,相对误差 δ_i 计算公式为

$$\delta_i = \frac{\alpha_i - \alpha}{\alpha} \times 100\% \quad (17)$$

式中: α 为充满度给定值; α_i 为正常水深或临界水深

对应的充满度简化计算值,在正常水深计算时,下标 $i=n$,在临界水深计算时,下标 $i=cr$ 。

由式(12)(16)计算的量纲一正常水深与临界水深的相对误差分布如图4所示。

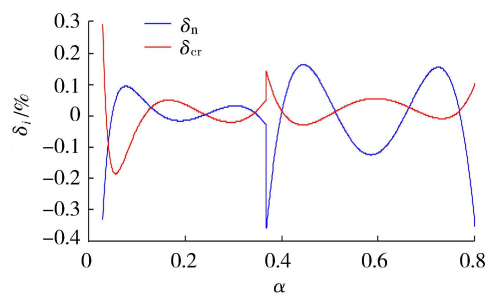


图4 正常水深和临界水深计算公式相对误差分布

由图4和计算数据可知,当 $0.030 \leq \alpha < 0.368$ 时,正常水深直接计算公式的相对误差绝对值平均为 0.034% ,最大为 0.329% ;当 $0.368 \leq \alpha \leq 0.800$ 时,相对误差绝对值平均为 0.103% ,最大为 0.362% ,表明正常水深直接计算公式具有较高的精度。

由图4和计算数据可知,当 $0.030 \leq \alpha < 0.368$ 时,临界水深直接计算公式的相对误差绝对值平均为 0.045% ,最大为 0.288% ;当 $0.368 \leq \alpha \leq 0.800$ 时,相对误差绝对值平均为 0.030% ,最大为 0.139% ,表明临界水深直接计算公式具有较高的精度。

5 算例

某无压隧洞拟采用标准型异形椭圆断面,已知隧洞断面最大高度 $H=4.5\text{ m}$,底坡 $i=0.004$,糙率 $n=0.014$,分别计算流量 $Q=15\text{ m}^3/\text{s}$ 和 $Q=48\text{ m}^3/\text{s}$ 时的正常水深 h_n 和临界水深 h_{cr} 。

5.1 正常水深计算

a. 当 $Q=15\text{ m}^3/\text{s}$ 时,由式(9)可得 $\eta_n=0.095494 < 0.178512$,采用式(12)计算得 $\alpha_n=0.254523$,进而求得 $h_n=1.145354\text{ m}$ 。经试算相应的正常水深理论值为 1.145234 m ,相对误差为 0.010% 。

b. 当 $Q=48\text{ m}^3/\text{s}$ 时,由式(9)可得 $\eta_n=0.305581 > 0.178512$,采用式(12)计算得 $\alpha_n=0.522893$,进而求得 $h_n=2.353019\text{ m}$ 。经试算相应的正常水深理论值为 2.353613 m ,相对误差为 -0.025% 。

5.2 临界水深计算

a. 当 $Q=15\text{ m}^3/\text{s}$ 时,由式(15)可得 $\eta_{cr}=0.012429 < 0.030254$,采用式(16)计算得 $\alpha_{cr}=0.286599$,进而求得 $h_{cr}=1.289696\text{ m}$ 。经试算相应的临界水深理论值为 1.289982 m ,相对误差为 -0.022% 。

b. 当 $Q=48\text{ m}^3/\text{s}$ 时,由式(15)可得 $\eta_{cr}=0.127277 > 0.030254$,采用式(16)计算得 $\alpha_{cr}=0.553566$,进而求得 $h_{cr}=2.491047\text{ m}$ 。经试算相应的临界水深理

论值为 2.489988 m ,相对误差为 0.043% 。

在已知条件下,由临界水深均大于正常水深判断,该标准型异形椭圆断面无压隧洞在通过流量 $15\text{ m}^3/\text{s}$ 和 $48\text{ m}^3/\text{s}$ 时均发生急流状态的均匀流动。

6 结论

a. 归纳了标准型异形椭圆断面的水力要素计算公式,推导了正常水深和临界水深方程,引入正常水深模数 η_n 和临界水深模数 η_{cr} ,给出了相应的隐函数方程。

b. 采用函数替代法,在充满度 $0.030 \leq \alpha \leq 0.800$ 范围内,以 $\alpha=0.368$ 为分界点,对 α 与 η_n 、 α 与 η_{cr} 分别进行拟合和优化分析,获得了分段直接计算公式。

c. 分析表明,标准型异形椭圆断面正常水深和临界水深直接计算公式相对误差的绝对值最大分别为 0.362% 和 0.288% ,均能达到较高的精度。

参考文献:

- [1] 吕宏兴,把多铎,宋松柏. 无压流圆形断面水力计算的迭代法[J]. 长江科学院院报,2003(5):15-17. (LYU Hongxing, BA Duoduo, SONG Songbai. Hydraulic calculation for free flow in circular section by iterative method[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,2003(5):15-17. (in Chinese))
- [2] 张宽地,吕宏兴,赵延凤. 明流条件下圆形隧洞正常水深与临界水深的直接计算[J]. 农业工程学报,2009,25(3):1-5. (ZHANG Kuandi, LYU Hongxing, ZHAO Yanfeng. Direct calculation for normal depth and critical depth of circular section tunnel under free flow[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(3):1-5. (in Chinese))
- [3] 张志昌,李若冰. 标准I型马蹄形断面水力特性的研究[J]. 长江科学院院报,2013,30(5):55-59. (ZHANG Zhichang, LI Ruobing. Hydraulic characteristics of standard I-type horseshoe cross section[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,2013,30(5):55-59. (in Chinese))
- [4] 李凤玲,文辉. 标准马蹄形断面正常水深的直接近似计算公式[J]. 水利水电科技进展,2015,35(2):43-46. (LI Fengling, WEN Hui. The explicit formula for normal water depth in the standard horseshoe cross-section[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2015,35(2):43-46. (in Chinese))
- [5] 滕凯. 蛋形断面隧洞临界水深的简易算法[J]. 水利水电科技进展,2013,33(6):37-39. (TENG Kai. Simple algorithm for the critical depth of an egg-shaped section water tunnel[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources,2013,33(6):37-39. (in Chinese))

- [6] 武周虎. 蛋形断面明渠正常水深和临界水深的简化算法[J]. 人民长江, 2014, 45 (4) : 73-76. (WU Zhouhu. Simplified algorithm of normal depth and critical depth of egg-shape cross-section open channel[J]. Yangtze River, 2014, 45(4) : 73-76. (in Chinese))
- [7] 武周虎, 贾洪玉. 河流污染混合区的解析计算方法[J]. 水科学进展, 2009, 20 (4) : 544-548. (WU Zhouhu, JIA Hongyu. Analytic method for pollutant mixing zone in rivers[J]. Advances in Water Science, 2009, 20(4) : 544-548. (in Chinese))
- [8] WU Zhouhu, WU Wen, WU Guizhi. Calculation method of lateral and vertical diffusion coefficients in wide straight rivers and reservoirs [J]. Journal of Computers, 2011, 6 (6) : 1102-1109.
- [9] 武周虎. 一种二参数曲线隧洞断面及水利设计方法: 201710413716. 8[P]. 2017-06-05.
- [10] 武周虎, 王瑜, 祝帅举. 一种新型异形椭圆无压隧洞断面的水力学分析[J]. 水利水电科技进展, 2020, 40 (5) : 1-8. (WU Zhouhu, WANG Yu, ZHU Shuaiju. Hydraulic analysis of a novel free-flow tunnel cross-section with heteromorphic ellipse[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2020, 40 (5) : 1-8. (in Chinese))
- [11] 武周虎. 一种二参数曲线隧道横断面优化设计方法: 201710595942. 2[P]. 2017-07-20.
- [12] 闻德荪. 工程流体力学(水力学): 下册[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2010: 72-89.
- [13] 张新燕, 吕宏兴. 无压圆形隧洞正常水深直接算法[J]. 水力发电学报, 2014, 33 (1) : 127-131. (ZHANG Xinyan, LYU Hongxing. Direct calculation method for normal depth in non-pressure circular tunnel[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 33 (1) : 127-131. (in Chinese))
- [14] 卞晓卫, 郑新桥, 代述兵, 等. 蛋形断面的正常水深和临界水深的直接计算公式[J]. 干旱地区农业研究, 2017, 35(2) : 191-194. (BIAN Xiaowei, ZHENG Xinqiao, DAI Shubing, et al. The explicit calculation formula of normal and critical water depth for egg-shaped section [J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2017, 35 (2) : 191-194. (in Chinese))

(收稿日期: 2019 - 12 - 09 编辑: 熊水斌)

(上接第 5 页)

- [10] 徐璇, 毛春梅. 我国农业水价分担模式探讨[J]. 水利经济, 2013, 31 (2) : 19-22. (XU Xuan, MAO Chunmei. Sharing modes of agricultural water price in China [J]. Journal of Economics of Water Resources, 2013, 31 (2) : 19-22. (in Chinese))
- [11] 高媛媛, 姜文来, 殷小琳. 典型国家农业水价分担及对我国的启示[J]. 水利经济, 2012, 30 (1) : 5-10. (GAO Yuanyuan, JIANG Wenlai, YIN Xiaolin. Agricultural water price share and its inspiration to China [J]. Journal of Economics of Water Resources, 2012, 30 (1) : 5-10. (in Chinese))
- [12] 邹涛. 我国农业水价综合改革的进展、问题及对策[J]. 价格理论与实践, 2020 (5) : 41-44. (ZOU Tao. Progress, problems and countermeasures of comprehensive reform of agricultural water price in China [J]. Price: Theory & Practice, 2020 (5) : 41-44. (in Chinese))
- [13] 周雨露, 费基勇, 张和喜. 贵州省农业水价综合改革主要做法及存在问题[J]. 灌溉排水学报, 2019, 38 (增刊 2) : 119-122. (ZHOU Yulu, FEI Jiyong, ZHANG Hexi. Major practices and problems of agricultural water price reform in Guizhou Province [J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2019, 38 (Sup2) : 119-122. (in Chinese))
- [14] 孙建光, 韩桂兰. 塔里木河流域基于作物水分生产函数的农业水价需求效应分析[J]. 水利水电科技进展, 2009, 29 (4) : 24-26. (SUN Jianguang, HAN Guilan. Demand effect analysis of argicultural water price based on crop water production function in Tarim River Basin [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2009, 29 (4) : 24-26. (in Chinese))
- [15] 杨国栋, 钱晖, 戚荣婷, 等. 江苏农业水价综合改革工作验收办法的诠释与探讨[J]. 中国水利, 2020 (16) : 60-62. (YANG Guodong, QIAN Hui, QI Rongting, et al. Interpretation and study on acceptance methods for comprehensive reform of agricultural water pricing system in Jiangsu [J]. China Water Resources, 2020 (16) : 60-62. (in Chinese))
- [16] 冯欣, 姜文来, 刘洋. 农业水价利益相关者定量排序研究[J]. 中国农业资源与区划, 2019, 40 (3) : 173-180. (FENG Xin, JIANG Wenlai, LIU Yang. Research on quantitative ranking of stakeholders in agricultural water price [J]. Chinese Journal of Agricultural Resources and Regional Planning, 2019, 40 (3) : 173-180. (in Chinese))
- [17] 伊热鼓, 姜文来. 农业水价综合改革绩效评估研究[J]. 中国农业资源与区划, 2018, 39 (7) : 153-158. (YI Regu, JIANG Wenlai. Evaluation performance of agricultural water price reform [J]. Chinese Journal of Agricultural Resources and Regional Planning, 2018, 39 (7) : 153-158. (in Chinese))

(收稿日期: 2019 - 12 - 19 编辑: 彭桃英)